

Barycentre

Exercice 1

Soit ABC un triangle, D la barycentre de (A,1)(B,2)(C,3), E le barycentre de (A,2)(B,3)(C,1) et F le barycentre de (A,3)(B,1)(C,2).

Montrer que le centre de gravité du triangle ABC est aussi le centre de gravité du triangle DEF.

Exercice 2

A et B sont deux points distincts.

On considère C le barycentre de (A,2)(B,3) et D le barycentre de (A,3)(B,2).

a) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = 10$.

b) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que :

$$|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$$

Exercice 3

Soit ABC un triangle .

a) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{BC}$.

b) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|$$

Exercice 4

A, B, C et D sont quatre points distincts.

On note K le barycentre de (A,3)(B,1), J le milieu de [DC], G le centre de gravité de BCD et I le milieu de [AG].

Montrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 5

Soit ABCD un parallélogramme de centre O, G le barycentre de (A,2)(B,1) et H le barycentre de (C,2)(D,1).

a) Montrer que les droites (AC), (BD) et (GH) sont concourantes.

b) Soit E le barycentre de (G,3)(D,1). Montrer que E est le milieu de [AO].

Exercice 6

1. Construire le barycentre des points $\{(A,1);(B,2)\}$ sachant que $AB = 6 \text{ cm}$.
2. Construire le barycentre des points $\{(A,3);(B,-3)\}$ sachant que $AB = 8 \text{ cm}$.
3. Construire le barycentre des points $\{(A,1);(B,-2)\}$ sachant que $AB = 4 \text{ cm}$.
4. Construire le barycentre des points $\{(M,-3);(N,-2)\}$ sachant que $MN = 10 \text{ cm}$.

Exercice 7

1. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{5MA} + 6\overrightarrow{MB}| = 22$.
2. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{-5MA} + 8\overrightarrow{MB}| = 12$.
3. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{5MA} - 6\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{7MA} - 6\overrightarrow{MB}|$.
4. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{2MA} + 7\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{20MA} - 11\overrightarrow{MB}|$.

Exercice 8

Soit R un repère orthonormé du plan.

1. Construire le barycentre G des points $\{(A,2);(B,3)\}$ sachant que les coordonnées, dans R, de ces points sont A(3;4) et B(-1;2).
2. On note C_1 l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{4MA} + 5\overrightarrow{MB}| = 45$.

Déterminer l'équation de l'ensemble C_1 .

2. On note C_2 l'ensemble des points M du plan tels que $|\overrightarrow{3MA} + 2\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{7MA} - 2\overrightarrow{MB}|$.

Déterminer l'équation de l'ensemble C_2 .

Exercice 9 - Ensemble de points

0. Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, placer les points A(-2 ; 0), B(4 ; 0), C(2 ; 4) et D(0 ; 4).

1. Démontrer que ABCD est un trapèze isocèle.
2. Déterminer les réels α et β tels que O soit le barycentre de (A ; α) (B ; 1) (C ; 1) (D ; β).

3. Soit I le milieu de [BC] et G le point tel que $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

a. Déterminer des réels a et b tels que G soit le barycentre de (A ; a) (D ; b).

b. Démontrer que G, O et I sont alignés. Préciser la position de O sur [GI].

4.

a. Déterminer et construire l'ensemble E_1 des points M du plan tels que

$$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}\|.$$

b. Justifier que O appartient à E_1 .

5.

a. Déterminer et construire l'ensemble E_2 Des points M du plan tels que :

$$\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = 16$$

b. Justifier que B et D appartiennent à E_2 .

Exercice 10 - Carré et parallélogramme

ABC est un triangle de sens direct.

DBA est un triangle isocèle et rectangle en D de sens direct.

ACE est un triangle isocèle et rectangle en E de sens direct.

On construit le point L tel que $\overrightarrow{CL} = \overrightarrow{DB}$.

1. Faire une figure.

2. Démontrer que EDL est un triangle rectangle isocèle en E de sens direct. .

Exercice 11 - Extrait du baccalauréat S sur le barycentre

On considère un triangle ABC du plan .

1.a. Déterminer et construire le point G, barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A;1); (B;-1); (C;1)\}.$$

b. Déterminer et construire le point G', barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A;1); (B;5); (C;-2)\}.$$

2.a. Soit J le milieu de [AB].

Exprimer $\overrightarrow{GG'}$ et $\overrightarrow{JG'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et en déduire l'intersection des droites (GG') et (AB) .

b. Montrer que le barycentre I du système de points pondérés :

$$\{(B;2); (C;-1)\} \text{ appartient à } (GG') .$$

3. Soit D un point quelconque du plan et O le milieu de [CD] et K le milieu de [OA] .

a. Déterminer trois réels a, b, c tels que K soit le barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A;a); (B;b); (C;c)\} .$$

b. Soit X le point d'intersection de (DK) et (AC).

Déterminer les réels a' et c' tels que X soit barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A;a'); (C;c')\} .$$

