

Académie d'enseignement de Bamako-Rive gauche
Lycée Maarif de Turquie –Korofina

Devoir N°1			
SERIE : TSE	2023-2024	DUREE : 2heures	COEF : 05
EPREUVE DE : Mathématiques			

Exercice1 : (10pts)

Détermine le module et un argument des complexes suivants : $\alpha \in \mathbb{R}$

$$Z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i-1}\right)^6; Z_2 = \frac{(\sqrt{3}+i)^9(1-i)}{-8(1+i)^5}; Z_3 = \frac{1-\cos\alpha+i\sin\alpha}{1+\cos\alpha-i\sin\alpha}; Z_4 = (1 - e^{i\frac{\pi}{6}})(1 + e^{-i\frac{\pi}{6}})$$

$$Z_5 = \frac{(1+i\sqrt{3})(\cos\alpha+i\sin\alpha)}{\cos\alpha+i\sin\alpha+i(\cos\alpha-\sin\alpha)}; Z_6 = 1 - i\tan\alpha \text{ avec } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} |Z_7(3 - i\sqrt{3})^3| = 6 \\ \arg\left(\frac{(3-i\sqrt{3})^3}{2iZ_7}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}; Z_8 = \frac{-3i(\cos\frac{7\pi}{15}+isin\frac{7\pi}{15})}{(2-\sqrt{5})(\cos\frac{\pi}{5}-isin\frac{\pi}{5})}; Z_9 = -\sin\alpha + i\cos\alpha; Z_{10} = -5e^{i\frac{\pi}{5}}$$

Exercice2 : (5pts)

Soient Z et U deux nombres complexes tels que : $Z = \sqrt{3} + i$ et $U = \sqrt{2}(1 + i)$. On pose $X = UZ^2$

1. a. Détermine le module et un argument de U et Z
b. Déduis-en le module et un argument de X
2. a. Écris X sous la forme algébrique et sous la forme trigonométrique
b. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$
c. Calcule X^{2028} ; $(1 + i)^{2011}$ et $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^{20}$

Exercice3 : (5pts)

- I) Soient f l'application du plan P dans P qui à tout point M d'affixe Z on associe le point M' d'affixe Z' telle que $Z' = \frac{Z-2+i}{Z+1-i}$

1. a. Détermine l'image directe par f du point A d'affixe $3 - i\sqrt{3}$
b. Détermine les nombres complexes pour les lesquels f est définie
c. On pose $Z = x + iy$ avec x, y des réels. Écris Z' sous la forme algébrique
2. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que :
a. Z' soit réel
b. Z' soit imaginaire pur
c. $|Z'| = 1$

II) Linéarise : $\cos^3 2x$; $\sin^4 x$; $(\cos^3 x)(\sin^2 x)$