

Lycée Privé mafa (LMAFA)

DEVOIR N°2 DE MATHÉMATIQUES

Série : TSE

Durée : 2 H

Coeff : 05

Exercice1 : (5points)

- 1) Résous dans le corps des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $4z^4 + 3z^2 + 1 = 0$.
Prouve que les solutions sont conjuguées deux à deux.
- 2) Ecris le polynôme $4z^4 + 3z^2 + 1$ sous la forme d'un produit de deux trinômes du second degré à coefficients réels.
- 3) Dédus-en que dans tout système de numération de base b supérieure ou égal à cinq, le nombre $\overline{40301}$ est multiple de $\overline{211}$ (ces deux nombres sont écrits en base b).

Pour b égal à neuf ; écris dans cette base le quotient de $\overline{40301}$ par $\overline{211}$.

Exercice2 : (5points)

1. On veut planter des arbres sur le périmètre d'un terrain triangulaire de côtés 132 m , 156 m et 204 m , de telle sorte qu'il y ait un arbre à chaque sommet du triangle et que les arbres soient également espacés.
Quel est le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter si l'on veut que la distance entre deux arbres soit exprimée en un nombre entier de mètres ?
2. Déterminer les entiers relatifs n tels que la fraction $\frac{n+17}{n-1}$ soit un entier relatif.

Problème : (10points)

I) Soit f l'application de $E = \mathbb{C} - \{-i\}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(Z) = \frac{iz}{z+i}$. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on note M le point d'affixe z .

1) Déterminer les coordonnées du point B dont l'affixe z_0 et telle que $f(z_0) = 1 + 2i$

2) Soit z un élément de E . on note r le module de $z + i$ et α une mesure de son argument.

Exprimer la forme trigonométrique de $f(z) - i$ en fonction de r et α .

3) Soit A le point d'affixe $-i$

a) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M vérifiant $|f(z) - i| = \sqrt{2}$

b) Montrer que B appartient à (Γ) .

II) On considère un repère orthonormé direct $(O; \vec{U}; \vec{V})$ du plan complexe. Soit les points $A; B; C$ d'affixes respectives :

$$Z_A = -1 + i \quad ; \quad Z_B = \frac{2 \left[\cos\left(\frac{7\pi}{15}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{15}\right) \right]}{\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)} \quad \text{et} \quad Z_C = 2 - 2i$$

Ecrire les complexes Z_A ; Z_B et Z_C sous forme exponentielle.

Bonne Chance !!!!!!!!!!!