

Exercices d'entraînement

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe: TSE

2025 - 2026

Arithmétique

Exercice 1 : Démontre par récurrence que :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3};$

2) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n k(n-k) = \frac{(n-1)n(n+1)}{6}$

4) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1};$ 5) $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n k2^{k-1} = (n-1) \times 2^n + 1.$

6) $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}; a \in \mathbb{R}_+^*; (1+a)^n > 1+na.$

7) $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2;$ en déduire $S = \sum_{k=12}^{20} k^3.$

8) $\forall n \in \mathbb{N}^*; 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2};$ on pose $u_0 = 2 \cos \theta$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}.$

a) Calculer les trois premiers de la suite $(u_n).$

b) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*; u_n = 2 \cos \left(\frac{\theta}{2^n} \right).$

9) Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}^*; 2 \times 6 \times 10 \times \dots \times (4n-2) = (n+1)(n+2) \times \dots \times 2n.$

Exercice 2

1) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}:$

a) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7. b) $9^{n+1} + 2^{6n+1}$ est divisible par 11.

c) $10^{9n+2} + 10^{6n+1} + 1$ est divisible par 111.

2) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}:$

a) $5^{2n} - 3^n \equiv 0[11];$ b) $7^n - 1 \equiv 0[6];$ c) $3^{2n} - 2^n \equiv 0[7]$

d) $3^{2n+3} + 2^{n+3} \equiv 0[7]$ e) $10^{6n} + 10^{3n} - 2 \equiv 0[111]$

f) $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$

3) Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}; 16 \times 17^{2n} - 28 \times 3^{2n+3}$ est divisible par 5.

4) Déterminer l'ensemble des entiers naturels a tel que $3^{2n+1} + a \times 4^{3n+1}$ soit divisible par 11 ;
 $\forall n \in \mathbb{N}.$

Exercice 3

A. La division euclidienne de 900 par un entier b a pour quotient 14 et pour reste r . Quelles sont les valeurs possibles de b et r ?

B. On augmente le dividende d'une division euclidienne de 52 et le diviseur de 4, on constate que le quotient q et le reste r ne changent pas.

Calcule q , quels sont les dividendes possibles de cette division quand le diviseur $b = 10$.

- C. Quels peuvent être le diviseur b et le reste r d'une division euclidienne dont le dividende est $a = 542$ et le quotient $q = 12$.
- D. Déterminer les entiers naturels n dont la division euclidienne par 16 a un reste égal au carré du quotient.
- E. Soient deux entiers naturels a et b ($a > b$). La division Euclidienne de a par b donne pour quotient $q = 6$ et $r = 47$ pour reste. Par ailleurs $a + b + r = 591$. Déterminer a et b .
- F. Soit q et r le quotient et le reste de la division d'un entier naturel a par un entier naturel b . Sachant que $a + b + r = 3\,025$ et $q = 50$, rétablir la division.

Exercice 4

- 1) Trouver l'ensemble des entiers naturels n tels que $3n + 24$ soit divisible par $n - 4$.
- 2) Trouver l'ensemble des entiers naturels n tels que $(n + 1)$ divise $(n^2 - n + 3)$.
- 3) Détermine les entiers relatifs n tels que la fraction $\frac{n+17}{n-1}$ soit un entier relatif.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ l'équation : $x^2 - y^2 = 180$.
- 5) Trouver tous les couples d'entiers relatifs (x, y) tels que $x^2 - y^2 = 6$.
- 6) Résoudre dans $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ l'équation : $(x - 3)(y - 4) = 900$.

Exercice 5

- 1) Soit $a = 5012$ en base 7. Ecrire a en base 2.
- 2) Soit $b = 2183$. Ecrire b dans le système octal.
- 3) c s'écrit 23 dans le système décimal et $\overline{27}$ dans un système de base a . Que vaut a ?
- 4) Dans le système de numération de base trois, un entier N s'écrit $\overline{2101}$. dans quel système de numération de base x ce nombre s'écrit-il $\overline{224}$?
- 5) Dans quelle base a-t-on $\overline{23} + \overline{56} = \overline{101}$?
- 6) Un entier naturel N s'écrit : $\overline{5531}$ dans le système de numération de base n et $\overline{3676}$ en base $(n + 1)$. Calcule n et donne l'écriture de N dans le système de base 12.

Exercice 6

- 1) Trouver tous les entiers naturels dont le cube divise 18360.
- 2) En déduire la résolution dans $\mathbb{N}$ de $b^3[b^2 + (b + 1)^2] = 18360$.
- 3) Existe-t-il un entier naturel b tel que le nombre qui s'écrit 36723 dans le système décimal, s'écrit $\overline{442003}$ dans le système de base b ?

