



Evaluation sommative N°1

Exercice 1 : (5 points)

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $-3i$ et i .

1) Soit la fonction f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' où $z' = \frac{iz-3}{z-i}$ avec $z \neq -2i$.

a) Développe $(z + i)(z - 3i)$.

b) Cherche les points M vérifiant $f(M) = M$ et exprime leurs affixes sous forme algébrique puis trigonométrique.

2) a) Montre que, pour tout z différent de i , $|z'| = \frac{AM}{BM}$; et que, pour tout z différent de $-3i$ et de i , $\arg(z') = (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}) + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

b) Détermine puis construis (E) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$.

c) Détermine et construis l'ensemble (F) des points d'affixe z tels que $\arg(z') = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) a) Démontre que $z' - i = -\frac{4}{z-i}$ et en déduis que $|z' - i| \times |z - i| = 4$ pour tout complexe différent de i .

b) Soit M un point du cercle $\mathcal{C}$ de centre B et de rayon 1.

Prouve que le point M' d'affixe z' appartient à un cercle de centre B et de rayon à déterminer.

Exercice 2 : (5 points)

1) Soit (E) une équation dans $\mathbb{C}$ définie par : $z^4 - (1 - i\sqrt{3})z^3 + iz - \sqrt{3} - i = 0$

a) Développe, réduis et ordonne le polynôme $P(z) = (z - 1 + i\sqrt{3})(z^3 + i)$

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A, B et C d'affixes respectives : $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$; $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et i .

a) Place les points A, B et C.

b) détermine la nature du triangle ABC.

3) Soit I le milieu de [AC] et S la similitude directe de centre I qui transforme A en B.

- a) Détermine l'écriture complexe de S.
- b) Détermine les éléments caractéristiques de S.
- a) détermine l'antécédant de C par S.

Exercice 3 : codes pour combattants (5 points)

L'opération zéro ennemi fut initié par le président N'Golo chef suprême de toute une armée de combattant. Ainsi chaque fois que les chasseurs décollent pour un bombardement aérien, la trajectoire et les lieux ciblés sont codifiés par une fonction f de la forme $z' = \frac{z-2+3i}{z+1-2i}$ où z et z' sont des affixes des points M et M' respectivement.

Les pilotes une fois installés dans l'avion, la fonction qui convient à leur mission leur est envoyée. Ils sont guidés selon que la fonction est réelle ou imaginaire pure.

Détermine avec précision les lieux géométriques qui conviennent à la trajectoire et aux lieux cibles du pilote α à qui on a envoyé la fonction f .

Exercice 4 : un terrain hexagonal (5 points)

Yaranga Cissé voulait découper une feuille suivant la forme hexagonale dont chaque sommet est situé à $\sqrt{5}$ cm du centre.

Consignes

1. Dans un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ tracé sur une feuille de papier, trouve des affixes des sommets de cette figure. Découpe cette figure.
2. Montre que chacun de ces sommets élevés à une puissance particulière donne un même nombre complexe que tu détermineras.