

Exercice 1

On lance un dé parfait et on considère les événements suivants :

$A =$ "le nombre obtenu est divisible par 2"

$B =$ "le nombre obtenu est divisible par 3"

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 2

Soient 6 jetons numérotés de 1 à 6. On en choisit 3 au hasard. Quelle est la probabilité que la somme des numéros des trois jetons choisis dépasse (strictement) celle des jetons restants ?

Exercice 3

On lance un dé (bien équilibré) six fois de suite. On note S l'événement "obtenir au moins un 6 lors des six lancers".

1. Décrire $\bar{S}$.
2. Calculer $p(S)$.

Exercice 4

Une urne U_1 contient deux boules noires et une boule blanche.

Une urne U_2 contient deux boules blanches et une boule noire.

On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire une boule dans cette urne.

1. Faire un arbre.
2. Calculer la probabilité de choisir l'urne U_1 et de tirer une boule blanche.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
4. On a tiré une boule blanche. Quelle est la probabilité que cette boule provienne de l'urne U_1 ?

Exercice 5

Une urne U_1 contient trois boules noires et sept boules blanches.

Une urne U_2 contient cinq boules noires et cinq boules blanches.

On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.

On note B_1 l'événement "obtenir une boule blanche au premier tirage"

et B_2 l'événement "obtenir une boule blanche au second tirage"

Les événements B_1 et B_2 sont-ils indépendants ?

Exercice 6

Un automobiliste effectue un parcours sur lequel se trouvent dix feux tricolores. Ces feux fonctionnent de manière autonome et indépendante et possèdent chacun le même cycle : *vert* 25 secondes, *orange* 5 secondes, *rouge* 30 secondes.

1. Étant donné un feu tricolore, on note S l'événement "l'automobiliste passe au feu vert". Calculer $P(S)$.
2. Quelle est la probabilité que sur son parcours (comportant dix feux tricolores) l'automobiliste rencontre exactement six feux verts ?
3. Quelle est la probabilité que sur son parcours l'automobiliste ne rencontre que des feux verts ?
4. Calculer le nombre moyen de feux verts que l'automobiliste rencontre sur son parcours.

Exercice 7

Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A , B , AB et O .

Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur *Rhésus*. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (noté $Rh+$) ; s'il ne possède pas ce facteur, il est dit de Rhésus négatif (noté $Rh-$).

Sur une population $\mathcal{P}$ les groupes sanguins se répartissent de la manière suivante :

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Pour chaque groupe, la proportion d'individus possédant ou non le facteur Rhésus se répartit ainsi :

Groupe	A	B	AB	O
$Rh+$	82%	81%	83%	80%
$Rh-$	18%	19%	17%	20%

Un individu ayant un sang du groupe O et de Rhésus négatif est appelé *donneur universel*.

On choisit un individu au hasard dans la population $\mathcal{P}$. Calculer la probabilité des événements suivants :

1. O = "l'individu a un sang du groupe O "
2. DU = "l'individu est un donneur universel"
3. $Rh-$ = "l'individu a un sang de Rhésus négatif"
4. On suppose dans cette question que l'individu a du sang de Rhésus négatif. Quelle est la probabilité que cet individu soit du groupe O ?

Exercice 8

On considère le jeu suivant : une urne contient six boules blanches et une boule rouge. Le joueur tire successivement et sans remise une boule jusqu'à tirer la boule rouge. On note k le rang du tirage de la boule rouge. On suppose que, à chaque tirage, chaque boule a autant de chance d'être tirée. Le joueur gagne k € si k est pair et perd k € si k est impair. Soit X la variable aléatoire qui correspond au gain (en €) du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer son espérance mathématique.
3. Ce jeu est-il intéressant pour le joueur ?
4. Sachant que la première boule tirée est blanche, quelle est la probabilité que le joueur gagne de l'argent ?

Exercice 9

On place dans une urne six boules numérotées de 0 à 5, indiscernables au toucher. L'expérience consiste à tirer simultanément trois boules.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque expérience, prend comme valeur le plus grand des numéros portés sur les trois boules tirées.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X , son espérance mathématique ainsi que son écart-type.
 - b) Calculer la probabilité que X prenne une valeur strictement supérieure à 3.

