



TD MATHS



Une affaire de l'équation $f(x)=0$ et signe de $f(x)$...

Cas n° 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $1,6 < \alpha < 1,7$.
- 2) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 2 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x - 4.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha > 1$.
- 2) Vérifie que $2,1 < \alpha < 2,2$.
- 3) Démontre que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, f(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, f(x) > 0 \end{cases}$

Cas n° 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 2.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .
- 2) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 1.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{9}{4}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .
- 2) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 6 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 + 3x + 8.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$ une solution unique α dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,1.
- 2) En déduis le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

M. SARRE

70647469

65360170

Cas n° 7 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 2.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$	-3	$+\infty$

- 1) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions $\alpha \in]-\infty; -1[$ et $\beta \in]-1; +\infty[$.
- 2) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 8 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$

- 1) Calcule $f(1)$ et $f(5)$.
- 2) En déduis le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Cas n° 9 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x - 18.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$		
$f(x)$	$-\infty$	-16	-20	$+\infty$

Calcule $f(3)$ et en déduis le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 10 :

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 + 2x^2.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$		
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{32}{27}$	0	$+\infty$

- 1) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dont l'une est $\alpha \in]-\infty; -\frac{4}{3}[$.
- 2) En déduis le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 11 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+ \quad 0 \quad -$	
$f(x)$	$-\infty$	-2	$-\infty$

En déduis le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Cas n° 12 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x + 2.$$

Son tableau de variation.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

En déduis le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

