

Lycée S.de Brazza B  
 Direction des études  
 Département de Mathématiques  
 Prof : G.Ulrich Binaki  
 Tel : 06 941 37 47

**Sujet de préparation N°1**

**Epreuve : Mathématiques**

**Niveau : Terminale C**

**Exercice 1 :**

- 1) Soit  $(E)$  l'équation :  $7x - 3y = 1$ 
  - a- Montrer que  $(E)$  possède des solutions dans  $\mathbb{Z}$ .
  - b- Résoudre  $(E)$ .
  - c- Montrer que si le couple  $(x, y)$  est solution alors  $x$  et  $y$  sont premiers entre eux.
- 2) Soit  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs vérifiant la relation  $E : 7a - 3b = 29$ 
  - a- On désigne par  $D$  le PGCD de  $a$  et  $b$ .  
 Montrer que les seuls valeurs possibles de  $D$  sont 1 et 29.
  - b- Résoudre  $\begin{cases} 7a - 3b = 29 \\ D = 29 \end{cases}$
  - c- Soit  $M$  le PPCM de  $a$  et  $b$ .  
 Résoudre  $\begin{cases} 7a - 3b = 29 \\ D = 29 \\ M = 1044 \end{cases}$
- 3) Résoudre  $\begin{cases} 7a - 3b = 29 \\ PGCD(a, b) = 1 \end{cases}$

**Exercice 2 :**

Dans le plan orienté, on considère un losange  $ABCD$  direct de centre  $O$  tel que :  
 $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$  ; et soient les points  $I, J, K$  et  $L$  les milieux respectifs des segments  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[CD]$  et  $[DA]$  ; soit  $P$  le point  $P \in [OA]$  tel que le triangle  $PBD$  soit rectangle en  $P$ .

On considère les transformations suivantes :

$S_1$  : la réflexion d'axe  $(BD)$  ;  $S_2$  : la réflexion d'axe  $(BC)$

- 1)
  - a- Placer les données précédentes sur une figure qui sera complétée au fur et à mesure.  
 (Pour une meilleure, prendre  $(AC)$  horizontale et  $AB > 5\text{cm}$ )
  - b- Déterminer les images des deux points  $B$  et  $C$  par  $S_1$ .

- 2) Soient  $r_1$  et  $r_2$  deux rotations d'angles respectifs  $\theta_1$  et  $\theta_2$  telles que :  $\begin{cases} r_1(B) = A \\ r_1(C) = B \end{cases}$  et  $\begin{cases} r_2(C) = A \\ r_2(B) = B \end{cases}$

- a- Déterminer  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .
- b- Soit  $\Omega$  le centre de  $r_1$ , montrer que  $\Omega = D$ .
- 3) On pose  $g = r_1 \circ S_2$
- a- Déterminer  $g(B)$  et  $g(C)$ .
- b- Déterminer la nature de  $g$  puis donner sa forme réduite.
- 4) Soit  $(\mathcal{E})$  l'ellipse de foyers  $B$  et  $C$  et passant par  $O$ , et soit  $2a, (a > 0)$  la longueur du grand axe de  $(\mathcal{E})$ .
- a- Montrer que  $K \in (\mathcal{E})$  et  $CP = 2a$ .
- b- En déduire une construction géométrique (à justifier) des deux sommets de l'axe focal de  $(\mathcal{E})$ ; puis les deux autres sommets.
- c- Construire  $(\mathcal{E})$  sur la même figure.
- 5) On pose  $r_1(\mathcal{E}) = (\mathcal{E}_1)$ ;  $r_2(\mathcal{E}) = (\mathcal{E}_2)$ ;  $S_1(\mathcal{E}) = (\mathcal{E}_3)$ ;  $g(\mathcal{E}) = (\mathcal{E}_4)$ .
- a- En utilisant les questions précédentes déterminer  $(\mathcal{E}_1)$ ,  $(\mathcal{E}_2)$ ,  $(\mathcal{E}_3)$  et  $(\mathcal{E}_4)$ .
- b- Construire  $(\mathcal{E}_1)$ ; puis les points  $:(K_i)_{1 \leq i \leq 4}$  tels que :  $r_1(K) = K_1$ ;  $r_2(K) = K_2$ ;  $S_1(K) = K_3$ ;  $g(K) = K_4$ .
- Quelle remarque peut-on tirer ?

### **Exercice 3 :**

Soit  $F$  la fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$  et définie par  $F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$ . On note  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Unité graphique 2cm.

- 1- Etudier la parité de  $F$ . (On pourra utiliser le changement de variable suivant :  $u = -t$ )
- 2- Etudier le sens de variation de  $F$ .
- 3- a) Démontrer que  $\forall t \geq 1$ , on a :  $\frac{1}{\sqrt{1+t^4}} \leq \frac{1}{t^2}$ .
- b) En déduire que :  $\forall x > 0$  on a :  $F(x) \leq F(1) + 1 - \frac{1}{x} < F(1) + 1$ .
- c) En déduire que  $F$  admet en  $+\infty$  une limite  $l$  puis montrer que :  $0 \leq l < F(1) + 1$ .
- 4- Dresser le tableau de variation de  $F$ .
- 5- Tracer  $(\mathcal{C})$ .

### **Exercice 4 :**

On donne la série statistique suivante à deux variables :

|       |      |      |      |      |     |
|-------|------|------|------|------|-----|
| $x_i$ | 1, 2 | 1, 4 | 1, 6 | 1, 8 | 2   |
| $y_i$ | 13   | 12   | 14   | 16   | $a$ |

, avec  $a \in \mathbb{R}$

Par la méthode des moindres carrés, on a : obtenu l'équation de la droite  $(\mathcal{D})$  de régression de  $Y$  par rapport à  $X$  :  $Y = 9X + 0,6$ .

- 1) a- Calculer  $\overline{X}$ .
- b- Exprimer la moyenne  $\overline{Y}$  en fonction de  $a$ .
- 2) En déduire  $a$ .
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$  de la série  $(X, Y)$ .