

Exercice 1 : (Bac Sc)

- 1) a) Vérifier que $(5 + 2i)^2 = 21 + 20i$
 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (5 - 4i)z - 3 - 15i = 0$
 On désigne par A, B, A' et B' les points d'affixes respectives $-3i$, $5-i$, -3 et $1+5i$
- 2) a) Placer les points A, B, A' et B'.
 b) Montrer que OAA' et OBB' sont des triangles rectangles et isocèles.
- 3) Soit M un point de la droite (AB) d'affixe z_M .
 a) Montrer qu'il existe un réel k tel que $z_M = 5k + (2k - 3)i$
 b) Montrer que les droites (OM) et (A'B') sont perpendiculaires si et seulement si M est le milieu de [AB].
 Vérifier que dans ce cas A'B' = 2OM.

Exercice 2 : (Bac Sc)

- 1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $2z^2 + (7 + i\sqrt{3})z - 4(1 - i\sqrt{3}) = 0$
 a) Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera.
 b) Donner alors l'autre solution de (E)
- 2) a) Calculer $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^2$
 b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $2z^4 + (7 + i\sqrt{3})z^2 - 4(1 - i\sqrt{3}) = 0$
- 3) On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2i$ et $z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ et I le milieu de [OA].
 a) Ecrire z_B sous forme exponentielle.
 b) Placer I et B et montrer que le triangle OIB est isocèle.

Exercice 3 : (Bac Sc)

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

- 1) a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a et b.
 b) vérifier que $b^2 = a$
- 2) soit C le point d'affixe $c = a + b$
 a) Placer les points A, B et C.
 b) Vérifier que $c = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$.
- 3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + z - c = 0$
 a) Vérifier que b est une solution de l'équation (E).
 b) On désigne par d la deuxième solution de l'équation (E). Montrer que $d = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} e^{i\left(\frac{-11\pi}{12}\right)}$.
 c) Placer alors, le point D d'affixe d.

Exercice 3 : (Bac Math)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O; $\vec{u}$; $\vec{v}$).

On note A le point d'affixe -2 et on considère l'équation (E) : $3z^3 - 2z^2 + 4z + 16 = 0$

Soit $\alpha \in \mathbb{C}^*$ et M, N et P les points d'affixes respectives α , $\frac{3}{2}\alpha^2$ et $\frac{8}{\alpha}$

- 1) Montrer que si $\alpha \in \mathbb{R}^*$ alors les points M, N et P sont alignés.
 Dans la suite de l'exercice on suppose que α n'appartient pas à $\mathbb{R}$.
- 2) Montrer que si MNAP est un parallélogramme alors α est une solution de l'équation (E).
- 3) Dans cette question on prend $\alpha = 1 + i\sqrt{3}$
 a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes α , $\frac{3}{2}\alpha^2$ et $\frac{8}{\alpha}$
 b) Placer dans le repère les points A, M, N et P.
 c) Donner l'écriture algébrique de chacun des nombres complexes $\frac{3}{2}\alpha^2$ et $\frac{8}{\alpha}$
 d) Montrer que le quadrilatère MNAP est un parallélogramme.
- 4) a) Montrer que si α est une solution de (E) alors $\bar{\alpha}$ est une solution de (E).
 b) En déduire les affixes des points M pour lesquels MNAP est un parallélogramme.