Exercice 10

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement M_1 , M_2 et M_3 .

La moitié des appareils de son stock provient de M_1 , un huitième de M_2 , et trois huitièmes de M_3 .

Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque M_1 sont rouge, que 5% des appareils de la marque M_2 sont rouges et que 10% des appareils de la marque M_3 le sont aussi.

On donnera les résultats sous forme de fractions.

On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste :

1. Quelle est la probabilité qu'il vienne de M_3 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de M_2 ?
3. Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4. Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M_1 ?

Exercice 11

Une urne contient 1 jeton numéroté ①, 2 jetons numérotés ② et 3 jetons numérotés ③.

On tire, au hasard, successivement deux jetons sans remise.

1. Faire un arbre (avec probabilités).
2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons identiques ?
3. On note X la somme des chiffres des deux jetons tirés.
 - a) Quelles sont les différentes valeurs possibles pour X ?
 - b) Donner la loi de probabilité de X .
 - c) Calculer l'espérance $E(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$.

Exercice 12

À la roulette, 18 numéros sont rouges, 18 sont noirs et 1 numéro est neutre. Par ailleurs, si l'on mise 10 € sur le noir et que le noir sort, on récupère sa mise de 10 € et l'on gagne 10 €, sinon (lorsque le rouge ou le neutre sort) on perd sa mise de 10 €.

Le but de cet exercice est de comparer les deux stratégies suivantes :

1. STRATÉGIE N°1 : on mise 10 € sur le noir et on note X le gain. ($X = +10$ ou $X = -10$)
 - a) Donner la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer et interpréter l'espérance $E(X)$.
2. STRATÉGIE N°2 : on mise 5 € sur le noir et 5 € sur le rouge. On note Y le gain.

- a) Quelles sont les différentes valeurs possibles de Y ? Donner la loi de probabilité de Y .
 - b) Calculer et interpréter $E(Y)$.
3. Quelle stratégie adopterez-vous ?

Exercice 13

A , B et C sont trois événements. On sait que :

$$p(A) = 0,5 \quad p(B) = 0,1 \quad p(C) = 0,7 \quad p(B \cup C) = 0,8 \quad p(A \cap B) = 0,3$$

1. Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Sont-ils indépendants ?
2. Les événements B et C sont-ils incompatibles ? Sont-ils indépendants ?
3. Les événements A et C sont-ils incompatibles ?

Exercice 14

Un dé est truqué de telle sorte que la probabilité d'obtenir chaque numéro de 1 à 6 soit proportionnelle à ce numéro. Calculer la probabilité de sortie de chaque numéro.

Exercice 15

On considère un dé, non truqué, à six faces non numérotées mais coloriées :

Il y a deux faces rouges, deux faces vertes et deux faces oranges.

On lance le dé une fois. On gagne à tous les coups, sauf si la face obtenue est rouge.

1. Expliquer brièvement pourquoi on a **1 chance sur 3** de perdre.
2. On suppose que l'on reçoit 5 € lorsqu'on gagne, et que l'on donne **2 fois plus** lorsqu'on perd (c'est-à-dire 10 €)
Ce jeu est-il équitable ?

Exercice 16

Une urne contient 2 jetons numérotés ① et 3 jetons numérotés ②.

On tire, au hasard, successivement deux jetons sans remise.

1. Faire un arbre (avec probabilités).
2. On note X la somme des chiffres des deux jetons tirés.
 - a) Quelles sont les différentes valeurs possibles pour X ?
 - b) Donner la loi de probabilité de X .
 - c) Calculer l'espérance $E(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$.

Exercice 17

Un dé est truqué de telle sorte que $p(1) = p(2) = p(3) = \frac{1}{10}$. On sait d'autre part que $p(4) = p(5) = p(6)$.

1. Calculer $p(4)$, $p(5)$ et $p(6)$.
2. On note X la variable aléatoire correspondant au résultat affiché par ce dé lorsqu'on le lance une fois. Calculer l'espérance $E(X)$.