Exercice 7

- A. Un nombre s'écrit $\overline{x43y}$ dans le système décimal. Déterminer x et y pour qu'il soit divisible par 2 et 9.
- B. Déterminer les chiffres x et y pour que le nombre $A = \overline{28x75y}$ soit divisible par 3 et 11.
- C. Déterminer les entiers x et y tels que $N = \overline{3x92y}$ soit divisible par 3 et 5.
- D. a) Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{136} par 7 ?
b) Un nombre s'écrit $\overline{3x53}$ en base 10. Déterminer x pour que $5^{136} + \overline{3x53}$ soit divisible par 7

Exercice 8

On donne $A = \overline{11xx^9}$. Trouve x pour que l'on ait :

- 1) A soit divisible par 8. (0,5pt)
- 2) A soit divisible par 7. (0,5pt)

3) Dédus – en qu'il existe x tel que A soit divisible par 56. (0,25pt)

Exercice 9

1. Trouve trois entiers naturels a, b, c différents de 1, premiers entre eux deux à deux et tels que $a \times b \times c = 495$.
2. On considère le nombre $A = \overline{x13y8z}$ écrit dans le système décimal. Détermine tous les triplets (x, y, z) pour A soit un multiple de 495.

Exercice 10

- A) Détermine le chiffre des unités du nombre $2025^{2025} - 2025$ écrit dans le système décimal.
- B) a) Vérifie que 220 et 284 sont des nombres amiables.
b) Détermine un entier p premier tel que le nombre $2^4 \times p$ soit parfait.

Exercice 11

1. Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ les systèmes suivants :
a) $\begin{cases} PGCD(a; b) = 354 \\ a + b = 5664 \end{cases}$; b) $\begin{cases} PPCM(x; y) = 168 \\ x \times y = 1008 \end{cases}$; c) $\begin{cases} PGCD(a; b) = 42 \\ PPCM(a; b) = 1680 \end{cases}$;
d) $\begin{cases} PGCD(a; b) = 41 \\ PPCM(a; b) = 1680 \end{cases}$; e) $\begin{cases} PPCM(x; y) = 105 \\ x + y = 56 \end{cases}$; f) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5440 \\ x \wedge y = 8 \end{cases}$
2. a. Détermine l'ensemble des diviseurs de 124.
b. Détermine l'ensemble des couples $(x; y)$ d'entiers naturels tels que :
 $d = x \wedge y$ et $m = x \vee y$ vérifient la relation $\begin{cases} m - 4d = 124 \\ 3 \leq d \leq 50 \end{cases}$
3. $d = x \wedge y$ et $m = x \vee y$ trouver tous les couples $(x; y)$ vérifiant :
a) $m + 10d = 142$; $x \leq y$. b) $m - d = 77$; $0 < x < y$.
c) $d + m = y + 9$; d) $m - 16d = 1977$.
4. Déterminer tous les couples $(a; b)$ avec $a \geq b$ tel que $\begin{cases} PPCM(a, b) = 30 \\ a^2 + b^2 = 325 \end{cases}$

Exercice 12

- A. Déterminer le reste de la division euclidienne par 7 de $N = 19^{52} \times 23^{41}$.
- B. a. Démontrer que le carré de tout nombre impair est congru à 1 modulo 8.
b. Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: $8x + 1 = y^2$.
- C. Résoudre dans $\mathbb{Z}$; $x^2 + 1 \equiv 0[5]$
- D. Soient a et b deux entiers vérifiant $a \equiv 4[5]$ et $b \equiv 3[5]$.
Détermine le reste de la division euclidienne de $7a^2 - 4b^2 + 2ab$ par 5.
- E. a) Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division euclidienne par 7 du nombre $A = n^2 - n + 1$
b) En déduire les solutions de l'équation : $n \in \mathbb{N}$; $n^2 - n + 1 \equiv 0[7]$
c) Déterminer le reste de la division par 7 du nombre $B = (7254)^4 - (7254)^2 + 1$

Exercice 13

- 1) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $6x - 14y = 5$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $6x - 14y = 2$.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système : $\begin{cases} t \equiv 1[3] \\ t \equiv 2[7] \end{cases}$. (On pourra utiliser les résultats précédents).

Exercice 14

- 1) Résous dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation : $5x - 11y = 4$
2) En déduis la résolution dans $\mathbb{Z}$ du système : $\begin{cases} 3\alpha \equiv 1[5] \\ 7\alpha \equiv 9[11] \end{cases}$

Exercice 15

- 1) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $4x + 5y = 103$. (1 pt)
2) Les élèves d'une classe de TSE cotisent pour payer un gâteau qui coûte 5 150 FCFA. Chacun des garçons paye 250 FCFA et chacune des filles paye 200 FCFA. Détermine le nombre de garçons et de filles de cette classe sachant qu'il y a plus de garçons que de filles. De plus le nombre de filles est impair.

