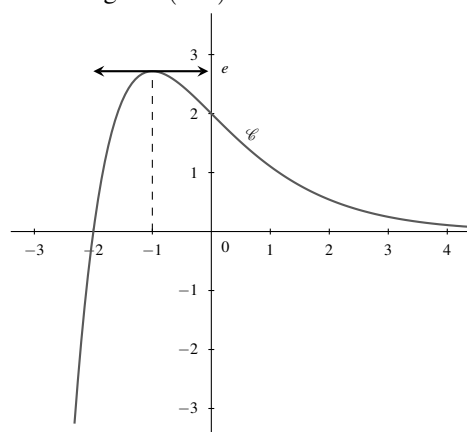


**EXERCICE 1**

Dans le graphique ci-dessous est représentée dans un repère orthonormé, la courbe ζ_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

- L'axe des abscisses une asymptote horizontale au voisinage de $(+\infty)$
- ζ_f admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $(-\infty)$
- La droite (T) d'équation $y = e$ est la tangente à ζ_f au point d'abscisse (-1)



1) Donner par lecture graphique :

- $f(-2)$; $f(0)$ et $f'(-1)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

2) On suppose que pour tout réel x , $f(x) = (x+2)e^{-x}$

- Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f(x) = e^{-x} - f'(x)$
 - Donner la primitive de f qui s'annule en 0.
- 3) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites $x = -2$ et $x = 0$

EXERCICE 2

Soit la fonction f définie par :
$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

- Montrer que f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- Etudier les variations de f
 - Tracer sa courbe ξ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 - Donner une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
- Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle que l'on précisera.
 - Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$
 - construire la courbe ξ' de f^{-1} dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par ξ , l'axe des abscisses et les droites $x = 1$ et $x = 0$
 - En déduire l'aire de la partie du plan limitée par ξ , ξ' et les droites $x = 1$ et $y = 1$.

EXERCICE 3

On pose $I_0 = \int_0^1 e^{-2x} dx$ et pour $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_0^1 x^n \cdot e^{-2x} dx$

- Calculer I_0 et I_1
- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $I_{n+1} = \frac{1}{2}((n+1)I_n - e^{-2})$ et en déduire que $I_2 = \frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$
 - Donner la valeur de $J = \int_0^1 (5x^2 + x - 3)e^{-2x} dx$
- Montrer que $\forall x \in [0, 1]$ et $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $0 \leq x^n e^{-2x} \leq x^n$ et déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-x}$

Déterminer le volume de solide engendré par la rotation de la partie AB de Cf autour de l'axe des abscisses avec $A(0, f(0))$ et $B(1, f(1))$

EXERCICE 4

A) Soit la fonction g définie par $g(x) = e^{-x}(1-x) + 1$.

1) Étudier les variations de g . En déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x .

B) Soit la fonction f définie par : $f(x) = x(e^{-x} + 1)$

- 1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- 2) a) Soit Δ la droite d'équation $y = x$. Démontrer que Δ est asymptote oblique à Cf en $+\infty$ et donner la position relative de Cf par rapport à Δ
b) Étudier la branche infinie a Cf en $-\infty$
- 3) Montrer que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
- 4) a) Déterminer une équation de la tangente T_0 à Cf au point d'abscisse 0.
b) Donner le signe de $f(x)$ pour tout réel x .
- 5) Déterminer les coordonnées du point de Cf dont la tangente T_1 à Cf est parallèle à l'asymptote Δ .
- 6) Tracer Δ , T_0 , T_1 et Cf.

C) Soit la fonction $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ vérifiant $F(0) = -1$.

- 1) a) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $F(x) = 1 - e^{-x}(x+1) + \frac{1}{2}x^2$.
b) Dresser le tableau de variation de F .
- 2) Montrer qu'il existe deux réels α et β tels que $\alpha < 0 < \beta$ et $F(\alpha) = F(\beta)$.
- 3) Soit λ une réelle supérieure à 1,
a) Calculer l'aire A_λ de la partie du plan limité par la courbe Cf, et les droites Δ , $x=0$ et $x=\lambda$.
b) Déterminer $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$

EXERCICE 5

Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A, B, AB et O
Indépendamment du groupe, le sang peut posséder ou non le facteur Rhésus.
Quand le sang possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (noté Rh+) ;
sinon, il est dit Rhésus négatif (noté Rh-).

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Dans une population, les groupes sanguins se répartissent comme suit :

A) 1) Quelle est la probabilité qu'un Tunisien ait un sang du groupe O ?

2) Quatre donneurs se présentent dans un centre de transfusion sanguine.

- a) Quelle est la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O ?
- b) Quelle est la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez ces donneurs ?

B) Pour chaque groupe sanguin, les proportions d'individus possédant ou non le facteur Rhésus sont les suivantes

Groupe	A	B	AB	O
Rh+	82%	81%	83%	80%
Rh-	18%	19%	17%	20%

Un individu ayant un sang du groupe **O et Rh-** est appelé un donneur universel

1) Modéliser la situation par un arbre de probabilités.

2) a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit un donneur universel ?

b) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population ait un sang Rh- ?

3) a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard parmi ceux de facteur Rh- , soit du groupe A ?

b) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard parmi ceux de facteur Rh- , ne soit pas du groupe O ?