



Evaluation sommative N°8

Situation 2 : (6pts)

On donne la fonction $f(x) = ax + b - \frac{(\ln x)^2}{x}$ définie sur $]0; +\infty[$.

1. Détermine les réels a et b pour que la droite D d'équation $y = ax + b$ soit une asymptote à la courbe C de f sachant que les images de 1 et e par f sont respectivement 1 et $e - \frac{1}{e}$.
2. Etudie f et représente graphiquement C et D dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3. La courbe C de f représente le trajet suivi par un cours d'eau frôlant au point $A\left(\frac{1}{1}\right)$ la droite D représentant un axe routier principale de cette ville. Un homme très riche de cette ville possède deux domaines $T1$ et $T2$. Unités Graphiques : 1cm pour 4km sur l'axe des abscisses et 1cm pour 4km sur l'axe des ordonnées.
 - $T1$ est le domaine délimité par la droite D , la courbe C et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.
 - $T2$ est le domaine délimité par la droite D , la courbe C et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Le riche homme donne $T1$ à son fils et $T2$ à sa fille. Vérifie si le partage est équitable.

Situation 2 : (14pts)

Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x+1}{x+2} + \ln|x+2|$.

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition de g .
b) Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) a) Montre que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$, $g'(x) = \frac{x+3}{(x+2)^2}$
b) En déduis les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 3) Calcule $g(-1)$. En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : étude de la fonction principale

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par $f(x) = (x+1) \ln|x+2|$

On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
- 2) Etudie les variations de f .

- 3) Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées.
- 4) Trace (C).
- 5) On considère la fonction numérique définie sur $[-1; +\infty[$ par $F(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$.
 - a) Prouve que $F(x)$ est dérivable sur $[-1; +\infty[$ et précise $F'(x)$.
 - b) En déduis le sens de variation de F .
 - c) Calcule $F(4)$ et interprète graphiquement ce résultat.

Partie C : étude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-1; +\infty[$.

- 1) Montre que h réalise une bijection de $]-1; +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.
- 2) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h . Dresse le tableau de variation de h^{-1} .
- 3) Construis (C') la courbe représentative de h^{-1} dans le même repère.