

M.E.N
A.E DE SÉGOU

Série : TSE

ÉVALUATION N°1

Durée : 2H

17-11-2026

ÉPREUVE DE : Mathématiques

Coefficient : 02

SITUATION1 : (5pts)

1) Détermine la forme trigonométrique de chacun des nombres complexes solutions de l'équation (E) : $Z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

2) a) Vérifie que $V = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ est une racine quatrième de $8(1 - i\sqrt{3})$.

b) En déduis la forme algébrique des solutions de l'équation (E).

3) D'après ce qui précède, donne les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$.

SITUATION2 :

Z étant un complexe, on note (S) le système :
$$\begin{cases} |z| = |z - 6| \\ \arg(z^2) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1) Donne le module et un argument des trois complexes suivants : $a = \sqrt{3} + i$;
 $b = -2 + 2i$ et $c = 3 + 3i$

2) Parmi les complexes $a; b$ et c , lesquels sont solutions du système (S) (ustifie ta réponse)

3) M étant un point le point d'affixe z , et A le point d'affixe 6, traduis géométriquement les deux contraintes de (S).

4) Résous le système (S) par la méthode géométrique ou la méthode algébrique.

SITUATION3 :

I. Soit l'équation (E): $z^2 - (2 + i)z + 1 + i = 0$. On désigne par z_1 et z_2 les solutions de l'équation (E). Sans calculer z_1 et z_2 :

1) Donne $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$

2) En déduis $a = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$; $b = z_1^2 + z_2^2$ et $C = 2z_1^2 z_2 + 2z_2^2 z_1$ sous la forme cartésienne.

II. Soit $\varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]$ et soit l'équation (E_φ) : $z^2 - (i + 2\cos\varphi)z + 1 + ie^{-i\varphi} = 0$

1- a) Vérifie que $e^{-i\varphi}$ est une solution de (E_φ) .

b) En déduis l'autre solution de (E_φ) et la mettre sous la forme exponentielle.

2- Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points $A(i); B(i + e^{i\varphi})$.

a) Calcule AB.

b) Détermine et construis $F = \{M(i + e^{i\varphi}), \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]\}$

III. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = i$; $b = -4 + 3i$ et $c = -4 - 3i$

On considère l'application T du plan complexe dans lui-même, qui a tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' tel que $Z' = iZ + 2 - i$

a) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de T.

b) Détermine les affixes des points A' ; B' et C', images respectives par S des points A, B et C.

c) Détermine puis construis l'image de la droite (D): $2x - y + 3 = 0$ par l'application T.