

L'épreuve comporte une seule page. La calculatrice non programmable est autorisée.

Situation 1 : [5 points]

- 1) Détermine la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$. (2pts)
- 2) Déduis-en deux primitives de la fonction g définie par $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$. (1pt)
- 3) Calcule la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_2^3 \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2} dx$. (2pts)

Situation 2 : [5 points]

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2(x - 1)^2}$.

- 1) Détermine les réels a et b tels que, pour tout $x \in]1; +\infty[$, $f(x) = \frac{a}{(x - 1)^2} + \frac{b}{x^2}$. (2pts)
- 2) Déduis-en une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]1; +\infty[$. (1pt)
- 3) Calcule la valeur exacte de l'intégrale : $I = \int_2^3 f(x) dx$. (2pts)

Situation 3 : [5 points]

On considère les intégrales : $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ et $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx$.

- 1) Calcule $A + B$. (1pt)
- 2) Utilise une intégration par parties pour calculer $A - B$. (2pts)
- 3) Déduis-en les valeurs exactes de A et B . (2pts)

Situation 4 : [5 points]

On considère un repère orthogonal où l'unité est 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 1$ et $g(x) = -x^2 - x + 3$.

- 1) Calcule la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[-1; 2]$. (1pt)
- 2) Détermine la primitive G de la fonction g qui s'annule en 2. (1pt)
- 3) Détermine le tableau de signe de la fonction h définie par $h(x) = f(x) - g(x)$. (1pt)
- 4) Détermine, en cm^2 , l'aire A du domaine (E) formé des points $M(x; y)$ tels que x est compris entre -1 et 2 , et y est compris entre $f(x)$ et $g(x)$. (2pts)

Bonne chance !