

COURS PRIAMS



PREPABAC 2026

MATHÉMATIQUES



" COMPLEXES "

Opération un exercice par jours

Du 22/12/25 au 28/12/25

M. MOUHAMAD SARRE

70647469 / 65360170

Exercice 1 : Lundi 22 décembre 2025

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) . Unité : 2 cm.

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante $(E) : iz^3 - (-1 + 5i)z^2 + (-6 + 10i)z + 16 - 8i = 0$.

- 1) Demontre que (E) admet une unique solution imaginaire pure z_0 .
- 2) Détermine les nombres complexes a, b et c tels que :
 $\forall z \in \mathbb{C}, iz^3 - (-1 + 5i)z^2 + (-6 + 10i)z + 16 - 8i = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$.
- 3) On pose $Q(z) = iz^2 - (1 + 5i)z + 4 + 8i$.
 - a) Détermine les racines carrées du nombre complexe $U = 8 - 6i$.
 - b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $Q(z) = 0$.
- 4) En déduis les solutions de l'équation (E) .
- 5) Soit A, B et C les points d'affixes respectives : $z_A = 3 + i, z_B = 2i$ et $z_C = 2 - 2i$.
 - a) Place les points A, B et C dans le plan Complexe.
 - b) Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
- 6) Détermine l'afixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- 7) a) Vérifie que I est le milieu du segment $[BC]$.
b) Démontre que l'afixe du point E , symétrique de A par rapport au point I est $z_E = -1 - i$.
- 8) Démontre que les points A, B, C et E appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 : Mardi 23 décembre 2025

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes, i désigne le nombre de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

- 1) Montre que $(1 + i)^6 = -8i$.
- 2) On considère l'équation $(E) : z^2 = -8i$.
 - a) Déduis de 1) une solution de l'équation (E) .
 - b) L'équation (E) possède une autre solution, écris cette solution sous forme algébrique.
- 3) Déduis également de 1) une solution de l'équation $(E') : z^3 = -8i$.
- 4) On considère le point A d'afixe $2i$ et la rotation r de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
 - a) Détermine l'afixe b du point B , image de A par r , ainsi que l'afixe c du point C , image de B par r .
 - b) Montre que b et c sont solutions de (E') .
- 5) a) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, (unité graphique 2 cm).
Représente les points A, B et C .
b) Quelle est la nature de la figure que forment les images de ces solutions ?
c) Détermine le centre de gravité de cette figure.

M. SARRE
70647469
65360170

Exercice 3 : Mercredi 24 décembre 2025

Soient les points A et B d'affixes respectives : $2i$ et i .

On désigne par f l'application qui à tout point M de $\mathcal{P}$ d'afixe z et distinct du point B , associe le point M' d'afixe z' tel que : $z' = \frac{iz+2}{z-i}$.

- 1) a) Développe $(z + 1 - i)(z - 1 - i)$.
b) Cherche les points M vérifiant $f(M) = M$ et exprime leurs affixes sous forme algébrique puis trigonométrique.
- 2) a) Montre que pour tout $z \neq i, |z'| = \frac{AM}{BM}$ et que, pour tout $z \neq \{i; 2i\}, \arg(z') = (\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{AM}) + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
b) Détermine et construis l'ensemble (E) des points M tels que $|z'| = 1$.
c) Détermine et construis l'ensemble (F) des points M tels que $\arg(z') = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
- 3) a) Démontre que pour tout nombre complexe $z \neq i$, on a : $z' - i = \frac{1}{z-i}$ et en déduis que : $|z' - i| \times |z - i| = 1$.
b) Soit M un point du cercle (C) de centre B et de rayon $\frac{1}{2}$.
Prouve que le point M' appartient à un cercle (C') de centre B et de rayon à déterminer.

Exercice 4 : Jeudi 25 décembre 2025

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ rapporté au repère ortho normal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique 2 cm, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = -1$ et $z_B = 3i$.

Soit la fonction f de $\mathcal{P}$ privé du point A dans $\mathcal{P}$ qui, à tout point M d'afixe z , associe le point M' d'afixe z' tel que :

$$z' = i \left(\frac{z-3i}{z+1} \right) \quad (1).$$

- 1) Soit C le point d'afixe $z_C = 2 - i$.
Montre qu'il existe un seul point D tel que $f(D) = C$.
- 2) Détermine la nature du triangle ABC .

3) A l'aide de l'égalité (1), montre que, pour tout M distinct de A et B :

$$OM' = \frac{BM}{AM} \text{ et } (\vec{u}, \overrightarrow{OM'}) = \frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \text{ (modulo } 2\pi).$$

4) En déduis et construis les ensembles de points suivants :

L'ensemble (E) des points M tels que l'image M' soit situé sur le cercle (Γ) de centre O et de rayon 1.

Exercice 5 : Vendredi 26 décembre 2025

On se propose de résoudre l'équation (E) dans $\mathbb{C}$: $z^3 - 3iz^2 - 3z + 8 + i = 0$.

1) Montre que Z est solution de (E) si, et seulement si $t = Z - i$ est solution de l'équation $(E') : t^3 + 8 = 0$.

2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') .

On déterminera le module et un argument de chacune des solutions de (E') .

3) En déduis les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) .

4) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. Soit A, B et C les points d'affixes respectives :

$$z_A = 1 + i\sqrt{3}, z_B = -2 \text{ et } z_C = 1 - i\sqrt{3}.$$

a) Place les points A, B et C dans le repère.

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

5) Soit S la similitude plane directe définie telle que $S(A) = C$ et $S(C) = B$.

a) Détermine l'expression complexe de S .

b) Détermine le rapport k , une mesure θ de l'angle de S et le centre ω de S .

Exercice 6 : Samedi 27 décembre 2025

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. (unité graphique 1cm).

1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 8z\sqrt{3} + 64 = 0$.

2) On considère les points A et B qui ont pour affixes respectives les nombres complexes :

$$a = 4\sqrt{3} - 4i \text{ et } b = 4\sqrt{3} + 4i.$$

a) Ecris a et b sous forme exponentielle.

b) Calcule les distances OA, OB, AB . En déduis la nature du triangle OAB .

3) On désigne par C le point d'affixe $c = -\sqrt{3} + i$ et par D son image par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.
Détermine l'affixe du point D .

4) On appelle G le barycentre des trois points pondérés $(O; -1), (D; 1), (B; 1)$.

a) Montre que le point G a pour affixe $g = 4\sqrt{3} + 6i$.

b) Place les points A, B, C, D et G sur une figure.

c) Montre que les points C, D et G sont alignés.

d) Démontre que le quadrilatère $OBGD$ est un parallélogramme.

Exercice 7 : Dimanche 28 décembre 2025

Le plan complexe est un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-i, -2i$ et $1 - i$.

A tout point M d'affixe $z = x + iy$, on associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ défini par : $z' = \frac{z^2}{z+i}$.

1) a) Détermine les affixes des points B' et C' associés respectivement aux points B et C .

b) Montre les points A, B' et C' sont alignés.

c) Détermine la nature du triangle ACC' .

2) a) Exprime x' et y' en fonction de x et y .

b) Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que z' soit un imaginaire pur.

3) a) Que représente géométriquement $|z + 1|$?

b) Trouve une relation simple liant les longueurs OM', OM et AM .

c) Détermine et construis l'ensemble (F) des points M du plan tel que les points M et M' soient sur le même cercle de centre O .