Exercice 16

- 1) a) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $23x - 17y = 6$.
b) En déduis les entiers naturels A inférieurs à 1000 tels que dans la division euclidienne de A par 23 le reste soit 2 et dans la division euclidienne de A par 17 le reste soit 8.
2) a) Détermine le plus grand diviseur commun des nombres 21950 et 9525.
b) Détermine l'ensemble des entiers x tels que : $34x \equiv 2[15]$.
c) Résous l'équation $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$: $21950x + 9525y = 1270$.

Exercice 17

On se propose de résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (s) : $\begin{cases} x \equiv 10[23] \\ x \equiv 4[7] \end{cases}$

- 1) Détermine un couple $(\alpha ; \beta)$ d'entiers relatifs solution de l'équation $23\alpha + 7\beta = 1$
2) En déduis un couple (u_0, v_0) solution de l'équation (E) : $23u - 7v = -6$. Résous complètement l'équation (E).
3) Démontre que x est solution de l'équation (S) si et seulement s'il existe un couple $(u ; v)$ d'entiers relatifs vérifiant : $\begin{cases} 23u - 7v = -6 \\ x = 10 + 23u \end{cases}$
En déduis l'ensemble des solutions de (S)
4) Détermine la plus petite solution (entier naturel) de (S) divisible par 16.

Exercice 18

On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E): $2x + 5y = 6$.

- 1) a) Vérifie que $(3; 0)$ est une solution de (E).
b) Résous l'équation (E).
2) Soit $(x; y)$ une solution de (E).
a) Quelles sont les valeurs possibles PGCD(x; y) ?
b) Détermine les couples $(x; y)$, solution de (E), tels que : PGCD(X; y) = 3.

Exercice 19

Un document rédigé comporte **4350** lignes sur plusieurs pages. Une page complète comporte **34** lignes et seule la dernière page est éventuellement incomplète. Calcule le nombre de lignes figurant sur la dernière page. Donner alors le nombre de lignes qu'il faut pour compléter la dernière page et le nombre total de pages utilisées par ce document.

Exercice 20 : Extrait du composition 2008 RD Bamako

A l'occasion de la fête de fin d'année, le comité mathématique distribuait à chaque professeur un colis contenant des bouteilles d'huile, des oranges et des jouets. Tous les colis sont identiques. Il repartit ainsi 124 bouteilles d'huile, 660 oranges et 420 jouets. Sachant qu'il a fait le plus grand nombre possible de colis, détermine le nombre et la composition de chaque colis.

Exercice 21

Partie A :

On considère l'équation $(E) : 11x - 26y = 1$ où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

- Vérifie que le couple $(-7; -3)$ est une solution particulière de (E) .
- Résous l'équation (E) .
- En déduis le couple d'entiers relatifs $(u; v)$ solution de (E) tel que : $0 \leq u \leq 25$.

Partie B :

On assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On code tout nombre entier x compris 0 et 25 de la façon suivante :

- ◆ On calcule $11x + 8$;
 - ◆ On calcule le reste de la division euclidienne de $11x + 8$ par 26, que l'on appelle y ; x est alors codé par y .
 - ◆ La lettre correspondant à x est codée par la lettre correspondant à y .
- Ainsi, par exemple, la lettre L est assimilée au nombre 11 ; $11(11) + 8 = 129$, or $129 \equiv 25[26]$; 25 est le reste de la division euclidienne de 129 par 26. Au nombre 25 correspond la lettre Z . La lettre L est donc codée par la lettre Z .

- Code la lettre W .
- Le but de cette question est de déterminer la fonction de décodage.
 - Montre que si $y \equiv 11x + 8 [26]$, alors $x \equiv 19y + 4 [26]$
 - Décode la lettre W .

Exercice 22

Pour tout entier naturel $n \geq 5$, on considère les nombres

$$a = n^3 - n^2 - 12n \quad \text{et} \quad b = 2n^2 - 7n - 4.$$

- Montrer que a et b sont des entiers naturels divisibles par $n - 4$.
- On pose $\alpha = 2n + 1$ et $\beta = n + 3$. On note d le **pgcd** de a et b .
 - Etablir une relation entre α et β indépendante de n .
 - Démontre que d est un diviseur de 5.
 - Démontre que les nombres α et β sont multiples de 5 si et seulement si $n - 2$ est multiple de 5.
- Montrer que $2n + 1$ et n sont premiers entre eux.
- Déterminer, suivant les valeurs de n et en fonction de n , le **pgcd**($a ; b$).
 - Vérifier les résultats obtenus dans le cas particulier $n = 11$ et $n = 12$.

Exercice 23 : Extrait du composition 2023 RD Bamako (Corrigé dans Doni Maths)

I) Résous dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ l'équation : $3x^2 + 6x + 5 = 0$.

