

Evaluation sommative N°9

Exercice 1

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_n = e^{3n-2}$.

1.

- Calcule u_0, u_1, u_2, u_3 et u_{n-1} .
- Démontre que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- Exprime en fonction de n la somme $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
- Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
- Trouve la valeur minimale de n telle que $S_n \geq 1000$.

2. Soit la suite (v_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \ln(u_n)$. On pose $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

Exprime le produit $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ en fonction de T_n .

Exercice 2

Fatoumata, décide d'ouvrir un magasin de vente de glace pendant les périodes de chaleur.

Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il ait une affluence de clients est 0,7 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,6.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,3 ;

On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et B l'évènement « Fatoumata réalise un bénéfice ».

1) On choisit un jour au hasard.

a) Calcule la probabilité de l'évènement E : « il y a une affluence de clients et Fatoumata réalise un bénéfice ».

b) Démontre que la probabilité $p(B)$ de l'évènement B est 0,51.

c) Fatoumata réalise un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. (Le résultat d'ordre 2).

2) Fatoumata veut faire des prévisions pour trois jours successifs donnés.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours successifs.

a) Détermine les valeurs prises par X.

b) Détermine la loi de probabilité de X.

c) Calcule l'Esperance mathématique $E(X)$ de X.

3) Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Fatoumata réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

a) Justifie que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,49)^n$.

b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

Exercice 3

On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par

$$u_0 = -\frac{1}{2} ; u_{n+1} = 5u_n - 2 \text{ et } v_n = u_{n+1} - u_n.$$

1. Montrer que v_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Exprimer, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
3. Soit la somme $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

Montre que pour tout entier naturel n , $S_n = u_n - u_0$.

Calculer S_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .