

## Exercice 1 : **Hommage à Sadio Mané pour services rendus à la nation sénégalaise**

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1.

Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

### Partie A : Nous sommes à la 2<sup>ème</sup> journée

Ici on suppose que Mané a joué les deux premières journées.

- 1) Décrire l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilité.
- 2) Calculer la probabilité que Mané marque les deux premiers matchs.
- 3) Démontrer que  $P(M_2) = 0,12$
- 4) Sachant que Mané a marqué le deuxième match, quelle est la probabilité qu'il ait marqué le premier match ?
- 5) Les évènements  $M_1$  et  $M_2$  sont-ils indépendants .

## **Partie B : Plusieurs matches**

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

$n$  étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé, donner les valeurs de  $p_1$ ,  $P(M_{n+1}/M_n)$ ,  $P(M_{n+1}/\overline{M_n})$

2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul, on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison.

b) Exprimer  $v_n$  puis  $p_n$  en fonction de  $n$ .

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$

## **Partie C : Finale coupe du roi du 31 mai 2024**

Pendant les entraînements, l'entraîneur Luis Castro prévoit des séances de tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale.

L'expérience a montré que la probabilité que Mané marque un penalty est de  $\frac{1}{4}$ .

On suppose que les résultats des 5 tirs au but de Mané sont indépendants.

Soit  $X$  la variable aléatoire égal au nombre de penalties marqués par Mané pendant ces 5 tirs au but.

1)a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance.

2) Mané sera autorisé à participer au tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale s'il marque au moins 3 penalties pendant cette séance de 5 penalties.

Quelle est la probabilité que Mané participe pour une éventuelle tir au but en finale ?

**Exercice 1 : Hommage à Sadio Mané pour services rendus à la nation sénégalaise**

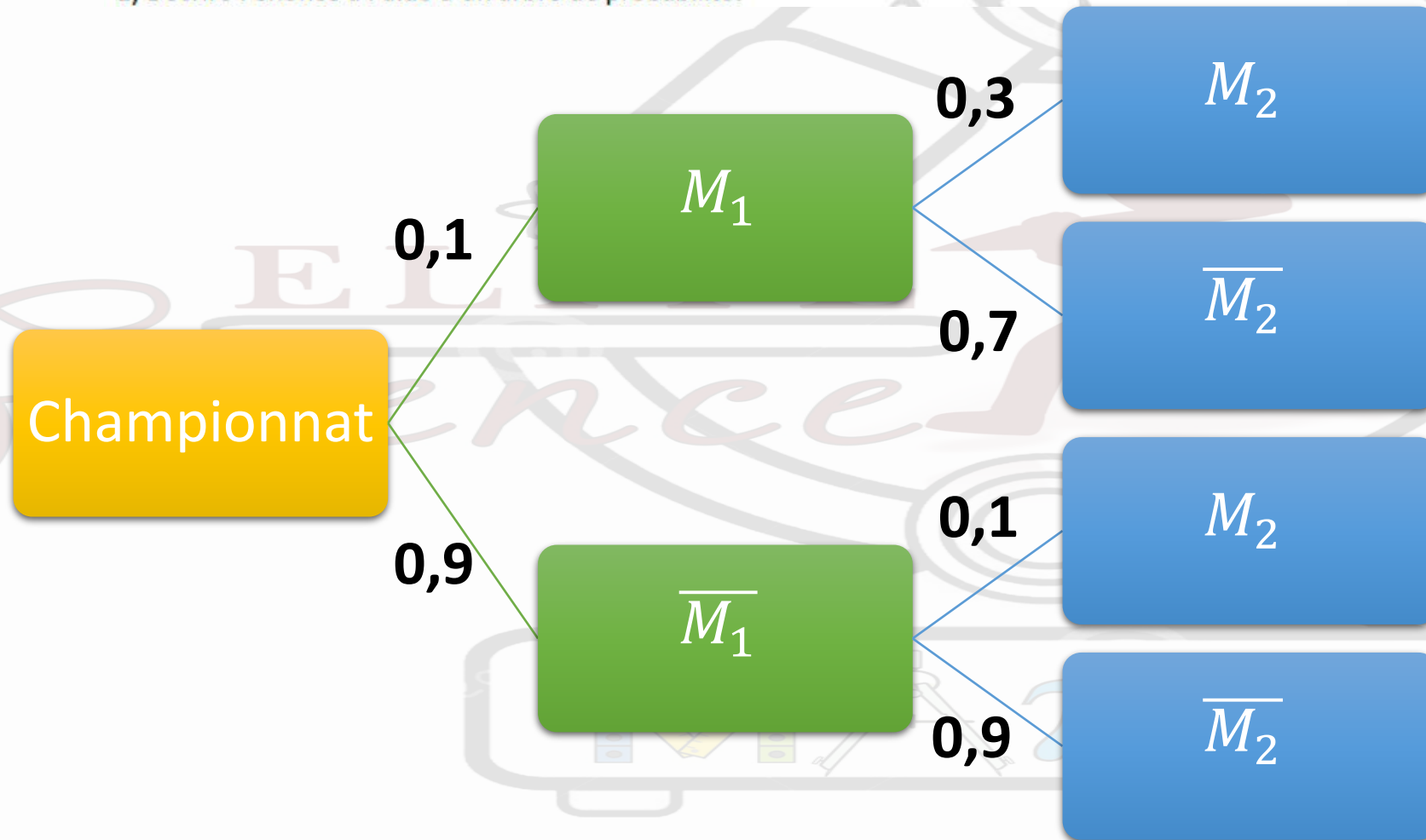
Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

**Partie A : Nous sommes à la 2<sup>ème</sup> journée**

Ici on suppose que Mané a joué les deux premières journées.

1) Décrire l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilité.



**Exercice 1 : Hommage à Sadio Mané pour services rendus à la nation sénégalaise**

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1.

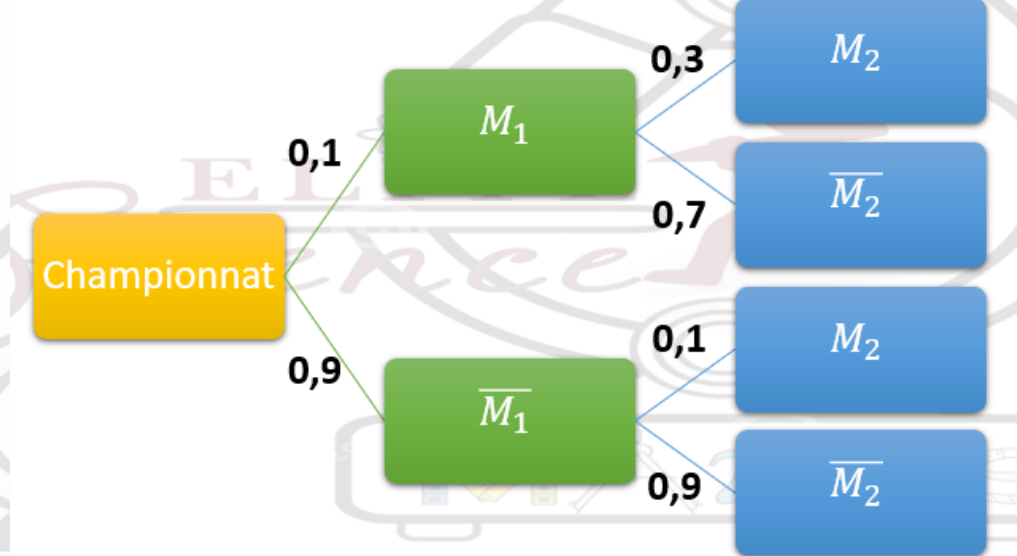
Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un math, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ieme match »

**Partie A :** Nous sommes à la 2<sup>eme</sup> journée

Ici on suppose que Mané a joué les deux premières journées.

2) Calculer la probabilité que Mané marque les deux premiers matchs.

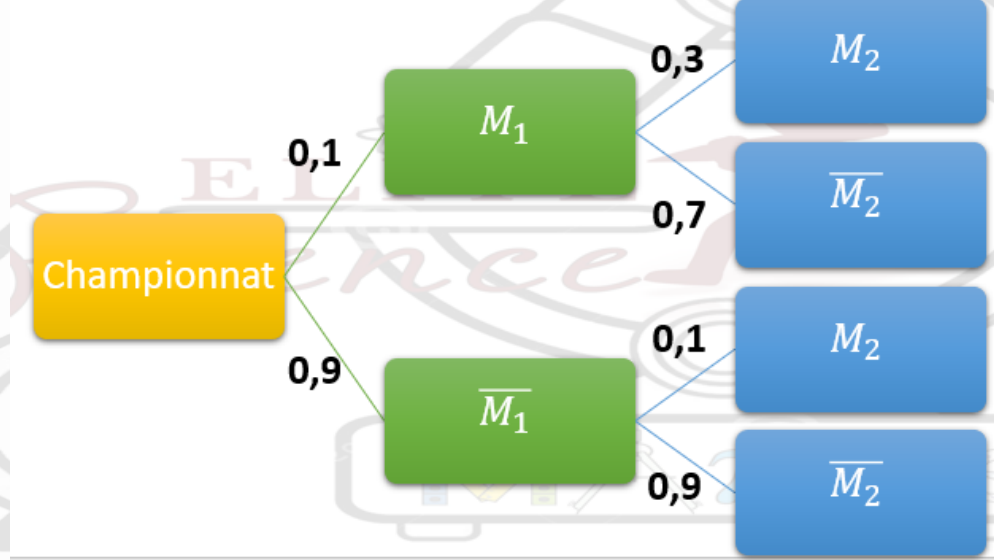


- $P(M_2 \cap M_1) = P_{M_1}(M_2) \times P_{M_1}$

- $= 0,1 \times 0,3 = 0,03$

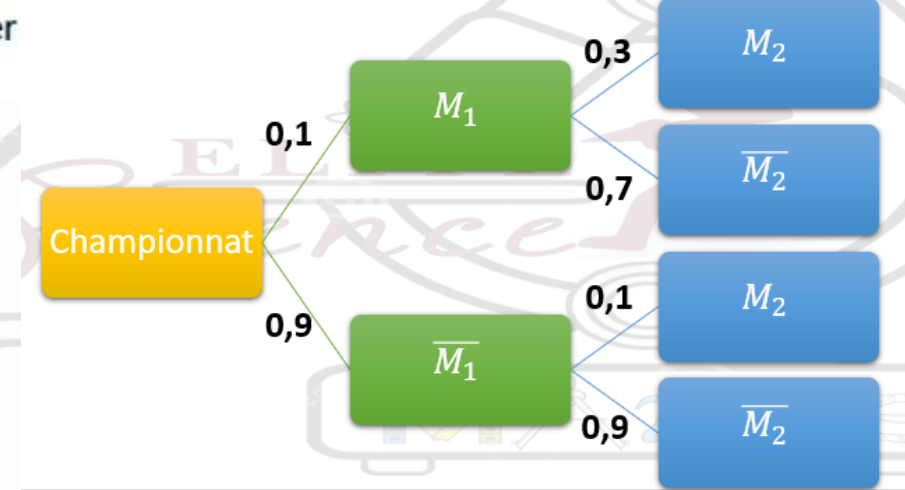
- $P(M_2 \cap M_1) = 0,03$

3) Démontrer que  $P(M_2) = 0,12$



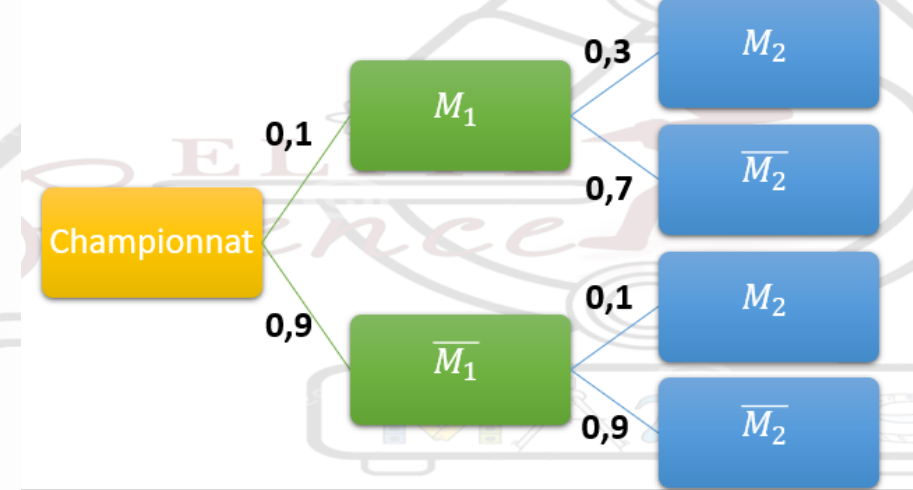
- $P(M_2) = P(M_2 \cap M_1) + P(M_2 \cap \overline{M_1})$
- $= P_{M_1}(M_2) \times P(M_1) + P_{\overline{M_1}}(M_2) \times P(\overline{M_1})$
- $= 0,3 \times 0,1 + 0,1 \times 0,9 = 0,12$
- $P(M_2) = 0,12$

