

COURS PRIAMS



PREPABAC 2026

MATHÉMATIQUES



"ARITHMÉTIQUE"

Opération un exercice par jours

Du 22/12/25 au 28/12/25

M. MOUHAMAD SARRE

70647469 / 65360170

Exercice 1 : Lundi 22 décembre 2025

I// On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $13x + 47y = 1$.

- 1) Justifie que (E) admet au moins une solution $(x_0 ; y_0)$ dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
- 2) A l'aide de l'algorithme d'Euclide, détermine une solution particulière de (E).
- 3) Détermine l'ensemble des solutions de l'équation (E).
- 4) Pendant son séjour à Bamako pour ses affaires, M. COULIBALY a effectué des réservations dans deux types d'hébergements : l'hébergement A et l'hébergement B. Une nuit en hébergement A coûte 13.000 F CFA et une nuit en hébergement B coûte 47.000 F CFA. Le coût total de sa réservation a été de 524.000 F CFA. Détermine le nombre de nuitées passées respectivement en hébergement A et en hébergement B.

II//

- 1) Démontre par récurrence que :
 - a) $\forall n \geq 1, \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.
 - b) $\forall n \in \mathbb{N}, \text{ on a : } 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \text{ est divisible par } 17$.
- 2) Détermine l'entier naturel qui, divisé par 23, a pour reste 1 et qui, divisé par 17, a le même quotient et pour reste 13.
- 3) a) Ecris dans le système binaire le nombre 127.
b) Ecris dans le système décimal le nombre $\overline{432}^6$ et $\overline{FCFA}^{16}$.
- 4) Sachant que $13 = 12 + 1$, écris 13^8 dans le système de base 12.
- 5) Ecris le nombre 100100100110101^2 dans le système octal sans passer par le système décimal.

Exercice 2 : Mardi 23 décembre 2025

I//

- 1) Détermine le reste de la division euclidienne 2019^{2023} par 7.
- 2) Démontre que pour tout entier naturel $n, 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 17.
- 3) Résous dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z} : x^2 + 3x - 4 = 0$.
- 4) On désigne par a et b des entiers naturels tels que $a \leq b$. Résous le système :
$$\begin{cases} PGCD(a; b) = 5 \\ PPCM(a; b) = 170 \end{cases}$$

II// Le même entier naturel N s'écrit $\overline{abcca}$ dans la base 5 et $\overline{bbab}$ dans la base 8.

- 1) Montre que $309a + 15c = 226b$.
- 2) En déduis que $b \equiv 0[3]$ puis en déduis la valeur de b .
- 3) Montre que $3a \equiv 1[5]$ puis en déduis les valeurs de a et c .
- 4) Ecris N dans le système décimal.

M. SARRE
70647469
65360170

Exercice 3 : Mercredi 24 décembre 2025

I// Un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A qui apparaît périodiquement tous les 105 jours.

Six jours plus tard il observe le corps céleste B dont la période d'apparition est de 81 jours.

On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l'astronome.

Soient u et v les nombres de périodes effectuées respectivement par A et B entre J_0 et J_1 .

- 1) Après avoir montré que le couple (u, v) est solution de l'équation (E) : $35x - 27y = 2$, détermine le nombre de jours qui s'écouleront entre J_0 et J_1 .
- 2) Le jour J_0 étant le 12 novembre 2018, quelle est la date du jour J_1 ? NB : L'année 2020 est une année bissextile.
- 3) Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine conjonction des astres ?

II// Soit dans $\mathbb{Z}$ le système (S) :
$$\begin{cases} n \equiv 13[19] \\ n \equiv 6[12] \end{cases}$$

- 1) a) Démontre qu'il existe un couple $(u ; v)$ d'entiers relatifs tel que : $19u + 12v = 1$.
b) Vérifie que, pour un tel couple, le nombre $N = 13 \times 12v + 6 \times 19u$ est une solution de (S).
- 2) a) Soit n_0 une solution de (S), vérifie que le système (S) équivaut à
$$\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$$

b) Démontre que le système
$$\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$$
 équivaut à $n \equiv n_0[12 \times 19]$.
- 3) a) Trouve un couple $(u ; v)$ solution de l'équation $19u + 12v = 1$ et calcule la valeur de N correspondante.
b) Détermine l'ensemble des solutions de (S). (on pourra utiliser la question 2) b)).
- 4) Un entier naturel n est tel que lorsqu'on le divise par 12 le reste est 6 et lorsqu'on le divise par 19 le reste est 13. On divise n par $228 = 12 \times 19$. Quel est le reste r de cette division ?

