

DEVOIR N°2 DE MATHEMATIQUES**Série : T.S.E****COEF : 05****DUREE : 03H****EXERCICE 1 :(07ts)**

- 1) On considère les nombres a et b tels que $a = 137$ et $b = 73$
Détermine les restes de la divisions euclidiennes de $a + b$; ab ; $3a - 2b$ et $a^3 + 3b^3$ par 25
- 2) α et β sont deux entiers naturels et $N = 2^\alpha \times 3^\beta$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N .
a) Prouve que $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$
b) Déduis-en les valeurs de N
- 3) a) Décompose 469 en produit de facteurs premiers
b) Résous dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^3 - y^3 = 469$
- 4) Les entiers 34^a ; 13^a et 1102^a sont écrits en base a , a étant un entier naturel inférieur ou égal à 5. Trouve a sachant que $34^a \times 13^a = 1102^a$.
- 5) On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimension 525m et 285m, les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y' aura un arbre à chaque sommet du rectangle. Calcule :
a) La distance comprise entre deux arbres.
b) Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ.
- 6) On considère l'équation (E): $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers
a) Vérifie que le couple $(-7; -3)$ est une solution de (E).
b) Résous alors l'équation (E) avec deux méthodes.

EXERCICE(05PTS)Soit f la fonction numérique à variable réelle x satisfaisant aux conditions suivantes :

- f est définie sur $\mathbb{R}$
 - $f(1) = f(3) = 0$; $f(2) = -1$; $f'(0) = f'(2) = 0$
 - $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$ $f'(x) > 0$; $\forall x \in]0; 2[$ $f'(x) < 0$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x + 2 = 0^-$
- 1) Dresse le tableau de variation de f
 - 2) (C) représentant les variations de f , précise les asymptotes des éventuelles à (C)
 - 3) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet des solutions puis détermine le nombre de ces solutions.
 - 4) En déduis le signe de $f(x)$ suivant le signe de $f'(x)$
 - 5) Trace dans le même repère (C) et ses asymptotes.

PROBLEME :(08pts)**Partie A** : Soit l'équation (E): $iz^2 - 2(\sin\theta + i)z + 2\sin\theta = 0$ dans laquelle z est l'inconnue complexe et θ paramètre appartenant à $]-\pi; \pi[$

- 1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)
- 2) En déduis le module et un argument de chacune des deux solutions de (E)
- 3) Soit $\theta \in [0; 2\pi[$, $a = 1 + e^\theta$ et $b = 1 - e^\theta$.

Détermine en fonction θ le module et un argument a ; b ; ab ; $\frac{a}{b}$ **Partie B**:Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$, unité graphique 2cm.

- 1) Soit le nombre complexe $z_0 = 1 + i$
- a) Montre que z_0 est une solution de l'équation définie par :
 $(E): z^3 - (7 + i)z^2 + 2(8 + 3i)z - 10(1 + i) = 0$
- b) Résous l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$.
 - 2) On considère les points A ; B et C du plan, d'affixe respectives :
 $1 + i$; $3 + i$, $3 - i$.
 - a) Calcule et écris sous forme trigonométrique et exponentielle $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$.
 - b) En déduis la nature du triangle ABC
 - c) Place les points A ; B et C dans le repère $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ et complète la figure au fur et à mesure.
 - d) Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle BAC
 Détermine l'affixe du point G et le rayon du cercle.
- 3) Soit (Δ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant la relation
 $|z - 1 - i| = |z - 3 + i|$
 - a) Caractérise géométriquement l'ensemble (Δ)
 - b) Justifie que le point F d'affixe $4 + 2i$ appartient à (Δ)
 - c) Détermine l'affixe du point E de (Δ) situé sur l'axe des ordonnées
- 4) Quelle est la nature exacte du quadrilatère $CEAF$? justifie votre réponse