

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants :

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) Calculer les limites aux bornes de D_f

$$a) f(x) = 8xe^x \qquad b) f(x) = e^{2x} + e^x + 1$$

$$c) f(x) = xe^{\frac{1}{x}} \qquad d) \frac{e^x}{\ln x} \qquad e) f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

$$f) f(x) = \ln(1 - e^x) \qquad g) f(x) = \ln(e^x - x)$$

$$h) f(x) = x^2 e^{\sqrt{x+1}} \qquad i) f(x) = e^{-2x+1}$$

$$j) f(x) = e^x \ln x \qquad k) f(x) = (1-x)e^{1-x}$$

$$l) f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \qquad m) f(x) = x^2 e^{-x}$$

Exercice 2:

1) Simplifier l'écriture des nombres réels suivants.

$$a) e^{\ln 1996} \qquad b) e^{-\ln 97}$$

$$c) e^{5 + \ln 3} \qquad d) \ln(\sqrt{e^5})$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$a) e^{-x}(e^{2x} - 4) = 0 \qquad b) e^{x+2} = 3$$

$$c) e^{-2x+3} = 1 \qquad d) e^{x^2} = e^{x+2}$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

$$a) e^{-x} \geq 2 \qquad b) e^{x^2-1} < 1$$

$$c) e^{x^2-3} \leq e^{2x} \qquad d) 2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0$$

Exercice 3 :

1) résoudre les systèmes d'équations suivantes.

$$a) \begin{cases} 4e^x - 3e^y = 9 \\ 2e^x + e^y = 7 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 5e^x - e^y = 19 \\ e^{x+y} = 30 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} e^{2x} - 7e^{y+1} = -10 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad d) \begin{cases} e^x e^y = 10 \\ e^{x-y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 30 \\ \ln x + \ln y = 3 \ln 6 \end{cases}$$

Exercice 4:

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x - 2 \ln \left(\frac{x+2}{x-2} \right)$$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

2) a) Calculer les limites aux bornes de D_f .

b) En déduire l'équation des éventuelles asymptotes à la courbe (C_f)

On notera Δ l'asymptote oblique

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

4) Démontrer que le point $A(0;0)$ est centre de symétrie pour la courbe (C_f) de f .

5) Construire la courbe (C_f)

Exercice 5:

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$$

1) Déterminer deux nombres réels a et b tels que:

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = a + \frac{be^x}{2e^x + 1}$$

2) Etudier et représenter graphiquement la fonction f .

3) De 1) En déduire les primitives de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Exercice 7:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 8(e^{-x} - e^{-2x})$$

I

1) Démontrer que pour tout réel x , on a : $f(x) = \frac{8(e^x - 1)}{e^{2x}}$

2) Démontrer que pour tout réel x , on a : $f'(x) = \frac{8(2 - e^x)}{e^{2x}}$.

En déduire le signe de $f'(x)$.

3) Dresser le tableau de variation de f sur D_f

4) Représenter la fonction f dans un repère orthogonal.

(Unités: 4cm sur ox et 2cm sur oy)

II

On injecte à l'instant $t = 0$ une substance dans le sang d'un animal.

A l'instant t où t est positif et exprimer en seconde, la concentration g de la

substance injectée est : $g(t) = 8(e^{-t} - e^{-2t})$.

On rappelle que la "Concentration" est le rapport entre la quantité du liquide et la quantité du sang qui le contient.

- 1) En utilisant les résultats de la question 1), Donner le tableau de variation de la concentration du sang en fonction du temps t .
- 2)
 - a) Au bout de combien de temps la concentration est elle maximale ?
 - b) Donner une valeur approchée par défaut de ce résultat en centime de secondes.
- 3) Déterminer les instants t_1 et t_2 pour les quels la concentration est égale au quart de sa valeur maximale.