4) Sachant que Mané a marqué le deuxième match, quelle est la probabilité qu'il ait marqué le premier match ?



- $P_{M_2}(M_1) = \frac{P(M_2 \cap M_1)}{P_{M_2}}$
- $= \frac{0,3 \times 0,1}{0,12} = 0,25$
- $P_{M_2}(M_1) = 0,25$

5) Les évènements  $M_1$  et  $M_2$  sont-ils indépendants .



- $P_{M_2}(M_1) = 0,25$
- $P(M_2) = 0,12$
- $P_{M_2}(M_1) \neq P(M_2)$
- Conclusion: les évènements ne sont pas indépendants.

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

### Partie B : Plusieurs matches

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

n étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé , donner les valeurs de  $p_1$  ,  $P(M_{n+1}/M_n)$  ,  $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)$

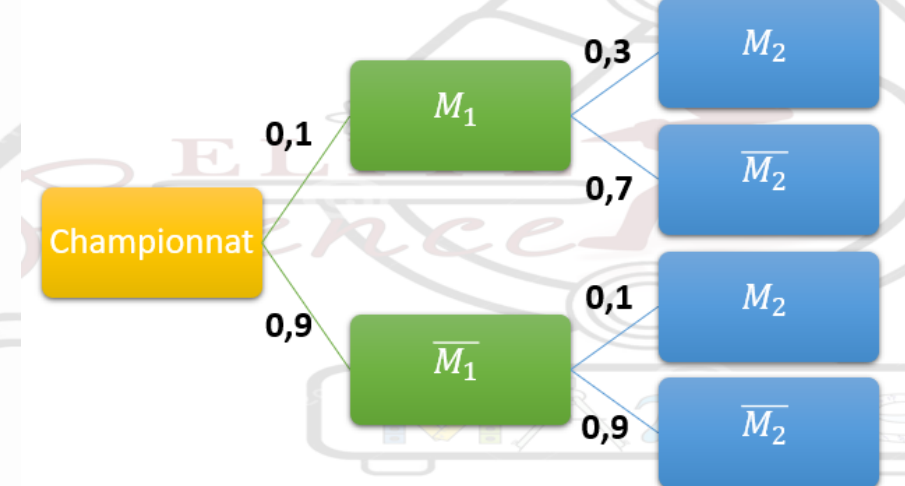
2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul , on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison .

b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$



- $p_1 = P(M_1) = 0,1$
- $P(M_{n+1}/M_n)=0,3$
- $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)=0,1$

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

### Partie B : Plusieurs matches

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

n étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé , donner les valeurs de  $p_1$  ,  $P(M_{n+1}/M_n)$  ,  $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)$

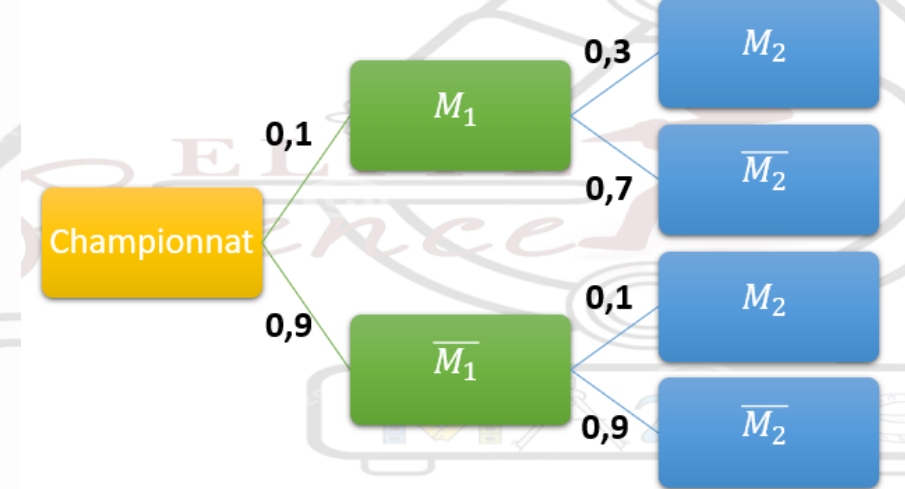
2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul , on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison .

b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$



- $p_n = P(M_n) = P(M_{n+1}/M_n) + P(M_{n+1}/\overline{M}_n) = 0,3 + 0,1 = 0,4$
- $p_{n+1} = P(M_{n+1}) = P(M_{n+1}/M_n) \times P(M_n) + P(M_{n+1}/\overline{M}_n) \times P(\overline{M}_n)$
- $= 0,3p_n + 0,1(1 - p_n) = 0,3p_n + 0,1 - 0,1p_n$
- $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

### Partie B : Plusieurs matches

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

n étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé , donner les valeurs de  $p_1$  ,  $P(M_{n+1}/M_n)$  ,  $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)$

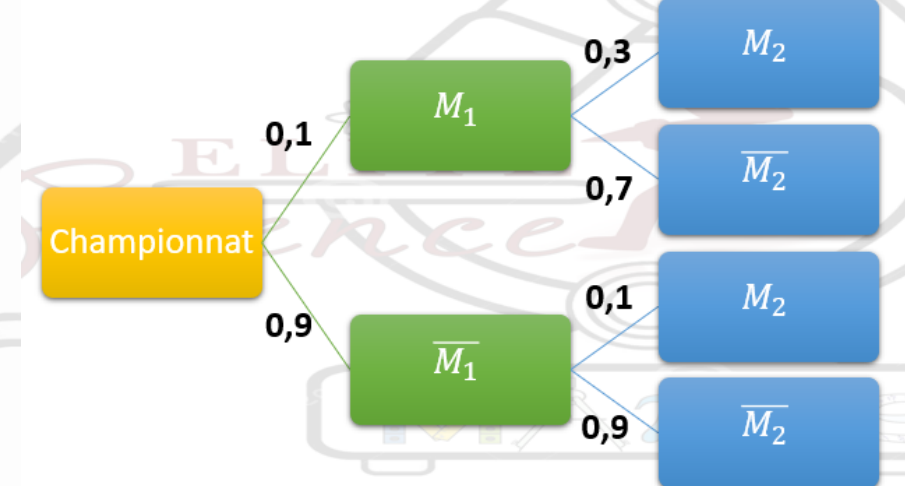
2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul , on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison .

b) Exprimer  $v_n$  puis  $p_n$  en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$



- $v_{n+1} = p_{n+1} - 0,125 = 0,2p_n + 0,1 - 0,125$
- $= 0,2p_n - 0,025 = 0,2(p_n - 0,125) = 0,2v_n$
- Conclusion:  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,2.

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un match, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ième match »

### Partie B : Plusieurs matches

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

n étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé , donner les valeurs de  $p_1$  ,  $P(M_{n+1}/M_n)$  ,  $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)$

