

	Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite ***** ***** LYCEE PRIVE VOUS ET NOUS DE SENOU ***** ***** LPVNS *****	République du Mali Un Peuple-Un But-Une Foi
Tant que le grand Dieu dédaignera de dévoiler le futur à l'homme, l'humanité se résumerait à deux mots : Attendre & Espérer.		
Evaluation sommative N°2		<i>izi maths</i>
EPREUVE DE : <i>Mathématiques</i>	CLASSE : T.S.E	COEFF : 05
ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025		DUREE : 03 Heures
DATE : 17-01-2025		
Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction. Présentation : 00pt		

Situation d'évaluation 1

5 points

On pose $a = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$; $b = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$; $c = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

- 1) Exprime a^6 ; b^6 et c^6 sous forme algébrique.
- 2) En déduis une solution de l'équation (E): $z \in \mathbb{C}$, $z^6 = -8i$
- 3) Soit $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - a. Vérifie que $J^3 = 1$.
 - b. Démontre que Jb et Jb^2 sont aussi solutions de (E)
 - c. En déduis toutes les solutions de (E) et écris-les sous forme algébrique.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{Z}$, le système $\begin{cases} x \equiv 0[6] \\ x \equiv 2[4] \end{cases}$
- 5) Détermine tous les entiers naturels n vérifiant à la fois les deux propositions suivantes :
 - a^n est un nombre réel
 - b^n est un imaginaire pur

Situation d'évaluation 2

6,5 points

- I- On considère l'équation (E): $9x + 7y = 1$.
 - a. Soit $(x; y)$ un couple solution de (E). Démontre que $2x \equiv 1 [7]$
 - b. Résous dans $\mathbb{Z}$, l'équation $2x \equiv 1 [7]$
 - c. En déduis que l'ensemble des solutions de (E).
 - d. Résous l'équation (E'): $9x + 7y = 200$
- II- L'AJCM est une association à but éducatif au sein de laquelle les hommes sont plus nombreux que les femmes. Les cotisations mensuelles sont de 900 F pour les hommes et de 700 F pour les femmes. Pour la cérémonie de remise aux lauréats du concours d'excellence **2025**, le président coordinateur désire offrir des tee-shirts aux hommes et des pagens aux femmes de cette association. Cependant, il sait que les cotisations mensuelles de tous les membres s'élèvent à 20000 F .
Donne le nombre d'hommes et de femmes de cette association.
- III- Soit le système suivant (S): $\begin{cases} 10 < x \wedge y < 15 \\ x^2y - 3xy = 108 \end{cases}$
 1. Détermine l'ensemble des diviseurs de 108.
 2. Résous dans $\mathbb{N}^2$; le système (S).
 3. Démontre que $3^{n+3} - 4^{n+2}$ est divisible par 11.
 4. Détermine la base b dans laquelle l'égalité $\overline{565}^b + \overline{34}^b = \overline{610}^b$ est valable.

Situation d'évaluation 3

8,5 points

On donne le polynôme P défini par $P(z) = 8z^4 - 2(6 + 17i)z^3 + (1 + 45i)z^2 - 2(6 + 17i)z + 8$.

1. Montre que si z_0 est une racine de P alors $\frac{1}{z_0}$ est aussi racine de P .
2. Détermine les nombres complexes a, b et c tels que $\frac{P(z)}{z^2} = a\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 + b\left(z + \frac{1}{z}\right) + c$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}^*$, les équations (E_1) et (E_2) :
 $(E_1): 1 + \frac{1}{z} = \frac{3+i}{2}$; $(E_2): z + \frac{1}{z} = \frac{15i}{4}$
4. Justifie que $P(z) = 0$ équivaut à $a\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 + b\left(z + \frac{1}{z}\right) + c = 0$.
 ~ En utilisant les questions précédentes, détermine les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.
5. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A, B, E, C et D d'affixes respectifs $1 + i$; $\frac{1}{2}(1 - i)$; $-i$; $4i$ et $-1 + i$.
 - a. Faire une figure qui sera complète au fur et à mesure.
 - b. Quelle est la nature de chacun des triangles CAD et BED ?
 - c. Montre que $(\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DB}) = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
 - d. Détermine les affixes des points F et G tels que :
 - F soit l'image de D par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
 - G soit l'image de D par la translation de vecteur $\vec{u}(-2i)$.
 - e. Quelle est la nature du quadrilatère AFGD ?
6. Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points $M(z)$ du plan tels que :
 $\arg(z - 1 - i) = \arg(iz + 1 + i) + k\pi$

Courage !!!