



Devoir de Mathématiques en ligne

Série : TSE– TSEXP

Durée : 2 heures

SUJET

Exercice 1 : (11 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé, on considère le polynôme

complexe $f(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + 2(5 + 3i)z - 4(2 + 4i)$.

- 1) Calcule $f(2i)$. Que peut-on conclure ?
- 2) Trouve les nombres complexes a ; b et c tels que : $f(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$.
- 3) a) Calcule $(1 + 2i)^2$.
b) En déduis la résolution de l'équation $fz) = 0$.
- 4) Soient A ; B ; C les points d'affixes respectives $2i$; $3 + i$; $2 - 2i$.
a) Place les points A ; B ; C
b) On pose $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.
 b_1 -Donne la forme algébrique de Z .
 b_2 -En déduis le module et un argument de Z .
 b_3 - Interprète le module et un argument de Z .
- 5) Soit D le point d'affixe z_D tel que $z_D - z_C = z_A - z_B$. Détermine les coordonnées de D puis le place sur la figure précédente.
- 6) En déduis la nature du quadrilatère $ABCD$.
- 7) Les points A ; B ; C ; D sont-ils cocycliques ? Si oui détermine le centre et le rayon du cercle puis construis ce cercle.

Exercice 2 : (9 points)

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ rapporté au repère orthonormal $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$. On considère les quatre points A , B , C et D d'affixes respectives 3 ; $4i$; $-2 + 3i$ et $1 - i$.

- 1.a. Place les points A , B , C et D dans le plan.
b. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifie ta réponse.
2. On considère dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
 $(E_1) : z^2 - (1 + 3i)z - 6 + 9i = 0$ et $(E_2) : z^2 - (1 + 3i)z + 4 + 4i = 0$
 - a) Montre que l'équation (E_1) admet une solution réelle z_1 et que l'équation (E_2) admet une solution imaginaire pure z_2 .
 - b) Développe $(z - 3)(z + 2 - 3i)$ puis $(z - 4)(z - 1 + i)$
 - c) En déduis les solutions de l'équation
 $[z^2 - (1 + 3i)z - 6 + 9i][z^2 - (1 + 3i)z + 4 + 4i] = 0$
 - d) Soit z_0 la solution dont la partie imaginaire est strictement négative
 - e) d_1 . Donne la forme trigonométrique de z_0
 - f) d_2 . En déduis la forme algébrique de z_0^{2024}