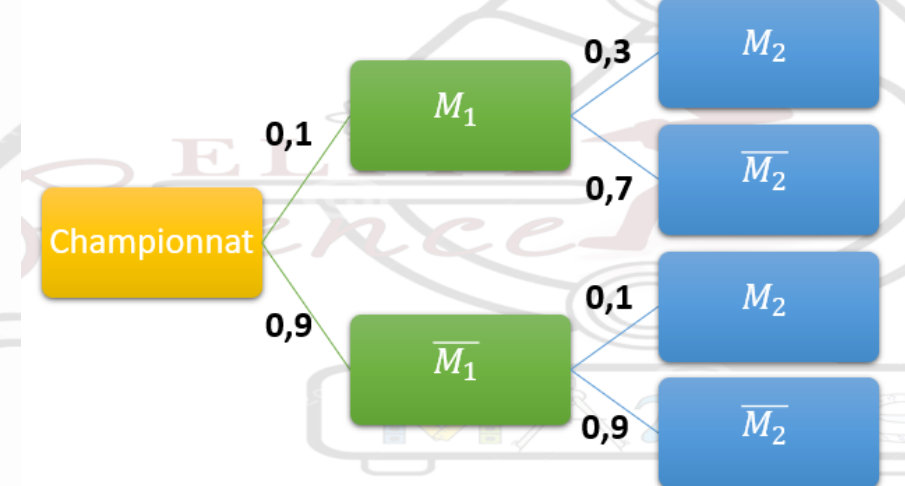
2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul , on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison .

b) Exprimer  $v_n$  puis  $p_n$  en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$



- Exprimons  $v_n$  en fonction de n:
- $v_n = (0,2)^{n-1}v_1$
- $v_1 = p_1 - 0,125 = 0,1 - 0,125 = -0,025$
- $v_n = -0,025(0,2)^{n-1}$
- $p_n = -0,025(0,2)^{n-1} + 0,125$

Sadio Mané est un joueur de Al Nasser .Pour l'année 2023-2024 , il revient d'une blessure pour le premier match du championnat et la probabilité qu'il marque pour ce premier match est de 0,1. Après le premier match , il s'est complètement remis de sa blessure et ses chances de marquer dans un match ont augmenté .On suppose que si Mané marque pour un math, la probabilité qu'il marque le suivant est de 0,3 et s'il ne marque pas , la probabilité qu'il ne marque pas le match suivant est 0,9.

N étant un entier naturel , on note  $M_n$  l'évènement : « Mané marque pour le n-ieme match »

### Partie B : Plusieurs matches

On suppose que Mané a joué plusieurs matches consécutifs.

n étant un entier naturel, on pose  $p_n = P(M_n)$

1) A l'aide de l'énoncé , donner les valeurs de  $p_1$  ,  $P(M_{n+1}/M_n)$  ,  $P(M_{n+1}/\overline{M}_n)$

2) Montrer que pour tout entier naturel non nul  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,1$

3) Pour tout entier naturel non nul , on pose  $v_n = p_n - 0,125$ .

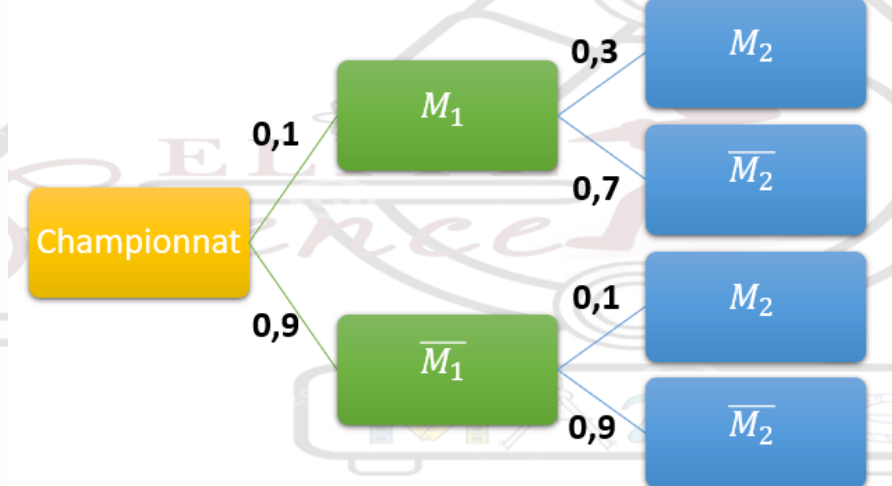
a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont-on précisera sa raison .

b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite  $(p_n)$

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (p_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} -0,025(0,2)^{n-1} + 0,125 = 0,125$

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (p_n) = 0,125$



### Partie C : Finale coupe du roi du 31 mai 2024

Pendant les entraînements, l'entraîneur Luis Castro prévoit des séances de tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale.

