



Situation 1



Soit l'application f définie du plan complexe P vers P par $f(z) = z' = 2iz - 1 - 3i$

On donne les points $A(1 + i)$ et $B(1 + i\sqrt{3})$; $M(z)$ et $M'(z')$

- 1) Calcule l'abscisse du point C image de B par f
- 2) En déduis la nature de triangle ABC .
- 3) Montre que le triangle AMM' est rectangle en A .
- 4) Donne la nature et les éléments caractéristiques de f .
- 5) Soit (Γ) un cercle de centre A et de rayon 2 et la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$.
Détermine (Γ') image de (Γ) et (Δ') image de (Δ) par f .
- 6) Détermine le point D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme. Justifie que $ABDC$ est un rectangle.

Situation 2



PARTIE A

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points $A, B; M$, et M' d'abscisses respectifs $1; -i$ et z' tels que $z \cdot z' = 1$.

- 1) Pour quelles valeurs de z , le point M' existe ?
- 2) Construis le point M' quand $z = 2(1 + i)$.
- 3) Montre que pour tout M différent de O , $OM' \cdot OM = OA^2$.
- 4) Montre que M et M' sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

En déduis la droite (AB) est la bissectrice de l'angle $(\vec{OM}, \vec{OM'})$

- 5) a. Vérifie que pour tout z non nul; $\left(\frac{z+z'}{2} - 1\right)\left(\frac{z+z'}{2} + 1\right) = \left(\frac{z+\bar{z}}{2}\right)^2$?
b. Soit I milieu du segment $[MM']$. En déduis que $IM \times IB = IM^2$ et la droite (MM') est la bissectrice de $(\vec{IA}, \vec{IB})$

PARTIE B

Dans cette partie, d'argument $\theta \in [0; 2\pi[$

- 1) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation d'inconnue z : $z^2 - (2^{0+1} \cos \theta)z + 2^{2\theta} = 0$. Donne les solutions sous formes trigonométriques.
- 2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on désigne par E et F les images des solutions de l'équation. Détermine les valeurs de θ pour lesquelles le triangle OEF est équilatéral.

PARTIE C

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points $A(1 + 4i); B(-2 + 4i)$ et $F(-2 + i)$

- a) Détermine les abscisses des points $C; D$ et E tels que :
 - C est l'image de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
 - D est l'image de C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{3}$.
 - E est l'image de E
- b) Le quadrilatère $ABFC$ est-il un carré ?
- c) Montre que les points A, B, F et C sont cocycliques. Précise les caractéristiques du cercle auquel ils appartiennent.