Exercice 18

Lorsqu'un joueur de tennis effectue une mise en jeu, il a droit à deux tentatives : un premier service, suivi, s'il n'est pas réussi d'un second service.

Les statistiques du joueur Jean-Marc DÉSAISSE sont les suivantes :

- la probabilité que le premier service réussisse est égale à $\frac{2}{3}$
- s'il a échoué, la probabilité que le deuxième service réussisse est égale à $\frac{4}{5}$.

Lorsque les deux services échouent, on dit qu'il y a "double faute", sinon, la mise en jeu est réussie.

Calculer :

1. la probabilité que Jean-Marc fasse une double faute.
2. La probabilité que Jean-Marc réussisse sa mise en jeu.

Exercice 19

Un problème posé à Blaise PASCAL par le chevalier de Méré :

Quel est l'événement le plus probable :

A = "Obtenir au moins un "6" en lançant un dé quatre fois"

B = "Obtenir au moins un double "6" en lançant deux dés vingt quatre fois"

Indication : formuler les événements contraires $\bar{A}$ et $\bar{B}$ puis calculer leur probabilité ...

Exercice 20

On considère un jeu de 32 cartes. On tire simultanément huit cartes du jeu. Quelle est la probabilité des événements suivants :

A = "obtenir exactement un valet"

B = "obtenir exactement trois coeurs"

C = "obtenir exactement un valet et trois coeurs"

D = "obtenir au moins un as"

E = "obtenir deux valets, trois dames, un roi et deux as"

Exercice 21

Un sondage effectué auprès des automobilistes ayant effectué un trajet reliant deux villes V et V' montre que 60 % des automobilistes transportent des enfants et que, parmi ceux-ci, 85 % se sont arrêtés au moins une fois au cours du trajet, alors que 70 % des automobilistes voyageant sans enfant ne sont pas arrêtés.

On interroge au hasard un automobiliste.

On note :

A l'événement "l'automobiliste interrogé s'est arrêté au moins une fois"

E l'événement "l'automobiliste interrogé transporte des enfants"

1. Préciser les probabilités suivantes : $p(E)$, $p(A|E)$ et $p(A|\bar{E})$.

($A|E$ désigne l'événement A sachant que E est réalisé et $\bar{E}$ est l'événement contraire de E)

2. Calculer les probabilités $p(A \cap E)$ et $p(A)$.
3. Calculer la probabilité qu'un automobiliste transporte des enfants sachant qu'il ne s'est pas arrêté.

Exercice 22

1. Une grande enveloppe contient les douze "figures" d'un jeu de cartes : les quatre rois, les quatre dames et les quatre valets. On tire simultanément et au hasard cinq cartes de l'enveloppe. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de rois obtenus. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Dans la même enveloppe contenant les mêmes douze cartes, on effectue successivement cinq fois le tirage au hasard d'une carte que l'on remet à chaque fois dans l'enveloppe. Soit Y la variable aléatoire dont la valeur est égale au nombre de rois obtenus au cours des cinq tirages. Déterminer la loi de probabilité de Y .
3. Calculer les espérances mathématiques de X et de Y .

Exercice 23

Un restaurant universitaire possède 1500 assiettes. Un étudiant mange, au cours d'une année scolaire, 100 fois dans ce restaurant. Quelle est la probabilité que cet étudiant mange, au cours d'une année scolaire, au moins deux fois dans la même assiette ?

(On supposera qu'à chaque repas, chacune des 1500 assiettes a autant de chance de lui être attribuée)

Exercice 24

On considère une urne contenant trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et quatre boules vertes. Ces boules sont indiscernables au toucher.

On tire au hasard une boule de l'urne.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

J = "tirer une boule jaune"

B = "tirer une boule bleue"

R = "tirer une boule rouge"

V = "tirer une boule verte"

2. En fonction de la couleur tirée, on se voit attribuer une somme d'argent selon la convention suivante : si la boule tirée est :

- rouge, on gagne 10 €
- verte, on gagne 2 €
- jaune ou bleue, on gagne 3 €

Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage le gain réalisé.

a) Dédurre de la question 1) : $P(X = 2)$, $P(X = 3)$ et $P(X = 10)$.

b) Calculer l'espérance mathématique de X , sa variance puis son écart-type.