L'expérience a montré que la probabilité que Mané marque un penalty est de  $\frac{1}{4}$ .

On suppose que les résultats des 5 tirs au but de Mané sont indépendants.

Soit  $X$  la variable aléatoire égal au nombre de penalties marqués par Mané pendant ces 5 tirs au but.

1)a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance.

2) Mané sera autorisé à participer au tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale s'il marque au moins 3 penalties pendant cette séance de 5 penalties.

Quelle est la probabilité que Mané participe pour une éventuelle tir au but en finale ?

- $X$  peut prendre les valeurs 0-1-2-3-4-5
- $X$  suit la loi binomiale de Bernouilli
- $P(X = k) = C_5^k \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{5-k} = C_5^k \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{3}{4}\right)^{5-k}$

| X    | 0                  | 1                  | 2                 | 3                | 4                 | 5                |
|------|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------|
| P(X) | $\frac{243}{1024}$ | $\frac{405}{1024}$ | $\frac{135}{512}$ | $\frac{45}{512}$ | $\frac{15}{1024}$ | $\frac{1}{1024}$ |

### Partie C : Finale coupe du roi du 31 mai 2024

Pendant les entrainements, l'entraîneur Luis Castro prévoit des séances de tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale.

L'expérience a montré que la probabilité que Mané marque un penalty est de  $\frac{1}{4}$ .

On suppose que les résultats des 5 tirs au but de Mané sont indépendants.

Soit  $X$  la variable aléatoire égal au nombre de penalties marqués par Mané pendant ces 5 tirs au but.

1)a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance.

2) Mané sera autorisé à participer au tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale s'il marque au moins 3 penalties pendant cette séance de 5 penalties.

Quelle est la probabilité que Mané participe pour une éventuelle tir au but en finale ?

| X    | 0                  | 1                  | 2                 | 3                | 4                 | 5                |
|------|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------|
| P(X) | $\frac{243}{1024}$ | $\frac{405}{1024}$ | $\frac{135}{512}$ | $\frac{45}{512}$ | $\frac{15}{1024}$ | $\frac{1}{1024}$ |

- $E(X) = 0 \times \frac{243}{1024} + 1 \times \frac{405}{1024} + 2 \times \frac{135}{512} + 3 \times \frac{45}{512} + 4 \times \frac{15}{1024} + 5 \times \frac{1}{1024}$
- $E(X) = 1,25$
- $V(X) = 0^2 \times \frac{243}{1024} + 1^2 \times \frac{405}{1024} + 2^2 \times \frac{135}{512} + 3^2 \times \frac{45}{512} + 4^2 \times \frac{15}{1024} + 5^2 \times \frac{1}{1024}$
- $V(X) = 2,5$

### Partie C : Finale coupe du roi du 31 mai 2024

Pendant les entrainements, l'entraîneur Luis Castro prévoit des séances de tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale.

L'expérience a montré que la probabilité que Mané marque un penalty est de  $\frac{1}{4}$ .

On suppose que les résultats des 5 tirs au but de Mané sont indépendants.

Soit  $X$  la variable aléatoire égal au nombre de penalties marqués par Mané pendant ces 5 tirs au but.

1)a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance.

2) Mané sera autorisé à participer au tir au but pour une éventuelle série de penalties en finale s'il marque au moins 3 penalties pendant cette séance de 5 penalties.

Quelle est la probabilité que Mané participe pour une éventuelle tir au but en finale ?

| X    | 0                  | 1                  | 2                 | 3                | 4                 | 5                |
|------|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------|
| P(X) | $\frac{243}{1024}$ | $\frac{405}{1024}$ | $\frac{135}{512}$ | $\frac{45}{512}$ | $\frac{15}{1024}$ | $\frac{1}{1024}$ |

- La probabilité de participation de Mané a la finale est:

- $$P(X \geq 3) = \frac{45}{512} + \frac{15}{1024} + \frac{1}{1024} = \frac{53}{512}$$

# COURS DE RENFORCEMENT & REMISE À NIVEAU

COURS PRÉSENTIEL  
COURS EN LIGNE

DE LA 6ÈME À LA TERMINALE

MATHS  
PC  
SVT



77 106 98 79 - 76 312 52 24

