

ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT DE SÉGOU	ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025
LYCÉE MARIAM DEMBELE DE PELENGANA	CLASSE : T.S.E
EVALUATION SOMMATIVE n°1	
MATIÈRE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3heures

Exercice 1 : 5pts

1. Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$a) z_1 = \frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 + e^{i\frac{\pi}{3}}} ; b) z_2 = \frac{1 - \cos \alpha + i \sin \alpha}{1 + \cos \alpha - i \sin \alpha} (\alpha \in [0; \pi[); \quad c) z_3 = -2(\sin x + i \cos x); \quad d) z_4 = -3e^{\frac{2\pi}{3}i}$$

$$2. \text{ On considère le nombre complexe } z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$$

a) Écrire z sous forme exponentielle

b) Déterminer les entiers naturels n pour les quels z^n est un nombre réel. Calculer z^n pour la plus petite des valeurs de n obtenues.

c) Déterminer les entiers naturels n pour les quels z^n est un nombre imaginaire pur.

Exercice 2 : 6pts

I) On pose $z = \frac{1}{1+i \tan \alpha}$. Calcule le module et un argument de z . (tu discuteras suivant les valeurs du réel α).

3) En utilisant les racines cubiques de l'unité résous l'équation d'inconnue $z : z^3 = (1 + i\sqrt{12})^3$

II) z est un nombre complexe différent de 1.

1) Compare $|z - 1|$ et $|\bar{z} - 1|$.

2) On pose $z' = \frac{z-1}{\bar{z}-1}$. Détermine $|\bar{z}|$. On appelle A, B et M' les points du plan complexe d'affixes respectives 1 ; -1 ; z et z' .

Calcule en fonction de z et $\bar{z}$ le nombre $r = \frac{z'+1}{z-1}$ et en déduis que r est réel. Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont colinéaires.

Problème : 9pts

Partie I

On considère le polynôme

$$P(z) = z^3 + (-7 + 2i)z^2 + (17 - 4i)z - 11 + 2i \quad \text{où } z \text{ est un nombre complexe.}$$

1. Soit $z_0 = a + i$ où a est un nombre réel .

Détermine le réel a pour que le nombre complexe z_0 soit racine de $P(z)$.

2. a) Vérifie que $P(z) = (z - 2 - i)(z^2 + (-5 + 3i)z + 4 - 3i)$ pour $z \in \mathbb{C}$.

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation que $P(z) = 0$

Partie II

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les point C , H et A d'affixes respectives : $c = 1$, $h = 4 - 3i$ et $a = 2 + i$.

1. Place les points dans le repère

2. Détermine le module et un argument du complexe $\frac{a-c}{h-c}$ puis en déduis la nature du triangle CHA

3. Soit (L) l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - 3 + i| = \sqrt{5}$

a) Montre que les points C , H et A appartiennent à (L)

b) Détermine et construis (L)

4. Soit f la transformation qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = \frac{1}{2}iz + 1 - \frac{1}{2}i$$

a) Caractérise la transformation f

b) détermine l'affixe du point A' l'image du point A par f

c) Détermine et construis l'ensemble (L') l'image de l'ensemble (L) par f .