(On arrondira l'écart-type à 10^{-2})

3. Maintenant, on gagne toujours 10 € si la boule tirée est rouge, 2 € si elle est verte mais on gagne 3 € si elle est jaune et m € si elle est bleue ; m désignant un réel positif.

Calculer m pour que le gain moyen espéré soit de 4,5 €.

Exercice 25

Un joueur participe à un jeu défini de la façon suivante : on lance trois pièces de monnaie simultanément :

- on gagne 10 € s'il apparaît 3 "face"
- on gagne 7 € s'il apparaît 2 "face"
- on gagne 3 € s'il apparaît 1 "face"
- on perd 30 € s'il n'apparaît que des côtés "pile".

On suppose que les pièces de monnaie sont bien équilibrées.

On désigne par X la variable aléatoire représentant, en euros, le résultat obtenu (+10 ; +7 ; +3 ; -30).

1. Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
2. Déterminer la probabilité d'obtenir un résultat strictement inférieur à 7 €.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir un résultat strictement supérieur à 4 €.
4. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .
5. Ce jeu est-il équitable, favorable ou défavorable pour le joueur ?
6. Combien le joueur devrait-il perdre lorsqu'il n'obtient que des piles pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 26

Une urne contient n boules blanches (n non nul), deux boules noires et trois boules rouges. On extrait au hasard une boule de l'urne, on regarde sa couleur puis on la replace dans l'urne.

On suppose que les boules sont indiscernables au toucher.

1) a) Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir une boule blanche, la probabilité p_2 d'obtenir une boule noire et la probabilité p_3 d'obtenir une boule rouge.

b) Déterminer n pour que $p_2 = \frac{2}{11}$.

c) Déterminer n pour que $p_2 = \frac{1}{5}$

2) On suppose dans cette question que $n = 5$.

On définit une variable aléatoire X en associant à chaque couleur un nombre de points, comme cela est précisé dans le tableau ci-dessous :

Couleur de la boule	Nombre de points
noire	7
rouge	2
blanche	3

a) Définir la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X .

Exercice 27

On lance simultanément deux dés (non truqués et numérotés de 1 à 6). On note X la somme des chiffres obtenus et Y le produit des chiffres obtenus. On s'intéresse à la variable aléatoire Z définie par $Z = Y - 2X$.

Par exemple, si les dés affichent 4 et 6, on a : $X = 10$, $Y = 24$ et $Z = 4$.

Calculer la probabilité des événements suivants :

- 1) $A = "Z \text{ est un nombre positif (ou nul)"}"$
- 2) $B = "Z \text{ est un nombre impair}"$
- 3) $C = "Z \text{ est un nombre positif (ou nul) ou un nombre impair}"$

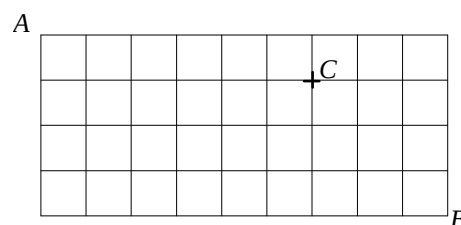
Exercice 28

On lance successivement deux fois un dé parfait dont les six faces sont numérotées de 1 à 6 et on note les numéros obtenus dans l'ordre de leur apparition. Chaque face a la même probabilité d'apparition.

1. Écrire toutes les éventualités ; on pourra, par exemple, utiliser un tableau. Une éventualité sera notée par exemple : (2 ; 5).
2. On note X la variable aléatoire qui à chaque éventualité $(a ; b)$ associe le plus grand des deux nombres a ou b .
Exemples : à l'éventualité (2 ; 5), X fait correspondre 5 ;
à l'éventualité (3 ; 3), X fait correspondre 3.
 - a) Définir la loi de probabilité de X à l'aide d'un tableau.
 - b) Calculer l'espérance mathématique de X .
3. Deux joueurs A et B conviennent que :
 - A gagne lorsque le plus grand des deux nombres tirés est : 5 ou 6.
 - B gagne dans les autres cas.
 Quelle est la probabilité que :
 - a) le joueur A gagne ?
 - b) le joueur B gagne ?