Exercice 4 : Jeudi 25 décembre 2025

I// Un collectionneur possède 432 timbres français et 384 timbres étrangers. Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de timbres français et étrangers.

- 1) Quel nombre maximal de lots peut-il réaliser ?
- 2) Quel est le nombre total de timbres par lot ?

II// Soit dans $\mathbb{Z}$ le système (S) : $\begin{cases} x \equiv 7[21] \\ x \equiv 11[13] \end{cases}$.

- 1) Justifie que $x_0 = 154$ est une solution particulière de (S).
- 2) Résous alors le système (S).
- 3) Une marchandise est emboîtée dans des cartons à 21 pièces, le dernier carton ne contient que 7 pièces, et si elle est emboîtée dans des cartons de 13 pièces, le dernier carton contiendra exactement 11 pièces.
Détermine tous les nombres possibles de pièce de cette marchandise sachant qu'il est inférieur à 1000 pièces.

Exercice 5 : Vendredi 26 décembre 2025

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$, (unité graphique : 2 cm).

On considère la transformation f du plan qui, à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' définie par :

$z' = ze^{i\frac{5\pi}{6}}$ et on définit une suite de points $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de la manière suivante : M_0 a pour d'affixe $z_0 = e^{i\frac{\pi}{2}}$ et, pour tout entier naturel n , $M_{n+1} = f(M_n)$.

On appelle z_n l'affixe de M_n .

- 1) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de f , place les points $M_0; M_1$ et M_2 .
- 2) Montre que pour tout entier naturel n , on a l'égalité $z_n = e^{i(\frac{\pi}{2} + \frac{5n\pi}{6})}$.
(On pourra utiliser un raisonnement par récurrence).
- 3) Soient n et p deux entiers naturels tels n est supérieur ou égal à p . Montre que les points M_n et M_p sont confondus si et seulement si, $(n - p)$ est un multiple de 12.
- 4) a) On considère l'équation (E) : $12x - 5y = 3$ où x et y sont des entiers relatifs.
Après avoir vérifié que le couple $(4; 9)$ est solution, résous l'équation (E).
b) En déduis l'ensemble des entiers naturels n tels que, M_n appartienne à la demi-droite $[Ox)$.

Exercice 6 : Samedi 27 décembre 2025

I//

- 1) Détermine les entiers x et y tels que $N = \overline{3x92y}$ soit divisible par 3 et 5.
- 2) Détermine suivant les valeurs de l'entier naturel n , le reste de la division de 4^n par 7.
- 3) Démontre que pour tout entier naturel n , $3^{6n+2} + 3^{3n+1} + 1$ est divisible par 13.
- 4) Détermine le chiffre des unités du nombre 17^{97} écrit dans le système décimal.
- 5) On donne $K = \overline{2103211}^4$.

Détermine dans le système décimal le reste de la division de K par 7.

- 6) Résous dans $\mathbb{Z}/29\mathbb{Z}$: $x^2 - 27x + 15 = 0$.

II//

- 1) On pose $d = \text{PGCD}(a; b)$ et $m = \text{PPCM}(a; b)$.

Détermine les couples $(a; b)$ d'entiers naturels non nuls tels que : $\begin{cases} m - 3d = 108 \\ 10 < d < 15 \end{cases}$.

- 2) Pour quelles valeurs de l'entier naturel n , le nombre $\frac{2n+18}{n+3}$ est-il irréductible ?
- 3) Montre que, pour tout entier relatif n , les entiers $7n + 18$ et $10n^2 + 51n + 65$ sont premiers entre eux.

Exercice 7 : Dimanche 28 décembre 2025

I// Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et de photos portrait. Il dispose de 160 photos de paysage et 224 portraits.

- 1) Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?
- 2) Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits ?

II// Pour tout entier naturel n non nul, on pose $S(n)$ la somme de tous les diviseurs positifs de n .

Par exemple $\mathcal{D}_8 \cap \mathbb{N} = \{1; 2; 4; 8\}$ donc $S(8) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$.

- 1) Calcule $S(n)$ pour les valeurs suivantes : 3; 6; 11 et 18.

- 2) a) Pour p entier naturel premier, prouve que $S(p) = p + 1$.

b) Démontre par récurrence sur α que si p est un entier naturel premier alors : $S(p^\alpha) = \frac{p^{\alpha+1}-1}{p-1}$; $\alpha \in \mathbb{N}^*$.

On remarquera que : $S(p^{\alpha+1}) = S(p^\alpha) + p^{\alpha+1}$.

- 3) En déduis : $S(2^7)$; $S(243)$ et $S(625)$.