

DEVOIR SURVEILLE

CLASSE : T.S.E
ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

DATE : 19- 12 -2024
DURÉE : 3 heures Coeff : **05**

QUESTIONS DE COURS 3 points

- 1- Pour tout ($Z \neq 0$ et $n \geq 1$), résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^n = Z$.
- 2- Donner l'écriture complexe d'une similitude de centre $\Omega(\omega)$, de rapport k et d'angle θ

Application

- a- Déterminer sous forme algébriques les racines carrées du nombre complexe

$$\frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

- b- Déterminer l'écriture complexe d'une similitude de centre $(1+i)$, de rapport $\sqrt{3}$ et d'angle $\frac{5\pi}{6}$.

EXERCICE: 1 4 points

- 1- Déterminer le module et un argument de:
 $Z_1 = 1 - \sin \theta + i \cos \theta$ et $Z_2 = (1+i) + (1-i) \tan \theta$
- 2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2iz - 1 - e^{2i\theta} = 0$
- 3- Ecrire sous forme trigonométrique les solutions de cette équation.

EXERCICE: 2 5 points

- 1- Déterminer les racines quatrièmes de l'unité.
- 2- On considère l'équation (E): $z^4 = \frac{73}{16} - i \frac{11\sqrt{3}}{2}$
 - a- Montrer que le nombre complexe $U = \frac{1}{2} + i\sqrt{3}$ est une solution de (E)
 - b- Soit z un nombre complexe. Montrer que si z est solution de (E) si et seulement si $\frac{z}{U}$ est une racine quatrième de l'unité.
 - c- En déduire sous forme algébrique les solutions de l'équation (E).

PROBLEME 8 points

Le plan complexe est muni d'un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ unité 1cm

Soient A et B deux points d'affixes respectives $z_A = -1 - 5i$ et $z_B = 4$

A tout complexe $z \neq 4$ on associe le complexe $f(z) = z' = \frac{iz - 5 + i}{z - 4}$. Avec $z' = x' + iy'$

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = z$.

2- Exprimer x' et y' en fonction de x et y .

3- Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que :

a- z' soit réel

b- z' soit imaginaire.

c- $|z'| = 1$.

4- On considère E, F, G d'affixes respectives $-2 + i, 1 - i, 3 + 2i$.

a- On pose $Z = \frac{z_E - z_F}{z_G - z_F}$. Donner la forme trigonométrique de Z et en déduire la

nature du triangle EFG .

b- Déterminer l'afixe z_H du point H tel que le quadrilatère $EFGH$ soit un carré.