Exercice 29

1. Sur le quadrillage ci-contre (9×4), combien y a-t-il de chemins allant de A à B (on se déplace uniquement vers la **Droite** ou vers le **Bas**) ?
Indication : on pourra dénombrer le nombre de mots de 13 lettres qui contiennent 9 fois la lettre **D** et 4 fois la lettre **B**.
2. On choisit l'un de ces chemins au hasard. Calculer la probabilité de passer par le point C .



Indication : on pourra dénombrer les chemins allant de A à C puis ceux allant de C à B .

Exercice 30

Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que, sur quinze malades, il y a deux personnes vaccinées. On suppose de plus que sur cent personnes vaccinées, huit sont malades. Le but du problème est de savoir si le vaccin est efficace.

On choisit un individu au hasard dans cette population et on note :

$M = "l'individu \text{ est malade}"$ et $V = "l'individu \text{ est vacciné}"$.

1. Traduire les données de l'énoncé en termes de probabilités.
2. Calculer $p(M)$. En déduire la proportion de malades dans la population.
3. Calculer la probabilité que l'individu soit malade sachant qu'il n'est pas vacciné.
4. En déduire que $p(M|\bar{V}) > p(M|V)$. Ce vaccin est-il efficace ?

Exercice 31

Dans une loterie, on suppose que chaque billet a une chance sur 100 d'être gagnant.

1. On achète 2 billets. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un billet gagnant ?
2. On achète maintenant n billets. Calculer en fonction de n la probabilité qu'il y ait au moins un billet gagnant.
3. Combien de billets faut-il acheter pour être sûr à 50% d'avoir au moins un billet gagnant ?

Exercice 32

On lance deux dés non truqués. Un rouge et un vert. Leurs faces sont numérotées de 1 à 6.

On considère les événements :

A = "les deux dés donnent le même chiffre"

B = "on obtient au moins un six"

C = "le dé rouge donne un 6"

1. Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
2. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
3. Les événements A et C sont-ils indépendants ?

Exercice 33

Dans cet exercice, n est un entier vérifiant $n \geq 4$. On place n jetons dans une urne : un jaune et des blancs.

À chaque fois que l'on choisit, au hasard, un jeton de l'urne on note :

J = "le jeton obtenu est jaune"

B = "le jeton obtenu est blanc"

- 1) On suppose que l'on choisit juste un jeton (au hasard).

Exprimer en fonction de n les probabilités $p(J)$ et $p(B)$.

- 2) On considère maintenant le jeu suivant : on choisit successivement deux jetons avec remise. On gagne 16 € si l'on obtient deux fois le jeton jaune ; on gagne 1 € si l'on obtient deux fois un jeton blanc et on perd 5 € sinon.

On note X le gain algébrique en euros (+16 ; +1 ou -5)

- a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre.
- b) Déterminer la loi de probabilité de X (en fonction de n)

- c) Exprimer $E(X)$ en fonction de n .

$$(\text{Réponse : } E(X) = \frac{n^2 - 12n + 27}{n^2})$$

- d) Comment choisir n pour avoir $E(X) = 0$?

Exercice 34

On propose le jeu suivant :

Pour une mise de 6 €, on lance un dé parfaitement équilibré.

- Si le dé amène un 6, on reçoit 18 €.
- Si le dé amène un 5, on reçoit 6 €.
- Si le dé amène un 4, on reçoit 1 €.
- Dans les autres cas, on ne reçoit rien.

On appelle gain d'une partie la différence entre la somme reçue et la mise.

- 1) Soit X la variable aléatoire donnant le gain à l'issue d'une partie.

Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique $E(X)$. Interpréter $E(X)$.

