

Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite

Lycée Privé Aissata Sissoko de Magnambougou

LPASM

Devoir surveillé N°1 de mathématiquesSÉRIE : TSEDurée : 3 heuresCoeff : 5Le 18/11/2025*Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation de la copie.***Exercice1 : (7 points)**

1. Écris sous forme exponentielle le nombre complexe $z = \cos \frac{5\pi}{17} - i \left(i \cos \frac{2\pi}{7} - \sin \frac{2\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{17} \right)$. 1 pt
2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z = \frac{(-\sqrt{3}+i)^5}{(i+1)^8}$. 1,5 pt
3. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $2i\bar{z} + 3|z|^2 - 4 - 2i = 0$. 1 pt
4. Linéarise $A = \cos^2 \frac{2x}{3} \sin^3 x$. 1 pt
5. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - 2z(\cos \alpha + i \sin \alpha) + 2i \sin \alpha (\cos \alpha + i \sin \alpha) = 0$. Détermine suivant les valeurs de α les modules ρ_1 et ρ_2 et les arguments θ_1 et θ_2 des solutions z_1 et z_2 de (E). 2,5 pts

Exercice2 : (5 points)

1.
 - a. Montre que $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}} \right)^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. 0,25 pt
 - b. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 - 1 = 0$. On donnera les solutions sous forme trigonométrique et sous forme algébrique. 1,5 pt
 - c. Dédus des questions précédentes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) : $z^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. 0,75 pt
2.
 - a. Écris $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$ sous forme trigonométrique. 0,75 pt
 - b. Dédus-en les arguments des solutions de (E). 0,75 pt
3. Dédus des questions 1)c) et 2)b) les valeurs exactes de $\cos \left(\frac{\pi}{12} \right)$ et $\sin \left(\frac{\pi}{12} \right)$. 1 pt

Exercice3 : (8 points)

1.
 - a. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 - 8i = 0$ (Donne le résultat sous forme algébrique). 0,75 pt
 - b. Développe, réduis et ordonne $P(z) = (z - \sqrt{3} + i)(z^3 - 8i)$. 0,5 pt
 - c. Dédus-en les solutions de l'équation : (E): $z \in \mathbb{C}; z^4 + (-\sqrt{3} + i)z^3 - 8iz + 8(1 + i\sqrt{3}) = 0$. 1 pt
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2 cm. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $\sqrt{3} + i$; $-\sqrt{3} + i$ et $-2i$.
 - a. Détermine le module et un argument de z_A ; z_B et z_C . 0,75 pt
 - b. Place les points A, B et C. 1,5 pt
 - c. Justifie que le triangle ABC est équilatéral. 0,5 pt
3. Soit Ω le milieu du segment $[AC]$ et S la similitude directe de centre Ω qui transforme A en B.
 - a. Détermine les éléments caractéristiques de S. 0,75 pt
 - b. Détermine l'écriture complexe de S. 0,75 pt
4. Soit E le point d'affixe $z_E = 2\sqrt{3}$.
 - a. Détermine l'affixe z_D du point D tel que $S(E) = D$. 0,5 pt
 - b. Démontre que le quadrilatère BDAC est un losange. 1 pt

Bon travail !!!!