

EXERCICES SUR LES FONCTIONS EXPONENTIELLES

EXERCICE 1

Déterminer la dérivée f' de f dans les cas suivants :

- a) $f(x) = e^{2x^2+1}$
- b) $g(x) = (2x+1)e^{2x+1}$
- c) $h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
- d) $r(x) = \frac{3e^x}{e^{2x}+1}$

EXERCICE 2

1) Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes

- a) $e^{2x+1} - 1 = 0$
- b) $e^{x+1} - e^{2x+3} = 0$
- c) $e^{x-1} * e^{3x+5} = 1$
- d) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$
- e) $\frac{2e^x+1}{e^x} = 2e^3 + e^{-x}$
- f) $e^{2x} - 1 > 0$
- g) $\frac{e^x+3}{e^x+1} > 2$
- h) $e^x - e^{2x} \leq 0$
- i) $e^{2x+5} < e^{1-x}$
- j) $7^{2x} - 5 \cdot 7^x + 6 = 0$
- k) $3^{2x-1} = 27$
- l) $5^{x^2-1} = 125$
- m) $5^x = 1$
- n) $(\sqrt{2})^{\frac{1}{x}} = 16^x$
- o) $7^{x-1} \geq 1$

2) Résoudre dans IR les systèmes d'équations

- a) $\begin{cases} 4e^x - 3e^y = 9 \\ 2e^x + e^y = 7 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 5e^x - e^y = 19 \\ e^{x+y} = 30 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} e^{2x} - 7e^{y+1} = -10 \\ x - y = 1 \end{cases}$

EXERCICE 3

Calculer les limites suivantes

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3xe^{-x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^x$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x-5}{3x}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x^3}$
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x+e^{-x}}{3+e^x}$
- f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2} - 3x - 5$
- h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + 3e^{-x} + 1$
- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x-3}{e^x+2}$
- j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x+1}{e^{2x}}$

EXERCICE 4

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

- 1) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
- 2) Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé ; donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0
- 3) Tracer (C) et (T)

- 4) Démontrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ a une solution unique α dans $\mathbb{R}$. Donner une valeur approchée de α

EXERCICE 5

Partie A : étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 15(0.4 - x)e^{-x} + 6$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal unité 2 cm

- 1) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$
 b) Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) Soit f' la fonction dérivée de f
 a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = 15(x - 1.4)e^{-x}$.
 b) Etudier le signe de $f'(x)$
 c) Etablir le tableau de variation de f .
- 3) Représenter la portion de la courbe (C) pour x compris entre 0 et 7
- 4) a) Montrer que l'équation $f(x) = 4.5$ admet entre 0 et 7 deux solutions α et β (on notera α la solution petite des deux solutions)
 c) Donner la valeur arrondie de α à 10^{-2} près.
 d) Donner la valeur arrondie de β à 10^{-2} près
 e) Quel est l'ensemble des solutions dans l'intervalle $[0 ; 7]$ de l'inéquation $f(x) < 4.5$

Partie B : Application

La fonction f est la fonction coût marginal C_M de fabrication d'un produit x exprimé en tonnes (x compris entre 0 et 7) et le coût exprimé en milliers d'euros

- 1) a) Pour quelles productions le coût marginal est-il minimum et quel est ce coût ?
 b) Pour quelles production le coût marginal est-il inférieur à 4.5 ?
- 2) la fonction coût total C_T est une primitive de la fonction coût marginal

- a) Soient g et h les fonctions définies sur $[0 ; 7]$ par :

$$g(x) = 15(0.4 - x)e^{-x} \text{ et } h(x) = (ax + b)e^{-x}$$

h' étant la fonction dérivée de h , calculer $h'(x)$ et déterminer a et b pour que h soit primitive de g

- b) En déduire que $C_T(x) = (15x + 9)e^{-x} + 6x + k$
- c) Déterminer k sachant que les frais fixes s'élèvent à 2000 euros

