

EXERCICE 1

I) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = \ln(x-2)$
- 2) $f(x) = \ln(3x^2 + 3x - 6)$
- 3) $g(x) = \ln(1 - 5x - 6x^2)$
- 4) $g(x) = \ln(x-4) + \ln(x+3)$
- 5) $h(x) = \ln(x) - \ln(4-x)$
- 6) $h(x) = \ln[(2x-4)(3-x)]$
- 7) $q(x) = 2\ln(x^2 - 4)$

II) Déterminer la dérivée des fonctions dans chacun des cas suivants :

- 1) $f(x) = \ln(4x+3)$
- 2) $f(x) = \ln(3x^2 + 4x - 5)$
- 3) $f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$
- 4) $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6) + \ln(x-1)$

EXERCICE 2

I) Simplifier les expressions suivantes :

- 1) $A(x) = \ln\left(\frac{a}{b}\right) + \ln\left(\frac{b}{c}\right)$ ou $a > 0; b > 0; c > 0$
- 2) $B(x) = \frac{1}{3} \ln(a^3)$
- 3) $C(x) = \frac{1}{2} \ln a^4$
- 4) $D(x) = \ln e - 3 \ln e^2 + \ln e^4$
- 5) $F(x) = \ln 2 + \ln(16e) - \ln(4e^2)$

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

- 1) $\ln(x+2) = 0$
- 2) $(x+3)\ln(3x-4) = 0$
- 3) $\ln(x^2 - 1) = \ln(1 - 4x)$
- 4) $(x-1)\ln x < 0$
- 5) $\frac{-x+2}{\ln x} \leq 0$
- 6) $\ln(x+2) \leq \ln(x^2 - 4)$
- 7) $\ln(1-3x) > 0$
- 8) $\ln(2x^2 - 3x - 5) > \ln(x^2 - 4)$

EXERCICE 3

I) Soit une fonction polynôme f définie par : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

2) Dédurre de 1) les solutions dans $\mathbb{R}$ des inéquations :
 $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 \geq 0$ et $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 \leq 0$

II) On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12$

1) Calculer $P(-1)$ et en déduire que $P(x)$ peut s'écrire comme :

$$P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c) \text{ Ou } a; b; c \text{ sont des réels que l'on déterminera.}$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$ et $P(x) \leq 0$

3) Déduire de 1) les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation

$$\ln(2x-3) + 2\ln(x-2) = \ln(-2x^2 + 19x - 24)$$

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 25}{x^2 + x - 6}$ sur $]2; +\infty[$

1) Montrer que f peut s'écrire sous la forme : $f(x) = a + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{x-2}$ ou a ; b et c sont trois réels à déterminer

2) En déduire les primitives de f sur $]2; +\infty[$

3) Calculer l'intégrale de $\int_3^5 f(x) dx$

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$

$$1) \begin{cases} \ln x + \ln y = \ln 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2 - e \\ \ln(x + y) = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \ln x + 2 \ln 5 = \ln 12 - \ln y \\ x + y = \frac{7}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 700 \\ \ln x - \ln y = 2 \ln \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \ln x - \ln y = \ln \frac{3}{4} \\ x - 2y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 25 \\ \ln x + \ln y = 2 \ln 12 \end{cases}$$

EXERCICE 6

I) Etudier intégralement les fonctions

a) $f(x) = \ln(2x+3)$

b) $f(x) = x \ln x + 1$

c) $f(x) = \ln[(x+2)(x-2)]$

II) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $x^2 - 3x - 4 = 0$

b) $x^2 - 3x - 4 < 0$

2) Dédurre de 1) les solutions dans IR des équations et inéquations suivantes :

a) $(\ln x)^2 - 3 \ln x - 4 = 0$

b) $(\ln x)^2 - 3 \ln x - 4 < 0$

c) $(\ln x)^2 - 3 \ln x - 4 \geq 0$

EXERCICE 7

I) Ecrire les nombres suivants en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$

$$A = \ln(12) \quad B = \ln(18) \quad C = \ln\left(\frac{27}{32}\right) \quad D = \ln 4 + \ln\left(\frac{1}{8}\right) - \ln(32) + \ln(0,5)$$

$$E = \ln(64) - \ln(16) + \ln(8) - \ln(0,25)$$

II) Ecrire les nombres sous la forme $\ln a$ ($a > 0$)

$$A = 3 \ln 2 + \ln 3 - \ln(8) - \frac{1}{2} \ln 2 - 3 \ln 3 \quad B = 5 \ln 2 - 4 \ln 3 + 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3$$

$$C = 4 \ln 3 + 2 \ln 2 - 5 \ln 3 \quad D = 3 \ln 5 - 2 \ln 2 + 3 \ln 3$$

$$E = -2 \ln 2 + 3 \ln 3 + 5 \ln 2 - \ln 3$$

III) On donne $\ln 2 = 0,7$ et $\ln 3 = 1,1$

En déduire sans calculer avec la calculatrice, une valeur approchée de chacune des nombres suivants

EXERCICE 8

Exprimer plus simplement les expressions suivantes

1) $A = \ln(12) + \ln(18) - \ln\left(\frac{9}{16}\right)$

2) $B = \ln(e)^2 + e^{\ln x + \ln 2} - \ln(e)^{2x}$