

Date : 14/12/2025	Mathématiques	LPMAMA
Série : TSE	Contrôle de niveau N°2	
Durée : 4h		

SITUATION 1 5 POINTS

Pour chacune des propositions suivantes, l'élève répondra par vrai ou faux, en tout cas, la réponse choisie doit être justifiée par une démonstration logique et soignée. Une réponse non justifiée ne rapportera aucun point.

Proposition 1 : Le complexe $z = 1 + \sqrt{7} + i(1 + \sqrt{7})$ a un module mais il n'a pas d'argument. **1pts**

Proposition 2 : soit $z = -2\sqrt{3} - 2i$. La somme $-z^6 - \bar{z}^6 = 2$ **1pts**

Proposition 3 : $1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$ est la forme exponentielle de $\frac{3}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ **1pts**

Proposition 4 : $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ est multiple de 11 (aidez-vous avec la récurrence) **1pts**

Proposition 5 : Dans le système de numération de base 9 , $[(1337 \times 281) - 8787] = 2544$ **1pts**

SITUATION 2 5 POINTS

Après avoir donné la nature des transformations suivantes , détermine les éléments caractéristiques de chacune d'elles:

- $z' = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)z - 4i$ **0.75 pts**
- $z' = -z + 2 + i$ **0.75 pts**
- $z' = 2i\bar{z} + 1 - 3i$ **0.75 pts**
- $z' = i\bar{z} + 1 + i$ **0.75 pts**
- $z' = -2iz + 4i$ **1 pts**
- $z' = (1 - i)z - 3i$ **1 pts**

SITUATION PROBLEME 10 POINTS

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique 1cm).

On considère dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation (E) d'inconnue z suivante :

$$(E) : z^3 + (-8 + i)z^2 + (17 - 8i)z + 17i = 0$$

Partie A

- Montre que $-i$ est solution de (E) **0.75 pts**
- Détermine les nombres réels a, b c tels que :

$$z^3 + (-8 + i)z^2 + (17 - 8i)z + 17i = (z + i)(az^2 + bz + c) \quad \textbf{1.25 pts}$$

- Résous l'équation (E) dans $\mathbb{C}$. **1 pts**

Partie B

On appelle A, B et C les points d'affixes respectives $4+i$; $4-i$; $-i$

- Place les points sur une figure **0.75 pts**

2. Soit l'application de r dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = iz - 2i + 2$. Le point Ω est le point d'affixe 2. On appelle S l'image de A par r . Calcule l'affixe s de S **1 pts**
3. Démontre que les points B, A, S, C appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre et le rayon. Trace C . **1.5 pts**
4. A tout point M d'affixe $z \neq 2$, on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{iz + 10 - 2i}{z - 2}$
 - a. Détermine les affixes des points A', B', C' associés aux points A, B et C . **0.75 pts**
 - b. Vérifier que A', B', C' appartiennent à un cercle C' de centre P , d'affixe i . Détermine son rayon et trace C' . **0.75 pts**
 - c. Pour tout nombre complexe $z \neq 2$, exprime $|z' - 1|$ en fonction de z . **0.75 pts**
 - d. Soit M un point d'affixe appartenant au cercle C . Démontre que $|z' - i| = 2\sqrt{5}$ **0.75 pts**
 - e. En déduis à quel ensemble appartiennent les points M' associés aux points du cercle. **0.75 pts**

Bon Courage !