

DEVOIR SURVEILLÉ			Année Scolaire 2024 - 2025
Epreuve de Mathématiques			
Série : TSE	Durée : 2H30m	Prof : Mr DIALLO Ousmane Samba	

Exercice 1 : (5pts)

Soit α un réel différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi$ pour tout $k \in \mathbb{Z}$ et $t = \tan \alpha$

1) Montre que $Z = \frac{1+it}{1-it} = e^{2i\alpha}$

2) Exprime la forme algébrique de Z en fonction de t .

A partir de la forme trigonométrique en déduis que

$$\cos(2\alpha) = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{et} \quad \sin(2\alpha) = \frac{2t}{1+t^2}$$

Exercice 2 : (5pts)

Soient A et B des points du plan ; on note :

- A' l'image de A par le quart de tour direct de centre O
- B' l'image de B par le quart de tour indirect de centre O
- I le milieu de $[A' B']$

1) Exprime les affixes des points A' ; B' et I en fonction de celles de A et B

2) Calcule le quotient $\frac{Z_I}{Z_B - Z_A}$. En déduis que la médiane (OI) du triangle $OA'B'$ est une hauteur du triangle OAB et que $OI = \frac{1}{2}AB$

Problème : (10pts)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{U}; \vec{V})$

On note A et B les points d'affixes respectives $4 + 2i$ et $-2 - 1$

On considère l'application f qui, à tout point M différent de B et ayant pour affixe Z ,

associe le point M' d'affixe Z' définie par : $Z' = \frac{Z-4-2i}{Z+2+i}$

- 1) Interprète géométriquement le module de Z' , puis un argument de Z'
- 2) Détermine la partie réelle x' et la partie imaginaire y' de Z' en fonction de la partie réelle x et de la partie imaginaire y de Z
- 3) Détermine, puis construis (en utilisant des couleurs différentes) les ensembles suivants :

E_1 ensemble des points M tels que $|Z'| = 1$

E_2 ensemble des points M tels que $|Z'| = 2$

E_3 ensemble des points M tels que Z' soit un réel

E_4 ensemble des points M tels que Z' soit un imaginaire pur.

''L'essentiel n'est pas de tout faire, mais de s'assurer que le travail fait est correct !!!''