



Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction.

Situation d'évaluation 1

05 points

- 1) Déterminez la forme exponentielle de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{(1-i)(-2-2\sqrt{3}i)}{ie^{\frac{i\pi}{7}}}; z_2 = \left(1 - e^{\frac{i\pi}{6}}\right)(1 + \cos a + i \sin a) \text{ où } a \in]0; 2\pi[\quad (2\text{pt})$$

- 2) a. Déterminez les racines sixièmes de 8i sous forme trigonométrique. (1pt)
 b. Calculez $(1-i)^6$ et en déduisez les racines sixièmes de 8i sous forme algébrique. (1pt)
 c. Des questions précédentes, donnez les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$. (0,50pt)
 d. Résolvez dans $\mathbb{R}$, l'équation $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \sin x = 2\sqrt{2}$. (0,50pt)

Situation d'évaluation 2

04 points

Soit le polynôme P définie dans $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^4 - 4z^3 + 8z + 20$

- 1) Montrez que si z_0 est une racine de P alors $\bar{z}_0$ est aussi une racine de P. (0,75pt)
 2) Montrez que $3 + i$ est une racine de P. En déduire une autre racine de P. (1pt)
 3) Résolvez dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. (1,25pt)

Problème 1

11 points

Les parties A et B du problème sont indépendantes.

PARTIE A

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points $L(3 - i); R(3 + i); A(-1 + i)$ et $E(-1 - i)$.

- 1) Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure. (1pt)
 2) Déterminez l'abscisse du point S pour que le quadrilatère LRAS soit un parallélogramme. Le quadrilatère LRAS est-il un rectangle ? (1pt)
 3) Donnez la nature de chacun des triangles LRA et LEI où I est milieu de [LA] (1pt)
 4) Montrez que les points L, R, A, E sont cocycliques. Précisez les caractéristiques au cercle auquel ils appartiennent. (1,5pt)

PARTIE B

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points $A(1 + i); B(i); D(2i)$ et $C(1)$ et l'application f définie par :

$$f: \mathcal{P} \setminus \{B\} \rightarrow \mathcal{P}$$

$$M(z) \mapsto f(M) = M'(z') \text{ tel que } z' = (1 + i) \left(\frac{z-1-i}{z-i} \right)$$

- 1) Déterminez l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = M$. (1pt)
- 2) **a.** Montres que pour tout $z \neq i$ et $z \neq 1 + i$, on a :
- i) $|z'| = \sqrt{2} \times \frac{AM}{BM}$ (1pt)
- ii) $\arg(z') = \frac{\pi}{4} + \text{mes}(\widehat{BM, AM}) + 2k\pi$ (1pt)
- b.** Déterminez et construisez l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(z)$ du plan tels que :
- $|z'| = \sqrt{2}$ (0,75pt)
- c.** Déterminez et construisez l'ensemble $\mathcal{F}$ des points $M(z)$ du plan tels que :
- $\arg(z') = \frac{3\pi}{4} + k\pi$ (0,75pt)
- d.** Montres que si M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ alors M' décrit le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $\sqrt{2}$. (1pt)
- 3) **a.** Montres que pour tout $z \neq i$, on a : $|z' - 1 - i| \times |z - i| = \sqrt{2}$. (1pt)
- b.** En déduis que si M parcourt le cercle de centre B et de rayon $\frac{\sqrt{2}}{2}$ alors M' parcourt le cercle de centre A et de rayon 2. (1pt)

Bonne chance !!