

Chapitre 16

Fonctions exponentielle de base a

Soit a un réel strictement positif, et n un entier relatif. On sait que $\ln(a^n) = n \ln a$ donc $a^n = e^{n \ln a}$. On décide alors de généraliser aux réels b .

16.1 Définition

Définition 1

Soit a un réel strictement positif, pour tout réel b , on pose $a^b = e^{b \ln a}$.

Exemples :

$$2^{1,5} = \exp(1,5 \ln 2) \approx 2,83 \quad 3^\pi = \exp(\pi \ln 3) \approx 31,54$$

Propriété 1 (règles de calculs)

Pour tous les réels a et a' strictement positifs et pour tous réels b et b' , on a :

$$a^b \cdot a^{b'} = a^{b+b'}$$

16.2 Racine n-ième d'un réel positif

Définition 2 (et propriété)

Pour tout réel strictement positif a et tout entier naturel non nul n , il existe un unique réel positif b tel que $b^n = a$.

Le réel b est noté $\sqrt[n]{a}$ et s'appelle la racine n -ième du réel positif a . On a :

$$\sqrt[n]{0} = 0 \quad \text{et, pour } a > 0, \quad \sqrt[n]{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{n^2}}.$$

16.3 Fonction exponentielle de base a

Définition 3

Soit a un réel strictement positif et différent de 1.

La fonction $x \mapsto a^x$ définie sur $\mathbb{R}$ s'appelle fonction exponentielle de base a .

Pour tout réel x , $f_a(x) = e^{x \ln a}$ est de la forme e^u , avec $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x \ln a$, donc f_a est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f_a'(x) = (\ln a) e^{x \ln a}$.

Merci d'évaluer Wondershare PDF Converter 4.0.5.

Avec la version d'essai, vous pouvez seulement convertir 5 pages au maximum.

Pour obtenir la version complète, veuillez commander le programme depuis :

<http://cbs.wondershare.com/go.php?pid=1431&m=db>