II) 1) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $4z^4 + 3z^2 + 1 = 0$.

2) Ecris le polynôme $4z^4 + 3z^2 + 1$ sous forme de produit de facteurs de deux trinômes du second degré à coefficients réels.

3) Déduis-en que pour tout système de numération de base b supérieur ou égal à 5, le nombre $\overline{40301}$ est multiple de $\overline{211}$.

4) Pour $b = 9$, écris dans cette base, le quotient de $\overline{40301}$ par $\overline{211}$.

Exercice 24 (Corrigé dans Doni Maths)

- I. Les divisions euclidiennes de 7937 et 985 par un entier naturel b donnent comme restes respectifs 56 et 97. Détermine l'entier b .
- II. Un étranger A revient dans votre famille tous les 24 jours et un autre B y revient tous les 18 jours. Le jour du baptême de votre fils Mamadou, les deux étrangers étaient présents chez vous.
- a) A partir de ce jour, combien de jours s'écouleront pour que l'étranger A et l'étranger B se retrouvent pour la première fois chez vous ?
Précise alors le nombre de retours de A et celui de B chez vous à cette date.
- b) En déduis le nombre de jours à observer pour qu'ils se retrouvent chez vous pour la cinquième fois. A cette date, combien de retours chez vous auront fait les étrangers A et B ?

Exercice 25

M. DEMBELE a déposé à la BDM-SA en épargne une somme d'argent de 146777 écrit en base treize, en FCFA, aux taux d'intérêt de 7,5% l'an dans le but de délimiter son champ.

Après une année d'épargne, il décide de retirer la totalité de son argent, afin de délimiter par des poteaux son champ, à la forme d'un trapèze, dont les deux bases mesurent respectivement 119m, 91m et les deux autres côtés mesurent 56m, 35m.

Pour la délimitation, M. DEMBELE a besoin des poteaux à égale distance mesurée en nombre entier de mètre pour un nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet.

Prix unitaire du poteau 9434, écrit en base onze, en FCFA.

Aide M. DEMBELE à vérifier si le montant dont il dispose lui permet de délimiter son champ.

Exercice 26 : Extrait du BAC étrangère 2001

Un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A , qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps B , dont la période d'apparition est de 81 jours. On appelle J le jour de la prochaine apparition **simultanée** des deux objets aux yeux de l'astronome.

Le but de cet exercice est de déterminer la date de ce jour J .

- Soient u et v le nombre de périodes effectués respectivement par A et B entre J_0 et J . Montre que le couple $(u ; v)$ est solution de l'équation $(E_1) : 35x - 27y = 2$. **(0, 75 pts)**
- a. détermine un couple d'entiers relatifs $(x_0 ; y_0)$ solution particulière de l'équation $(E_2) : 35x - 27y = 1$. **(1 pts)**
b. Déduis en une solution particulière $(u_0 ; v_0)$ de (E_1) . **(0, 50 pt)**
c. Détermine toutes les solutions de l'équation (E_1) . **(1 pts)**
d. Détermine la solution $(u ; v)$ permettant de déterminer J . **(0, 5 pts)**
- a. combien de jours s'écouleront entre J_0 et J ? **(0, 75 pts)**
b. Le jour J_0 était le lundi 7 décembre 2015, quelle est la date exacte du jour J ? (L'année 2016 était bissextile c'est-à-dire comptait 366 jours). **(1, 50 pts)**
c. Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine conjonction des deux astres ?

Exercice 27 : Bac série C, modifié (Côte d'Ivoire)

- A. 1. Démontre qu'il existe un couple $(a ; b)$ d'entier relatifs tel que : $45a - 16b = 1$

2. Déduis en une solution de l'équation (E_0): $45x - 16y = 1$.
 3. Résous alors dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E): $45x - 16y = 2$
- B. Deux camions A et B garent régulièrement et périodiquement à l'office du Niger pour le chargement. Le camion A gare tous les 90 jours et B gare tous les 32 jours.
- Le camion A gare un jour j_0 quatre jours plus tard, B gare à son tour à l'office du Niger.
- On note j_1 le jour de la prochaine entrée simultanée des camions à l'office du Niger.
1. Soient u et v le nombre d'entrées à l'office du Niger effectuées respectivement par A et B entre j_0 et j_1 (j_0 non compris). Démontre que le couple $(u ; v)$ est une solution de (E).
 2. Détermine le couple $(u ; v)$.
 3. Calcule le nombre de jours qui s'écoulent entre j_0 et j_1 (j_0 non compris).

