

DEVOIR DE MATHEMATIQUES	Intégrale & Fonction Logarithme
SERIE : TSE	DUREE : 3 H

EXERCISE 1: (5 pts)

1°/ On considère la fonction numérique de la variable réelle $f : x \mapsto \frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$

a) Déterminer les trois nombres réelles a, b et c tels que : $\forall x \in \mathbb{R}^* ; f(x) = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2+1}$

b) En déduire la valeur de $\int_1^3 \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} dx$

2°/ On donne l'intégrale $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x dx$. A l'aide de deux intégrations par parties successives, calculer la valeur de I.

EXERCISE 2: (3,5 pts)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) Les équations suivantes :

$$\ln(2x+7) = \ln(x-3) ; \ln(x^2-2x-3) = \ln(x+7)$$

$$\ln x + \ln(3x+2) = \ln(2x+3) ; \ln(x-3) = \ln(x+7) - \ln(x+1).$$

$$\ln(2x-2) + \ln(x+2) = 3\ln 2 ; \ln(x-2) + \ln(x+3) = 2\ln(x+1).$$

b) Les inéquations suivantes :

$$\ln(2-3x) > \ln x ;$$

$$\ln(2x-5) + \ln(x+1) \leq 2\ln 2 ;$$

$$\ln(x^2+2x+2) \geq \ln(-x^2+x+3) ;$$

TESLA

EXERCISE 3: (4,5 pts)

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \ln(x) ;$

2) $f(x) = \ln |2-x| ;$

3) $f(x) = x \ln x - x ;$

PROBLÈME: (7 pts)

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln x / x - \ln x$ si $x > 0$ et $f(0) = -1$.

On note(cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O ; i ; j).

1. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - \ln x - 1$.

1. Étudier le sens de variation de g. En déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in]0 ; +\infty[$.

2.a) Montrer que f est continue au point 0.

b) Montrer que f est dérivable en 0 ; on précisera la valeur de sa dérivée en 0.

c) Étudier la limite de f quand x tend vers $+\infty$.

d) Étudier le sens de variation de f, dresser son tableau de variation et tracer sa courbe (cf).

Bonne Chance !!!