

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Situation d'évaluation N° 1 :

4 points

Questions à choix multiples

Pour chacune des questions, une seule des trois propositions est exacte. Vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Exemple : Question 1 Réponse A.

Une bonne réponse rapporte **1 pt**, une mauvaise fait perdre **0,5 pt** et l'absence de réponse ne rapporte et ne fait perdre aucun point. Si le total des points est négatif, la note de cet exercice est ramenée à zéro.

		A	B	C
1	$z = \frac{2 + 4i}{2 - i}$	$z = \bar{z}$	z est un imaginaire pur	$z = \frac{2}{3}i$
2	z vérifie $\bar{z} + z = 6 + 2i$; L'écriture algébrique de z est :	$-\frac{8}{3} - 2i$	$\frac{8}{3} + 2i$	$\frac{8}{3} - 2i$
3	La forme exponentielle de $z = \frac{\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{-3\sqrt{2} + i\sqrt{6}}$ est	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-i\frac{5\pi}{6}}$	$z = \frac{1}{2} e^{-i\frac{7\pi}{12}}$	$z = \sqrt{6} e^{i\frac{7\pi}{12}}$
4	L'image du point $A(1 + 2i)$ par l'homothétie de centre $\Omega(1 + 3i)$ et de rapport -2 est :	$A'(1 + 5i)$	$A'(1 - 2i)$	$A'(-1 + 5i)$

Situation d'évaluation N° 2 :

6 points

On considère le nombre complexe $u = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

- Calcule le module et un argument du nombre complexe : $(u + i\bar{u})$. **1,5 pt**
- Soit v un nombre complexe de module ρ et d'argument θ ; ($0 \leq \theta < 2\pi$).
 - Montre que : $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$. **1,5 pt**
 - Calcule le module et un argument du complexe : $v + i\bar{v}$ (On discutera suivant les valeurs de θ). **2 pts**
 - Montre que : $(v + i\bar{v})^2$ est imaginaire pur. **1 pt**

Situation d'évaluation N° 3 :

10 points

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

- On considère le polynôme P de la variable complexe z , défini par :

$$P(z) = z^3 + (1 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}$$

- Déterminer le nombre réel y tel que iy soit solution de l'équation $P(z) = 0$. **1 pt**
- Trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :

$$P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b) \quad \mathbf{1\ pt}$$

- Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$. **1 pt**

Partie B

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z associe le M' d'affixe z' telle que : $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$.

Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = -1, b = 2i$ et $c = -i$

1. Soit C' l'image de C par f . Détermine l'affixe c' de C sous forme algébrique et sous forme trigonométrique. **0,5 pt**
2. Calcule l'affixe du point D noté d ayant pour image par f le point D' d'affixe $d' = \frac{1}{2}$. **0,5 pt**
3. A tout complexe $z \neq -1$, on note $p = |z + 1|$ et $p' = |z' + i|$.
 - a) Démontre que pour tout $z \neq -1, p \cdot p' = \sqrt{5}$ **0,75 pt**
 - b) Si le point M appartient au cercle (Γ) de centre A et de rayon $R = 2$, montre que $M' = f(M)$ appartient au cercle (Γ') dont on précisera le centre et le rayon. **0,75 pt**
4. Pour tout complexe $z \neq -1$, on pose $w = \frac{z-2i}{z+1}$
 - a) Interprète géométriquement un argument de w . **0,5 pt**
 - b) Montre que $z' = -iw$ **1 pt**
 - c) Détermine l'ensemble (Ω) des points M d'affixe z tels que z' soit un réel non nul. **0,75 pt**
 - d) Vérifie que le point D appartient aux ensembles (Γ) et (Ω) . **0,75 pt**
5. Représente $(\Gamma), (\Gamma')$ et (Ω) . **1,5 pt**

Bonne Chance !!!