Exercice 28 : Extrait du BAC étrangère 2001

- 1) On considère l'équation (1) d'inconnue $(n; m) \in \mathbb{Z}^2$: $11n - 24m = 1$.
 - a) Justifier à l'aide d'un théorème, que cette équation admet au moins une solution.
 - b) En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation (1).
 - c) Déterminer l'ensemble des solutions de (1).
- 2) Recherche du **pgcd** de $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$.
 - a) justifier que 9 divise $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$.
 - b) $(n; m)$ désignant un couple quelconque d'entiers naturels solutions de (1), montrer que l'on peut écrire : $(10^{11n} - 1) - 10(10^{24m} - 1) = 9$.
 - c) Démontrer que $10^{11} - 1$ divise $10^{11n} - 1$. En déduire l'existence de deux entiers M et N tels que : $(10^{11} - 1)N - (10^{24} - 1)M = 9$.
 - d) Montrer que tout diviseur commun à $10^{24} - 1$ et $10^{11} - 1$ divise 9.
 - e) Déduire des questions précédentes le **pgcd** de $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$.

Exercice 29

Etablir que... $\forall (a, b, q) \in \mathbb{Z}^3$, $a \wedge b = b \wedge (a - bq)$. la notation $a \wedge b$ désigne le PGCD des entiers relatifs a et b .

- 1) Montre que $\forall n \in \mathbb{Z}$; $(5n^3 - n) \wedge (n + 2) = (n + 2) \wedge 38$.
- 2) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $(n + 2)$ divise $(5n^3 - n)$.
- 3) Quelles sont les valeurs possibles du PGCD de $(5n^3 - n)$ et $(n + 2)$?
- 4) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $(5n^3 - n) \wedge (n + 2) = 19$.

Bac arithmétique de 2025 à 1996

Bac SE 2025 (Mali)

On se propose de résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (S): $\begin{cases} x \equiv 10[23] \\ x \equiv 4[7] \end{cases}$

1. Détermine un couple (α_0, β_0) d'entiers relatifs, solution de l'équation $23\alpha + 7\beta = 1$.
2. Trouve un couple (u_0, v_0) solution de l'équation (E): $23u - 7v = -6$. Résous complètement l'équation (E).
3. Démontre que x est solution de l'équation (S) si et seulement s'il existe un couple (u, v) d'entiers relatifs vérifiant : $\begin{cases} 23u - 7v = -6 \\ x = 10 + 23u \end{cases}$. Déduis-en l'ensemble des solutions de (S).
4. Détermine la plus petite solution (entier naturel) de (S) divisible par 16.

Bac SE 2024 (Mali) (Pas d'arithmétique)

Bac SE 2023 (Mali)

A l'occasion d'une fête, le gouvernement a renoncé à certaines taxes sur le bétail. Un marchand d'oviné, ayant bénéficié de la subvention, a vendu tous ses animaux (des moutons et des chèvres) faisant ainsi une recette de 1000000 de FCFA. Chaque mouton coûtait 80000 FCFA tandis que la chèvre faisait 50000 FCFA. Sachant que le marchand avait plus de chèvres que de moutons, détermine le nombre de moutons et le nombre de chèvres qu'avait vendu ce marchand.

Bac SE 2022 (Mali)

1. Démontre que pour tout entier naturel n , $3^{6n+2} + 3^{3n+1} + 1$ est divisible par 13.
2. Détermine le chiffre des unités du nombre 17^{97} écrit dans le système décimal.
3. Détermine les entiers naturels a et b ($a < b$) tels que : $\begin{cases} a \times b = 1734 \\ a \wedge b = 17 \end{cases}$.
4. a. Résous, dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation : $17x - 13y = 4$.
b. La division euclidienne d'un entier naturel N par 13 donne pour reste 5. Le même entier divisé par 17 donne pour reste 1.
Quel sera son reste dans la division euclidienne par 221?

Bac SE 2021 (Mali)

- A. On désigne par x un entier naturel supérieur ou égal à 5.
Soient les entiers naturels N et N' qui s'écrivent respectivement $\overline{100x}$ et $\overline{x001}$ dans le système de base $x + 1$.
- 1) Ecris N et N' dans le système de base x .
 - 2) Ecris $N + N'$ dans le système de base $x + 1$.
Déduis-en que $N + N'$ est un multiple de $x + 1$.
 - 3) Donne, dans le système de base x , le quotient q de la division euclidienne de $N + N'$ par $x + 1$.
 - 4) Montre qu'il existe deux entiers naturels a et b tels que : $\overline{ab}^x \times \overline{aaa}^x = q$.
- B. Détermine tous les couples $(\alpha; \beta)$ d'entiers naturels non nuls vérifiant :
 $PGCD(\alpha; \beta) + PPCM(\alpha; \beta) = \beta + 9$.

Bac SE 2020 (Mali)

1. Démontre que pour tout entier naturel n , $2^{3n} - 1$ est un multiple de 7. En déduis que $2^{3n+1} - 2$ et $2^{3n+2} - 4$ sont des multiples de 7.

