

Exercice 1..... 4points

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 1cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 8$; $b = 2+2i\sqrt{3}$ et $c = 2-2i\sqrt{3}$.

1. a) Détermine le barycentre G points pondérés $(A ; |a|)$; $(B ; |b|)$; $(C ; |c|)$ puis place les points A,B,C et G dans le repère.

b. calcule les coordonnées du barycentre G.

c. Détermine l'ensemble des points M du plan tels que :

$$b_1. \|\vec{2MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}\| \quad b_2. 2MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 24.$$

2. Détermine, suivant les valeurs du nombre réel k, l'ensemble (E_k) des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = k$.

Exercice2 :..... 4points

Soit l'équation différentielle (E) : $9y'' + 49y = 0$

1. Résoudre (E).

2. Détermine la solution f de (E) qui vérifie $f(0) = \sqrt{3}$ et $f'(0) = 7$.

3. Montre que pour tout réel x , $f(x) = 2\sqrt{3}\cos(\frac{7}{3}x - \frac{\pi}{3})$.

4. Résoudre dans $]0; 2\pi[$ l'équation $f(x) = \sqrt{6}$.

5. Calcule la valeur moyenne v de la fonction f sur l'intervalle $[\frac{3\pi}{14}; \frac{3\pi}{7}]$.

Exercice 3..... 4points

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = (16x+8)e^{-3x} + 3$.

1. Montre que la fonction $g(x) = xe^{-3x} + e^{-3x} + 3$ est solution de (E).

2. Résous l'équation différentielle $(E_0) : y'' - 2y' + y = 0$

3. Démontre que h est solution de (E) si et seulement si h-g est solution de (E_0) .

4. En déduis les solutions de (E).

5. Détermine la solution de (E) vérifiant $y(0) = 11$ et $y'(0) = 16$.

Exercice4..... 4points

A l'instant $t = 0$ un corps à température $\theta_0 = 60^\circ\text{C}$ est placé dans l'air ambiant à la température $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$.

Au bout de 10 minutes, la température du corps est 50°C . Sa température à la date t exprimée en minutes, est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = -k(\theta(t) - \theta_1) \text{ Où } k \text{ est une constante réelle. On pose } \Phi(t) = \theta(t) - \theta_1.$$

1.a) Quelle est l'équation différentielle vérifiée par Φ ?

b) détermine Φ ?

c) En déduire $\theta(t)$ en fonction de k .

d) Détermine la constante k puis en déduire l'expression définitive de $\theta(t)$.

2.a) Au bout de combien de minutes la température du corps diminuera-t-elle de moitié ?

b) Quelle est sera la température du corps au bout d'une heure ?

On donne $\ln 2 = 0,70$; $\ln \frac{3}{4} = -0,29$.

Exercice5..... 4points

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 8 \text{ cm}$. H est le milieu de $[BC]$.

1. Construis le barycentre G des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(C, 1)$.

2. Quel est l'ensemble $(\mathcal{F}_1)$ des points M tels que $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{BC}$ et de même sens que $\overrightarrow{BC}$?

3 Quel est l'ensemble $(\mathcal{F}_2)$ des points M tels que $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ soit orthogonal à $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$?

4. Construis $(\mathcal{F}_2)$.

.