

NOMBRES COMPLEXES SERIE N° 1

Exercice : 1

Donner la forme algébrique des nombres complexes :

$$Z_1 = \frac{2}{1+i} \quad Z_2 = \frac{2-i}{(1+i)^2} \quad Z_3 = 4+2i+(3-i)^2$$

$$Z_4 = \frac{1+i}{1-i} \quad Z_5 = \frac{\sqrt{3}-i}{4-3i} \quad Z_6 = (2-2i)(1+i\sqrt{3})$$

$$Z_7 = \frac{(3+4i)(2i)}{(1-2i)^2} \quad Z_8 = \frac{-5i}{1-i\sqrt{5}} \quad Z_9 = \frac{-7}{i}$$

$$Z_{10} = \frac{(5-2i)(8-7i)}{-i(2+3i)} \quad Z_{11} = \frac{2+5i}{5+i} + \frac{5-i}{2-5i}$$

Exercice : 2

Déterminer le module des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = 1-i ; Z_2 = 1+i ; Z_3 = -1+3i ;$$

$$Z_4 = 4-3i ; Z_5 = \sqrt{7} ; Z_6 = i ; Z_7 = -7+5i$$

$$Z_8 = 6+8i ; Z_9 = -4-i ; Z_{10} = -i\sqrt{5} ;$$

$$Z_{11} = -2 ; Z_{12} = -\sqrt{17}+i\sqrt{3} ; Z_{13} = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}i$$

Exercice : 3

Déterminer le module des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \frac{-3}{2+i} ; Z_2 = -\frac{1}{4i} ; Z_3 = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}-i)} ;$$

$$Z_4 = (1+i)(2+3i) ; Z_5 = (5i-7)(2+7i) ;$$

$$Z_6 = (\sqrt{5}+i)^2 ; Z_7 = (1+3i)^5 ; Z_8 = \frac{-3-6i}{1-i} ;$$

$$Z_9 = (-2+i\sqrt{2})^3 ; Z_{10} = (3+4i)^3(1-2i\sqrt{2})^2 ;$$

$$Z_{11} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)^3} ; Z_{12} = \left(\frac{\sqrt{3}-i}{1-i}\right)^3 \quad Z_{13} = \frac{2i}{1+i}$$

$$Z_{14} = (\sqrt{3}+1)+i(\sqrt{3}-i) ; Z_{15} = -3i+\sqrt{7}$$

Exercice : 4

Déterminer un argument des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} ; Z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} ; Z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$Z_4 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} ; Z_5 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} ; Z_6 = 1+i$$

$$Z_7 = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} ; Z_8 = -3i ; Z_9 = -5 ; Z_{10} = -1+i$$

Exercice : 5

Déterminer un argument des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 ; Z_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \quad Z_3 = (\sqrt{3})^4$$

$$Z_4 = -4i(\sqrt{3}+i) \quad Z_5 = (-3i)^9$$

$$Z_6 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(1+i) \quad Z_7 = (1-i\sqrt{3})(-1+i)$$

$$Z_8 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

Exercice : 6

Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = 1-i\sqrt{3} ; Z_2 = \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{3}}{5}i ; Z_3 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$Z_4 = -\sqrt{2} ; Z_5 = -\sqrt{5}+i\sqrt{5} ; Z_6 = -2i ;$$

$$Z_7 = \frac{5}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3}i ; Z_8 = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i ;$$

$$Z_9 = -3\sqrt{2}+3i\sqrt{2} ; Z_{10} = \frac{\sqrt{3}}{5}i \quad Z_{11} = \frac{2}{7}i + \frac{2\sqrt{3}}{7}$$

$$Z_{12} = 4-4i ; Z_{13} = 3-i\sqrt{3} \quad Z_{14} = i\sqrt{3}$$

Exercice : 7

Ecrire les expressions suivantes sous la forme trigonométrique :

$$Z_1 = -2 ; Z_2 = 1 + i ; Z_3 = -5i ; Z_4 = i\sqrt{3} ;$$

$$Z_5 = -4 + 4i ; Z_6 = \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{5}i ; Z_7 = -5 - 5i ;$$

$$Z_8 = -\frac{1}{4}(1 - i\sqrt{3}) ; Z_9 = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i ; Z_{10} = \sqrt{3} - i$$

Exercice : 8

Mettre les expressions suivantes sous la forme exponentielle :

$$Z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i ; Z_2 = -i\sqrt{3} ; Z_3 = -9$$

$$Z_5 = \frac{7}{3} + \frac{7i\sqrt{3}}{3} ; Z_4 = -1 - i\sqrt{3}$$

Exercice : 9

Ecrire sous forme algébrique les expressions suivantes :

$$Z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) ;$$

$$Z_2 = \sqrt{5}\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$Z_3 = 6\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$$

$$Z_4 = \frac{1}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) ; Z_5 = 3e^{\frac{2\pi}{3}i} ;$$

$$Z_6 = \sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i} ; Z_7 = \sqrt{3}e^{\frac{5\pi}{6}i} ; Z_8 = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{2}i}$$

Exercice : 10

Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$\forall \theta \in \mathbf{IR} \text{ et } \forall r > 0$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= 2(\cos \theta + i \sin \theta) ; Z_2 = 2(\cos \theta - i \sin \theta) ; \\ Z_3 &= -2(\cos \theta + i \sin \theta) ; Z_4 = -2(\cos \theta - i \sin \theta) ; \\ Z_5 &= 2(-\cos \theta + i \sin \theta) ; Z_6 = 2(i \cos \theta + \sin \theta) ; \\ Z_7 &= 2(i \cos \theta - \sin \theta) ; Z_8 = 2(-i \cos \theta + \sin \theta) ; \\ Z_9 &= 1 + \cos \theta + i \sin \theta ; Z_{10} = 1 + \cos \theta - i \sin \theta ; \\ Z_{11} &= 1 - \cos \theta + i \sin \theta ; Z_{12} = 1 - \cos \theta - i \sin \theta ; \\ Z_{13} &= i + \cos \theta + i \sin \theta ; Z_{14} = i + \cos \theta - i \sin \theta ; \\ Z_{15} &= -i + \cos \theta + i \sin \theta ; Z_{16} = i - \cos \theta - i \sin \theta \end{aligned}$$

En déduire le module et l'argument de :

$$Z_A = \frac{1 + \cos \theta + i \sin \theta}{1 - \cos \theta + i \sin \theta} ; Z_B = \frac{1 + \cos \theta + i \sin \theta}{1 - \cos \theta - i \sin \theta}$$

$$Z_C = \frac{1 + \cos \theta - i \sin \theta}{1 - \cos \theta + i \sin \theta} ; Z_D = \frac{\cos \theta - 1 + i \sin \theta}{1 - \cos \theta + i \sin \theta}$$

Exercice : 11

Soit $\alpha \in \mathbf{IR}$ tel que $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

On donne $z = \sin 2\alpha - 2i \sin^2 \alpha$

Déterminer le module et un argument de z .

Exercice : 12

Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = i + \tan \theta ; Z_2 = 1 - i \tan \theta ;$$

$$Z_3 = 1 - i \cot \alpha \theta ; Z_4 = i + \cot \alpha \theta ;$$

$$Z_5 = 1 - \sin \theta + i \cos \theta ; Z_6 = \frac{1}{1 + i \tan \theta}$$

BONNE CHANCE