2. Détermine les restes de la division par 7 des puissances de 2.
3. Pour tout $p \in \mathbb{N}$, on considère le nombre $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$.
 - a. Si $p = 3n$, quel est le reste de la division de A_p par 7 ?
 - b. Démontre que si $p = 3n + 1$ alors A_p est divisible par 7.
 - c. Étudie le cas où $p = 3n + 2$.

Bac SE 2019 (Mali)

Une roue d'engrenage (A) a douze dents.

Elle est en contact avec une roue (B) de 18 dents. Au bout de combien de tours de chacune d'elles seront-elles de nouveau, et pour la première fois, dans la même position ?

- a. (A) est maintenant en contact avec une roue dentée (C), ayant plus de 12 dents. Après 10 tours de (A), les deux roux sont, de nouveau pour la première fois, dans la même position. Détermine le nombre de dents de la roue (C).

Bac SE 2018 (Mali)

On considère l'équation (E) : $8x + 5y = 1$, où (x, y) est un couple de nombres entiers relatifs.

1. a. Donne une solution particulière de l'équation (E).
b. Résous l'équation (E). 2. Soit N un entier naturel tel qu'il existe un couple (a, b) de nombres entiers vérifiant :
$$\begin{cases} N = 8a + 1 \\ N = 5b + 2 \end{cases}$$
 - a. Montre que le couple $(a, -b)$ est solution de (E).
- b. Quel est le reste, dans la division de N par 40 ?
 3. a. Résous l'équation $8x + 5y = 100$, où (x, y) est un couple de nombres entiers relatifs.
b. Au VIII^e siècle, un groupe composé d'hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monnaie dans une auberge. Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune. Combien pouvait il y avoir d'hommes et de femmes dans le groupe ?

Bac SE 2017 (Pas d'arithmétique)

Bac SE 2016 (Mali)

I-/ On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525m et 285m. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle. Calcule :

1°/ La distance comprise entre deux arbres. (0,5pt)

2°/ Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ. (1pt)

II-/ On considère l'équation (E) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

1°/ Vérifie que le couple $(-7 ; -3)$ est une solution de (E). (0,5pt)

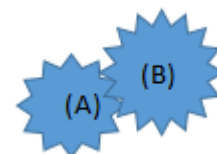
2°/ Résous alors l'équation (E). (1pt)

3°/ En déduis le couple d'entiers relatifs (p, q) solution de (E) tel que : $0 \leq p \leq 25$.

Bac SE 2015 (Mali)

α et β sont deux entiers naturels et $N = 2^\alpha \times 3^\beta$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N .

1. Prouvez que $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$.



2. Déduisez en les valeurs de N .

Bac SE 2014 (Mali/Bamako)

On se propose de résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (S) : $\begin{cases} x \equiv 10[23] \\ x \equiv 4[7] \end{cases}$.

1. Déterminez un couple $(\alpha; \beta)$ d'entiers relatifs solution de l'équation $23\alpha + 7\beta = 1$.
2. En déduire un couple $(u_0; v_0)$ solution de l'équation (E): $23u - 7v = -6$. Résoudre complètement l'équation (E).
3. Démontrez que x est solution de l'équation (S) si et seulement si il existe un couple $(u; v)$ d'entiers relatifs vérifiant : $\begin{cases} 23u - 7v = -6 \\ x = 10 + 23u \end{cases}$.
En déduire l'ensemble des solutions de (S).
4. Déterminez la plus petite solution (entier naturel) de (S) divisible par 16.

Bac SE 2014 (Mali/Région)

A.

I. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E): $11x + 8y = 79$.

1) Montre que si $(x; y)$ est solution de (E) alors $y \equiv 3[11]$.

2) Résous alors l'équation (E).

II. Le prix total de 41 pièces détachées réparties en trois lots est de 48000F.

Le prix d'une pièce du 1er lot est 4800F; le prix d'une pièce du 2ème lot est 3600F et le prix d'une pièce du 3ème lot est 400F.

Détermine le nombre de pièces de chaque lot.

B. Dans une classe de terminale, la taille moyenne des élèves est de 167 cm. La taille moyenne des filles est de 160 cm et la taille moyenne des garçons est de 173,5 cm. Quelle est l'effectif de la classe sachant qu'il est compris entre 50 et 60.

C. Le vieux Yara a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte les cinq chiffres x, y, z, t et h dans cet ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendrait à celui de ses héritiers qui trouverait la combinaison à partir des données suivantes :

☞ Le 1^{er} chiffre est pair;

☞ La somme des deux premiers chiffres est 15 ;

☞ Le troisième est la différence des deux premiers (le 1^{er} moins le 2^{ème});

☞ Le 1^{er} chiffre est le produit du troisième par le quatrième ;

☞ Le nombre est divisible par 9.

