

Exercice 1

1. Pour chacune des fonctions définies ci-dessous, déterminer une primitive :

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3x - 1$$

$$g(x) = x(x^2 + 1)^2$$

$$h(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

$$k(x) = \sin^4 x \cos^5 x$$

2. On considère la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = x \ln x - x$$

Démontrer que F est une primitive de la fonction $\ln$ (fonction logarithme népérien qui à $x > 0$ associe $\ln x$).

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $]0 ; 1[$ par :

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}$$

1. Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2}$.
2. En déduire la primitive F de f sur $]0 ; 1[$ vérifiant la condition $F(\frac{1}{2}) = 6$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^x}$$

Le but de l'exercice est de déterminer une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Pour cela, on considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 1 - f(x).$$

1. Calculer une primitive de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4

On considère la fonction F définie par $F(x) = \frac{3x-1}{2x+1}$ pour $x \in]-\frac{1}{2}; +\infty[$.

On note C_F sa représentation graphique.

1. Étudier la limite de F en $+\infty$. La courbe C_F admet-elle une asymptote horizontale ? Si oui, préciser son équation.
2. Étudier la limite de F en $-\frac{1}{2}^+$. La courbe C_F admet-elle une asymptote verticale ? Si oui, préciser son équation.
3. Calculer la dérivée F' de la fonction F .
4. Dresser le tableau de variation de la fonction F . (sur l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$)
5. Résoudre l'équation $F(x) = 1$.
6. On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{5}{(2x+1)^2}$ pour $x \in]-\frac{1}{2}; +\infty[$.

Déterminer la primitive G de g vérifiant $G(2) = 0$.

Exercice 5

Le but de cet exercice est de calculer une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin x \sin 2x$$

- 1) À l'aide des formules d'Euler, démontrer que la fonction f peut s'écrire :

$$f(x) = \frac{1}{2} (\cos x - \cos 3x)$$

- 2) Dédurre de ce qui précède la primitive F de f telle que $F(\frac{\pi}{6}) = 0$.

Exercice 6

Déterminer une primitive de chacune des fonctions polynômes définies ci-dessous :

$$f_1(x) = x + 1$$

$$f_3(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f_2(x) = x^2 + 2x - 1$$

$$f_4(x) = 5x^7 - 3x^4 + 5$$

Exercice 7

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$g_1(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$g_3(x) = (2x-1)(x^2-x+5)^3$$

$$g_2(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g_4(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + x - 4$.

Déterminer la primitive F de f telle que $F(-1) = \frac{3}{2}$.

Exercice 9

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 8\ln x - 4x + 4$.

1. Montrer que la fonction H définie sur $]0 ; +\infty[$ par $H(x) = x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $\ln$.
2. En déduire la primitive F de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$ telle que $F(1) = -6$.
3. Résoudre l'équation $F(x) = -2x^2 - 4x$.

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; \frac{3}{2}[$ par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{4x - 6}$$

1. Déterminer trois réels a , b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{4x - 6}$$

2. En déduire une primitive de f sur $]-\infty ; \frac{3}{2}[$.

Exercice 11

- 1) Dériver la fonction f définie par :

$$f(x) = 3e^{2x-1} + x \ln(\sqrt{x}) \quad (x > 0)$$

- 2) Déterminer une primitive de la fonction g définie par :

$$g(x) = e^x + \frac{3x}{x^2 + 1} \quad (x \in \mathbb{R})$$

Exercice 12

Déterminer une primitive F de la fonction f définie par :

$$f(x) = (3x^2 + 2)e^{(x^3+2x)}$$

Exercice 13

Déterminer une primitive F de la fonction f définie sur $]e ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)}$$

$$[\text{On pourra écrire sous la forme : } f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\ln(\ln x)} \text{ ainsi } f \text{ est du type } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = \dots]$$