

b) Détermine la nature du quadrilatère ABCD et celle du triangle ABD. (1 pt)

c) En déduis que ces points appartiennent à un cercle γ dont on donnera une équation.

(0, 5 pt)

3- Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $E(\theta)$. (0, 75 pt)

a) Démontre que les points qui ont pour affixes les solutions de $E(\theta)$ sont les points de γ .

(0, 25 pt)

PROBLEME/

10 points

On considère le polynôme $c = Z^3 - 3\sqrt{2}(1+i)Z^2 + 4(1+3i)Z - 8i\sqrt{2}$

1-a) Calcule $P(\sqrt{2} + i\sqrt{2})$ (0, 75 pt)

b) Détermine les complexes a et b tels que $P(Z) = (Z - \sqrt{2} - i\sqrt{2})(Z^2 + aZ + b)$ (1 pt)

2- Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$ (1 pt)

3- Soit A, B et C les points d'affixes respectives :

$$Z_0 = \sqrt{2} + i(\sqrt{2} - 2), \quad Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2} \quad \text{et} \quad Z_2 = \sqrt{2} + i(\sqrt{2} + 2),$$

a) Détermine le module et un argument de Z_0, Z_1 et Z_2 . (1, 5 pts)

b) Montre que les points A, B et C sont alignés et que B est le milieu du segment $[AC]$.

(0, 75 pt)

3-a) Détermine l'équation de la droite (D) médiatrice du segment $[AC]$. (0, 5 pt)

b) Soit M l'ensemble des points de la droite (D) d'affixe Z . Trouve l'expression de Z .

(0, 5 pt)

c) Calcule le rapport $\frac{Z_0 - Z}{Z_2 - Z}$. Déduis-en la nature du triangle MAC . (0, 75 pt)

d) Détermine l'expression de Z pour laquelle MAC est un triangle équilatéral. (0, 5 pt)

B/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1- Trouve l'ensemble de points M d'affixe z tel que les points images des nombres

complexes : $1; z; 1+z^2$, soit alignés. (0, 5 pt)

2- On désigne par le point M d'affixe z et M' d'affixe Z tel que $Z = \frac{z+1}{z-1}$

a- Trouve l'ensemble (D) des points M d'affixe z pour que Z soit réel. (0, 75 pt)

b- Trouve l'ensemble (H) des points M d'affixe z pour que Z soit imaginaire pur. (0, 75 pt)

c- Trouve l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tel que $O; M; M'$ soient alignés. (0, 75 pt)