Quelle est la combinaison cherchée ?

Bac SE 2013 (Mali)

I- / 1°/ Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $x^3 - y^3 = 631$. (1pt)

2°/ a) Trouvez le reste de la division euclidienne de 111 par 7 et de 10^n par 7 suivant les valeurs de l'entier naturel n (0,5pt)

b) Soit l'entier naturel $N = 999\,888\,777\,666\,555\,444\,333\,222\,111$.

– Montrez que N peut s'écrire en fonction de 111. (0,5pt)

– Quel est le reste de la division euclidienne de N par 7 ? (1pt)

Bac SE 2012 (Mali)

Deux commerçantes, Awa et Fanta se rendent au marché pour acheter des mangues. Chaque mangue coûte 5F l'unité. Awa dit à Fanta, je dispose d'un montant égal à m_1 Francs et Fanta répond, moi aussi j'ai une somme égale à m_2 Francs.

L'entier m_1 s'écrit $m_1 = 1x00y2$ dans le système de numération de base huit et m_2 s'écrit $m_2 = x1y003$ dans le système de numération de base sept.

- 1) Détermine les chiffres x et y pour que chacune des deux commerçantes puisse, avec la totalité de son argent, acheter un nombre maximum de mangues.
- 2) Détermine le montant que dispose chacune des commerçantes. En déduire le nombre de mangues que chacune d'elles peut acheter.
- 3) a-) Décompose m_1 et m_2 en produit de facteurs premiers.
b-) Déduis en le nombre de diviseurs de m_1 et m_2 puis le pgcd($m_1 ; m_2$).
- 4) Résous dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $m_1 u + m_2 v = 5$ où u et v sont deux entiers relatifs.

BAC SE 2011 (Mali)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on donne le point $A(12; 18)$. On désigne par B un point de l'axe $(O; \vec{i})$ et par C un point de l'axe $(O; \vec{j})$ tels que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2}$.

On appelle x l'abscisse de B et y l'ordonnée de C .

- 1) Démontre que le couple $(x; y)$ est solution de l'équation (E): $2x + 3y = 78$.
- 2) On se propose de trouver tous les couples de points $(B; C)$ ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs.
 - a) Montre que l'on est ramené à l'équation (E), avec x et y appartenant à l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs.
 - b) A partir de la définition de B et de C trouve une solution particulière $(x_0; y_0)$ de (E).
 - c) Démontre qu'un couple $(x; y)$ est solution de (E) si et seulement si $(x; y) = (12 + 3k; 18 - 2k)$ où k est un entier relatif.
 - d) Combien y a-t-il de couples de points $(B; C)$ ayant pour coordonnées des nombres entiers relatifs, tels que : $-6 \leq x \leq 21$ et $-5 \leq y \leq 14$?

Bac SE 2010 (Mali) (Pas d'arithmétique)

BAC SE 2009 (Mali)

A. Démontre par récurrence que :

$$a) (n+1)! \geq \sum_{i=1}^n i! ; \quad b) \sum_{i=1}^n i \times i! = (n+1)! - 1$$

B. Un ouvrier dispose d'une plaque de métal rectangulaire de 110cm de longueur sur 88cm de largeur. Il veut découper dans cette plaque des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.

- a.) Déterminer la longueur du côté du carré qui convient. (0,5pt)
- b.) Déterminer le nombre de carrés qu'il pourra découper dans la plaque de métal.

BAC SE 2008 (Mali)

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans le système de numération de base sept.

1°/ Détermine x pour que :

- a) A soit divisible par six.
- b) A soit divisible par cinq.
- c) Déduis en qu'il existe x tel que A soit divisible par trente.

2°/ On donne à x la valeur zéro, détermine l'écriture décimale de A . Dans ce cas quel est le nombre de diviseurs positifs de A ? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec trois ?

BAC SE 2007 (Mali)

1°/ On appelle nombre triangulaire tout entier naturel qui peut s'écrire sous la forme

$\frac{a^2+a}{2}$ avec a un entier naturel non nul.

- a.) Démontrer que si n est la somme de deux nombres triangulaires, alors $4n + 1$ est la somme de deux carrés. (1pt)
- b.) On pose $n = 3$; $4n + 1$ est-il la somme de deux carrés d'entiers ? Etudier la réciproque de la propriété a.) (1pt)

BAC SE 2006 (Mali)

a-/ Décomposer les nombres 450 et 320 en produit de facteurs premiers (0,5 pt)

b-/ Quel est le PGCD de 450 et de 320. (0,5 pt)

c-/ Une pièce rectangulaire a pour dimension 4,5m et 3,2m. On souhaite carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe. Quel est le plus grand côté possible (en cm) de la dalle carrée ? (1pt).

