

Mathématiques	Série 01	
Niveau : 2 ^{ème} sc		A.S. 2025-2026

Exercice 1

Soit $n = 1357b8a$ un entier naturel à 7 chiffres.

- 1) Trouver les chiffres a et b pour que l'entier n soit divisible par 3 et 5.
- 2) Montrer que n est divisible par 11 si et seulement si $a + b + 10$ est divisible par 11.
- 3) Déterminer l'entier n qui soit divisible à la fois par 11, par 5 et par 3.
- 4) Pour la valeur de n trouvée en question 3), on pose $x = 5n + 31$ et $y = 3n + 12$.

Soit $d = \text{PGCD}(x, y)$.

- a) Déterminer les valeurs possibles de d .
- b) Dédire que x et y sont premiers entre eux.

Exercice 2

- 1) Soit P le trinôme défini par $P(x) = x^2 - 5x + 6$.
 - a) Donner le tableau de signe de $P(x)$.
 - b) Déterminer en justifiant le signe de $P(\sqrt{3} + 1) \times P(\frac{2023}{2024})$.
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $|P(x)| + P(x) = 0$.
- 2) Soit Q le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par $Q(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$.
Vérifier que $Q(x) = (x^2 + 3x + 2)(x^2 - 5x + 6)$.
- 3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$
 - a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .
 - b) Montrer que pour tout $x \in D$, $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$.
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 0$.
- 4) a) vérifier que pour tout $x \in D$, $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$.
b) calculer alors la somme $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{2023 \times 2024}$.

Exercice 3

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A . on désigne par J le milieu du segment $[AB]$ et I le barycentre de $(A, 3)$ et $(B, -1)$.

- 1) a) Vérifier que A est le milieu du segment $[IJ]$.
b) Construire le point I .
- 2) Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $2\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$.
Montrer que f est la translation de vecteur $\overrightarrow{CI}$.
- 3) On désigne par E et F les images respectives de A et B par f . Construire E et F .
- 4) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC .
 - a) Déterminer et construire l'ensemble (C') image de (C) par f .
 - b) Montrer que $IJFE$ est un carré.
 - c) Dédire que J est un point de (C') .
- 5) Soit $\Delta = \{M \in P / \|3\overrightarrow{M'A} - \overrightarrow{M'B}\| = 2\overrightarrow{M'F}\}$.
 - a) Montrer que Δ est la médiatrice de $[BC]$. La droite Δ recoupe (C) au point D .
 - b) Déterminer $\Delta' = f(\Delta)$.
 - c) En déduire que $f(D) = J$.