2022 – 2023

04

DEVOIR N°3 DE MATHÉMATIQUES

Durée : Date : *08 février 2023*

deux exercices et un problème de deux parties tous indépendants et obligatoires.

Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (4 points)

I. Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$; 2) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$; 3) $h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

II. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$; 2) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Exercice2 (7 points)

I. En utilisant les formules des primitives, calculer les intégrales suivantes :

1) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos x \, dx$ 2) $J = \int_1^2 \ln x \, dx$; 3) $K = \int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx$

II. En utilisant la formule de l'intégration par parties, calculer :

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$; $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$

III.

Soient les intégrales I et J définies par : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\cos^2 2x \, dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin^2 2x \, dx$

1) Calcule : I + J.

2) Calcule : I – J en utilisant la technique de l'intégration par parties.

3) Déduisez – en les valeurs de I et J.

Tournez SVP

Problème 8 points

Partie 1 (5points)

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ où a, b, c et d sont des réels.

[redacted]

3) Montre que (Cf) admet un centre de symétrie que l'on Déterminera

4) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β

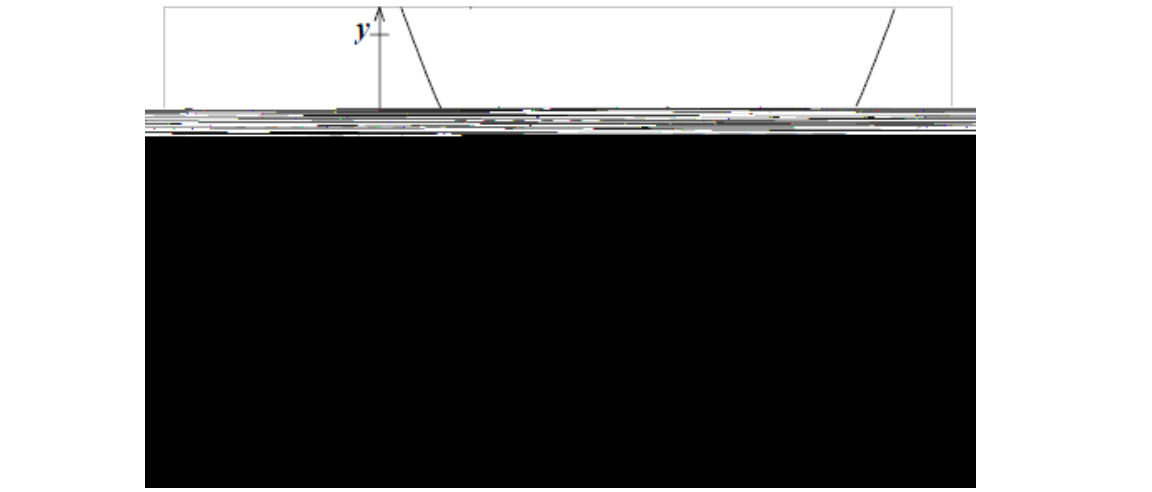
5) a- Montre que $\forall x \in [4\,;5]$, on a : $|f'(x)| \leq \dfrac{3}{4}$

b- En déduis que $\left|f(x) - \dfrac{15}{2}\right| \leq \dfrac{3}{4}|x - 5|$

6) Trace (Cf) dans le repère $(o; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath})$ ainsi que (Cg^{-1}) la courbe de g^{-1}

Partie 2 : (3points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$



Tournez SVP