

Lycée Privé Tina (L.TINA)

DEVOIR N°1 DU PREMIER TRIMESTRE 2025-2026

Epreuve de Mathématiques

Classe : TSE	Vendredi 21 /11/ 2025	Durée : 3 heures	Coef : 05
--------------	-----------------------	------------------	-----------

Lis attentivement :

- Le sujet est composé de trois exercices tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- L'usage de la calculatrice programmable, les téléphones et, les tablettes est formellement interdit.

Exercice 1 : -----[5,75 points]

- On donne $u = 2 + i\sqrt{2}$ et $v = -2 + i$ deux nombres complexes. Ecris sous forme algébrique les nombres complexes suivants : $z_0 = u - \bar{v}$; $z_1 = u\bar{u}$; $z_2 = u^2$; $z_3 = (\bar{v})^3$ et $z_4 = \frac{u}{v}$ **(1,25pts)**
- Ecris sous forme algébrique les nombres complexes suivants :
 $A = (1 + i)^{13}$; $B = \frac{3e^{-i\frac{\pi}{4}}}{(1-i\sqrt{3})e^{i\frac{2\pi}{3}}}$ et $C = \left(\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{2025}$ **(1pt)**
- Linéarise : $\cos^2\left(\frac{7}{4}x\right)\sin^5(3x)$ **(1pt)**
- Ecris les nombres complexes suivants sous forme exponentielle : $t = \frac{(1+itan\theta)^2}{1+tan^2\theta}$ $\theta \in \mathbb{R}$ et $\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $z = \frac{1-e^{i\frac{\pi}{3}}}{1+e^{i\frac{\pi}{3}}}$ et $k = \cos\left(\frac{11\pi}{74}\right) - i\left[\cos\left(\frac{3\pi}{11}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{11}\right) - \sin\left(\frac{11\pi}{74}\right)\right]$ **(1,5pts)**
- Ecris sous forme trigonométrique : $a = -2(\sin x + i\cos x)$ avec $x \in \mathbb{R}$; $b = -3e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ et
 $C = \frac{-\cos 2x + i\sin 2x}{2\cos 3x - 2i\sin 3x}$ avec $x \in \mathbb{R}$ **(1pt)**

Exercice 2 : -----[7 points]

- Résous dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes : $z^7 = \frac{(-\sqrt{3}+i)^5}{(i+1)^8}$ **(0,5pt)** ; $z^9 = 256(-1 + i\sqrt{3})$ **(1pt)**
 $2|z| + (1 - 7i)\bar{z} = 63 + 51i$ **(1pt)** ; $(z - i)^7 = (z + i)^7$ **(1pt)**
 $z^2 \sin^2 a - 4z \sin a + 4(1 + \cos^2 a) = 0$ avec $a \in]0; \pi[$ **(1pt)**
- Soit a un réel et $a \in]-\pi; \pi[$, on considère l'équation (E) : $z^2 - 2(1 + i\sin a)z + 2i\sin a = 0$
a) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) **(1pt)**
b) Mets sous forme trigonométrique les solutions de (E) **(0,5pt)**
- Soit z un nombre complexe tel que : $\arg(-1 - i\sqrt{3}) + \arg(z) = -\frac{7\pi}{15}$
Détermine : $\arg(-z)$; $\arg(\bar{z})$ et $\arg(-\bar{z})$ **(1pt)**

Exercice 3 : -----[7,25 points]

- On donne $u = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ où $i^2 = -1$
a) Ecris u^2 et u^4 sous forme algébrique **(1pt)**
b) Calcule le module et l'ensemble des arguments de u^4 puis déduis-en le module et un argument de u . **(1pt)**

- c) Déduis-en les valeurs exactes de : $\cos\left(\frac{13\pi}{8}\right)$; $\sin\left(\frac{13\pi}{8}\right)$; $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ **(1,25pt)**
- d) Résous dans $[-\pi; \pi]$ l'équation $\sqrt{2 - \sqrt{2}}\cos x - \sqrt{2 + \sqrt{2}}\sin x = -2$ puis place les points images des solutions sur le cercle trigonométrique **(1pt)**
- II.
- 1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 = (2 + 3i)^4$ **(1pt)**
 - 2) Place dans le plan complexe les points images de ces solutions. On note A ; B ; C et D ces points sachant que $R_e(z_A) > 0$; $I_m(z_A) > 0$; $R_e(z_B) < 0$; $I_m(z_B) > 0$; $z_C = -z_A$ et $z_D = -z_B$ **(1pt)**
 - 3) Détermine la nature du quadrilatère $ABCD$ (on justifiera sa réponse) ainsi que son périmètre et l'aire de sa surface. **(1pt)**