BAC SE 2005 (Mali)

a) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N} : 5^{3n} - 3^{3n}$ est divisible par 49.

b) En déduire que si l'entier n n'est pas multiple de 3 alors $\forall n \in \mathbb{N} : 5^{2n} + 15^n + 3^{2n}$ est divisible par 49.

BAC SE 2004 (Mali)

A.

a) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation d'inconnue $(p, q) : 11p - 7q = 1$

b) La division euclidienne d'un entier naturel n par 7 donne pour reste 4 ; le même entier divisé par 11 donne pour reste 3. Quel sera son reste dans la division par 77 ?

c) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n inférieures à 200.

B. Soit (U_n) une suite arithmétique croissante d'entiers naturels.

a)- Sachant que $u_1 + u_2 + u_3 = 105$; calculer u_2 .

b)- On désigne par m et d respectivement le PPCM et le PGCD de u_1 et u_3 ;

Sachant que $\frac{m}{d} = 12$; déterminer u_1 et u_3 .

c)- En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Calculer $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ en fonction de n .

Déterminer n pour que S_n soit égale à 525.

BAC SE 2003 (Mali)

- 1-/ Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs $(\alpha ; \beta)$ dans chacun des cas suivants a) $17\alpha - 19\beta = 2$ (0,5pt) b) $17\alpha - 19\beta = -2$ (0,5pt)
- 2-/ Déterminer l'ensemble des entiers n tels que :
- a) $n \equiv 0[17]$ et $n \equiv -2[19]$ (0,5pt)
- b) $n \equiv 0[19]$ et $n \equiv -2[17]$ (0,5pt)
- 3-/ En déduire l'ensemble des entiers n tels que $n^2 + 2n$ soit divisible par 323. (1pt)

BAC SE 2002 (Mali)

Un lot à usage d'habitation a la forme d'un trapèze dont les deux bases mesurent respectivement 30m et 21m ; les deux autres côtés mesurent 18m et 12m. Pour la clôture, le propriétaire a besoin des poteaux de support à égale distance mesurée en nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet.

- 1) Quelle est la distance entre deux poteaux ?
- 2) Déterminer le nombre de poteaux nécessaires à la clôture.

BAC SE 2001 (Mali)

1. Le système de numération est le système décimal.
- a) Déterminer l'entier naturel : $N = \text{P.G.C.D}(17787 ; 689 ; 297)$
- b) Résoudre l'équation : $\{(x ; y) \in \mathbb{Z}^2 : 13x - 84y = 7\}$
2. a) Déterminer tous les couples $(a ; b)$ d'éléments de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ tels que ; $\begin{cases} a \times b = 0 \\ a - b = 5 \end{cases}$
- b) Résoudre dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 + 3x - 4 = 0$
- c) Démontrer que, quel que soit l'entier naturel n , on a : $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$.

BAC SE 2000 (Mali)

Ecrire en base deux, puis en base seize, l'entier naturel $N = 6932$.

BAC SE 1999 (Mali)

- 1) Soit $n \in \mathbb{N}$.
- a) Déterminer suivant les valeurs de n , le reste de la division par 7 de l'entier 3^n . en déduire le reste de la division par 7 de l'entier naturel $(506390)^{128}$.
- b) Dans le système de numération décimale, on considère l'entier naturel $\overline{651x}$. Déterminer x pour que $(506390)^{128} + \overline{651x}$ soit divisible par 7.
- 2) a) Déterminer le plus grand diviseur commun 21590 et 9525.
- b) Déterminer l'ensemble des entiers x tels que : $34x \equiv 2[15]$.
- c) Résoudre l'équation : $(x, y) \in \mathbb{Z}^2, 21590x + 9525y = 1270$.
- d) Quel est le chiffre des unités de l'entier naturel 7^{1980} écrit dans le système décimal ?

BAC SE 1998 (Mali)

- 1) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a :

$$3^{2n+3} + 2^{n+3} \equiv 0[7].$$

2) Résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 + 2x + 6 = 0$

3) Résoudre le système : $(a, b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*, \begin{cases} a^2 - b^2 = 405 \\ 3m = ab \end{cases}$ m étant le P.P.C.M des entiers a et b .

BAC SE 1997 (Mali) (Pas d'arithmétique)

BAC SE 1996 (Mali)

Soit m un nombre entier

1. Montrer que l'équation : $(x, y) \in \mathbb{Z}^2, 6y - 3x = m$ admet des solutions si et seulement si m est multiple de 3.

2. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ les équations :

a) $6y - 3x = 5$ b) $6y - 3x = 3$

3. Dédurre de ce qui précède les solutions dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation :

$$(6y - 3x - 4)(6y - 3x + 4) = 1$$