

FICHE D'EXERCICES SUR LES FONCTIONS LOGARHIMES ET EXPONENTIELLES :

Exercice1 : Préciser le domaine de validité, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\ln(5 - 2x) = 0$; **b)** $\ln(x - 2) + \ln(x + 1) = \ln(3x - 5)$; **c)** $2 \ln(x - 2) + \ln(3x + 1) = 2 \ln 2$;

d) $(\ln x)^2 - 7 \ln x + 6 = 0$; **e)** $6 \ln^2 x + 7 \ln x - 3 = 0$; **f)** $\ln^3 x - 2 \ln^2 x - \ln x + 2 = 0$;

g) $2 \ln x = \ln 2 + \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln\left(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}\right) + \ln\left(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}\right)$;

Exercice2 : Préciser le domaine de validité, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $e^{x^2+2} = e^{3x}$; **b)** $e^{x^2} = 4$; **c)** $e^{-x-4} - 6 = 0$; **d)** $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$; **e)** $e^x - 10e^{-x} = 3$;

f) $3e^{2x+1} + e^{x+1} = e^{1+\ln 2}$; **g)** $e^{3x} - 2e^{2x} - 8e^x = 0$; **h)** $3e^{3x} - 4e^{2x} - 13e^x + 14 = 0$;

i) $2e^{2x-4} + 5e^{x-2} - 3 = 0$; **j)** $3e^{4x} + 5e^{2x} - 2 = 0$;

Exercice3 : Préciser le domaine de validité, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $\ln(5x^2 + 6x + 1) > 0$; **b)** $\ln(x^2 - 10x + 9) > \ln(3x - 27)$; **c)** $\ln\left(\frac{2x-3}{5x+1}\right) \leq 0$;

d) $2(\ln 2x)^2 - 5 \ln 2x - 3 \leq 0$; **e)** $\ln(x+5) + \ln(x+4) \leq \ln(x+13)$; **g)** $e^{x-6} - 1 > 0$; **h)** $e^{x+2} < 8$; **h)** $e^{2x} - e^x - 12 > 0$; **i)** $e^x - 5 - 6e^{-x} \geq 0$.

Exercice4 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes équations suivantes :

a) $\begin{cases} 2 \ln x - 3 \ln y = 9 \\ \ln x + 5 \ln y = -2 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} \ln(x-2) + 3 \ln(y-1) = 0 \\ 2 \ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} x + y = 15 \\ \ln x + \ln y = \ln 36 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ \ln x + \ln y = \ln 10 \end{cases}$; **e)** $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$; **f)** $\begin{cases} xy = 243 \\ \log_x y + \log_y x = \frac{17}{4} \end{cases}$; **g)** $\begin{cases} e^x + 3e^y = 5 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases}$;

h) $\begin{cases} e^{x+y} = 3 \\ e^x + e^y = 4 \end{cases}$; **i)** $\begin{cases} 2e^x + 3e^y = 5 \\ e^x - e^y = -7 \end{cases}$; **j)** $\begin{cases} \ln(y+1) - \ln(x+4) = -\ln 8 \\ e^x - e^{2y+1} = 0 \end{cases}$; **k)** $\begin{cases} 4^x \cdot (\sqrt{2})^y = 2^{2x+1} \\ 2^x \cdot 8^y = 4^{y-1} \end{cases}$;

l) $\begin{cases} e^{x+\ln 2} - e^{y+\ln 3} = 1 \\ e^{x+\ln 3} - e^{y+\ln 2} = 4 \end{cases}$; **m)** $\begin{cases} e^x e^{2y-1} = 1 \\ e^{x+2} e^y = 2 \end{cases}$; **n)** $\begin{cases} xy = e^2 \\ 3 \log_x y + 3 \log_y x = -10 \end{cases}$.

Exercice5 : Soit le polynôme $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$.

1) Factoriser $P(x)$ en produit de facteurs de degré 1.

- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- 3) En déduire les solutions des équations suivantes :
- $(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$.
 - $e^{3x} + 2e^{2x} - e^x - 2 = 0$.

Exercice6 :

I. Déterminer D_f de f de chacune des fonctions, puis les limites aux bornes de D_f .

a) $f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 1}$; **b)** $f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$; **c)** $f(x) = (x - 1)e^{\frac{2}{x-1}}$; **d)** $f(x) = \ln(e^{x+1} + 2)$;

II. Calculer les intégrales simples suivantes :

$$I_1 = \int_{\ln 3}^{\ln 10} e^x(e^x - 3)dx; \quad I_2 = \int_0^1 e^{2x-1} dx; \quad I_3 = \int_0^1 x e^{x^2-1} dx; \quad I_4 = \int_1^2 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

$I_5 = \int_{\ln 2}^{\ln 6} \frac{e^x}{e^x + 2} dx; \quad I_6 = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x} dx; \quad I_7 = \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx; \quad I_8 = \int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx;$ Calculer à l'aide de la technique d'intégration par parties les intégrales suivantes :

$$J_1 = \int_1^e \ln x dx; \quad J_2 = \int_{-1}^0 \ln(x + 2)dx; \quad J_3 = \int_e^{2e} x \ln x^2 dx; \quad J_4 = \int_0^1 (x + 2)e^x dx;$$

Exercice7 :

I. Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x+5}{(x+1)^2}$.

1) Trouver les réels a et b tels que : $\forall x \neq -1; f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$.

2) En déduire la valeur de $I = \int_0^3 f(x)dx$.

II. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x+5}{x^2-2x-3}$.

1) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

2) Trouver les réels a et b tels que : $\forall x \in D_g; g(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-3}$.

3) En déduire la valeur de $J = \int_0^2 g(x)dx$.

III. Soit la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1}{x(x^2+1)}$.

1) Trouver les réels a , b et c tels que : $\forall x > 0; h(x) = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2+1}$.

2) Calculer $K_1 = \int_{\frac{1}{2}}^1 h(x)dx$

IV. Soit $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$.

1) Calculer I_0 .

2) $\forall n \in \mathbb{N}$, en utilisant une intégration par parties, trouver I_{n+1} en fonction de I_n .

3) En déduire I_1, I_2, I_3 puis I_4 .