

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

LYCEE PRIVE LA RENAISSANCE DE SIRAKORO

Devoir numéro 2

Série : TSE

Coef : 05

Durée : 03 H

Date : 03/01/25

Exercice 1 : (4 points)

1) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N} ; 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$ en précisant la méthode utiliser

2) Sachant que $16 = 15 + 1$, écrire 16^7 dans le système de base 15.

3) Déterminer $PGCD(17787; 689; 297)$

4) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système :
$$\begin{cases} 2x \equiv 1[5] \\ 3x - 2 \equiv 0[7] \\ x \equiv -24[11] \end{cases}$$

5) Résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 - 3x + 4 = 0$.

Exercice 2 : (7 points)

I) Le vieux Abdoulaye a déposé à la BNDA en épargne une somme d'argent de 146777 écrit en base *treize*, en FCFA, aux taux d'intérêt de 7,5% l'an dans le but de délimiter son champ. Après une année d'épargne, il décide de retirer la totalité de son argent, afin de délimiter par des poteaux son champ, à la forme d'un trapèze, dont les deux bases mesurent respectivement 119 m, 91 m et les deux autres côtés mesurent 56 m, 35 m. Pour la délimitation, vieux Abdoulaye souhaite disposer des poteaux à égale distance mesurée en nombre entier de mètre pour un nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet. Prix unitaire du poteau 9434, écrit en base *onze*, en FCFA.

Consigne : A l'aide de tes connaissances en arithmétique, aide le vieux Abdoulaye à vérifier si le montant dont il dispose lui permet de délimiter son champ.

II) On considère les entiers naturels $t_1 = \overline{1x00y2}$ dans le système de numération octal et $t_2 = \overline{x1y003}$ dans le système de numération de base sept.

1) Déterminer les chiffres x et y pour que les deux entiers soient divisible par 5.

2) Déterminer les nombres t_1 et t_2 dans le système de numération décimal.

3) a. Décomposer t_1 et t_2 en produit de facteurs premiers.

b. Déduis en le nombre de diviseurs de t_1 et t_2 puis $t_1 \wedge t_2$.

4) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $t_1x + t_2y = 5$ où x et y sont deux entiers relatifs.

Problème : (9 points)

Partie A :

Pour tout nombre complexe $z = x + iy$, de point image M , on pose : $f(z) = (z - 2i)(i\bar{z} - 1)$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $f(z) = 0$.

3) Mettre $f(z)$ sous forme algébrique

- 4) Prouver que l'équation $f(z) = 2i$ possède deux solutions que l'on donnera sous forme trigonométrique.
- 5) a. Déterminer l'ensemble (E_1) des points M tels que $f(z)$ soit un imaginaire pur.
- b. Déterminer l'ensemble (E_2) des points M tels que $f(z)$ soit un réel.
- c. Construire les ensembles (E_1) et (E_2) .
- d. Justifier que les points images des solutions de l'équation $f(z) = 0$ appartiennent aux ensembles (E_1) et (E_2) .
- e. Déterminer l'ensemble (E_3) des points M tels que $|f(z)| = 0$.

Partie B :

On considère le polynôme $P(z) = z^4 + 17z^2 - 28z + 260$ où z est un nombre complexe.

- 1) Déterminer deux nombres réels a et b tels que : $P(z) = (z^2 + 4z + 20)(z^2 + az + b)$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.
- 3) Placer les points A, B, C et D d'affixe $z_A = -2 + 4i$; $z_B = -2 - 4i$; $z_C = 2 + 3i$ et $z_D = 2 - 3i$.
- 4) a. Déterminer l'affixe du point E tel que : $\frac{z_E - z_C}{z_E - z_A} = i$.
- b. Déterminer l'affixe du point F , quatrième sommet du carré $AECF$.
- c. Déterminer l'abscisse du point d'intersection Ω de la droite (EF) et de l'axe des abscisses.
- 5) Montrer que les points A, B, C, D sont cocycliques, dont on précisera le centre et le rayon.

BONNE CHANCE !!!!

**Celui qui n'a pas le goût de l'absolu se
contente d'une médiocrité tranquille.**