

Lycée Privé mafa (LMAFA)
DEVOIR N°3 DE MATHEMATIQUES

Série : TSE

Durée : 3 H

Coeff : 05

Exercice 1 :.....(5 points)

I) A tout nombre complexe $z \neq -1 + 2i$, on considère le nombre complexe Z tel que

$$Z = \frac{z - 2 + 4i}{z + 1 - 2i}$$

Déterminer puis construire l'ensemble des points M dont l'affixe vérifie les conditions indiquées :

a) $|Z| = 1$

c) Z est un réel

d) Z est un imaginaire.

II) Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit.

La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ? si oui, exprimer ce temps en heures.

2) Préciser le nombre de tours effectué par chaque voiture pendant ce laps de temps.

Exercice 2 :(5 points)

I) Soient les intégrales I et J définies par : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos^2 2x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin^2 2x dx$

1) Calculer : $I + J$.

2) Calculer : $I - J$ en utilisant la technique de l'intégration par parties.

3) Déduisez – en les valeurs de I et J .

II) Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \frac{3x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{(x-1)^2}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition

2) Déterminer les réels a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$

3) En déduire la primitive de f qui s'annule en 0

Problème :(10 points)

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 1}$

- a) Etudier les variations de la fonction g .
- b) Montrer que $g(x) = 0$ admet une solution unique α que l'on déterminera.
- c) En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$

Partie B :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\sqrt{x^2 + 1} - x$.

Soit (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On note (D) et (D') les droites d'équations respectives : $y = -3x$ et $y = x$.

- a) Etudier les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- b) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- c) En déduire le tableau de variation de f .
- d) Déterminer la limite en $-\infty$ de $f(x) - (-3x)$. Quelle conséquence graphique peut-on déduire de ce résultat ?
- e) Montrer la droite (D') est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$
- f) Etudier la position de (C) par rapport aux deux droites (D) et (D') .
- g) Tracer la courbe (C) , les droites (D) et (D') .

« Qui cherche, trouve » Bonne Chance !