2) Un joueur se présente ; il n'a que 10 € en poche.

a) Quelle est la probabilité qu'il puisse jouer une deuxième partie ?

b) Quelle est la probabilité qu'il lui reste 10 € à l'issue de cette deuxième partie sachant qu'il peut jouer une deuxième partie ?

(Pour ces deux questions, il est conseillé de construire un arbre décrivant les divers états possibles de la fortune du joueur)

Exercice 35

Un fournisseur livre deux catégories de câbles C_1 et C_2 .

Dans chaque livraison figurent 20% de câbles C_1 et 80% de câbles C_2 .

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, aucun calcul approché n'est demandé.

On prélève, au hasard, 4 câbles dans une livraison de 1000 câbles.

1) Préciser la probabilité de l'événement $E = \text{"les 4 câbles sont du type } C_1 \text{"}$

2) Préciser la probabilité de l'événement $F = \text{"1 câble est du type } C_1 \text{ et 3 câbles sont du type } C_2 \text{"}$

3) Préciser la probabilité de l'événement $G = \text{"au moins un câble est du type } C_1 \text{"}$

Partie B

Dans cette partie, on prélève un câble dans une livraison, on note son type et on le remet dans le lot. On réalise n fois cette expérience $\mathcal{E}$ et on note X le nombre de câbles C_1 obtenus.

1) On suppose que $n = 4$. Les résultats seront donnés à 10^{-4} près.

a) Calculer la probabilité d'obtenir 2 câbles du type C_1 .

b) Calculer la probabilité d'obtenir au moins un câble de type C_1 .

c) Calculer l'espérance $E(X)$.

2) Dans cette question n est inconnu.

a) Exprimer $P(X \geq 1)$ en fonction de n .

b) Combien de fois faut-il réaliser l'expérience $\mathcal{E}$ pour être sûr à 90% d'obtenir au moins un câble C_1 ?

Exercice 36

1. Démontrer que, pour tous réels x et y , on a : $1 - x - y + xy = (1 - x)(1 - y)$

2. A et B sont deux événements indépendants.

a) Les événements $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont-ils indépendants ?

(Rappel : lois de Morgan : $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$; $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$)

b) Les événements $\bar{A}$ et B sont-ils indépendants ?

Exercice 37

Une urne contient :

- 1 jeton vert rapportant 10 €
- 3 jetons oranges rapportants chacun 5 €
- n jetons rouges ne rapportants rien.

Pour une mise de m €, un joueur peut tirer un jeton, au hasard, dans l'urne.

On note X le gain du joueur.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Dans cette question, on suppose que la mise est $m = 1$ €.

Combien de jetons rouges faut-il mettre dans l'urne pour avoir un jeu équitable ?

2. Dans cette question, la mise m est inconnue et on suppose que $n = 16$. (Il y a donc 16 jetons rouges)

Quelle doit être la mise m pour avoir un jeu équitable ?

Exercice 38

A , B et C sont des événements. On sait que : $p(A) = 0,3$; $p(B) = 0,5$; $p(A \cap B) = 0,2$; $p(\overline{C}) = 0,4$.

On sait également que A et C sont incompatibles.

1. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?

2. Calculer : $p(C)$; $p(A \cup B)$; $p(A \cup C)$

Exercice 39

Deux joueurs de tennis J_1 et J_2 s'affrontent dans un match en deux sets gagnants.

(Rappel des règles : pour gagner le match, un joueur doit gagner deux sets. Il y a, au plus, trois sets.)

On suppose que :

- la probabilité que le joueur J_1 gagne le 1^{er} set est 0,6
- la probabilité que le joueur J_1 gagne le 2^{ème} set est 0,5
- la probabilité que le joueur J_1 gagne le 3^{ème} set (si il y en a un) est 0,4.

1. Faire un arbre décrivant les différents cas de figure.

2. Calculer la probabilité des événements suivants :

A = "le joueur J_1 gagne le match en 2 sets"

B = "le joueur J_1 perd le match en 2 sets"

C = "le joueur J_1 gagne au moins un set"

D = "le joueur J_1 gagne le match"

Exercice 40

Dans un lycée de 810 élèves, les effectifs par niveaux sont :

- 280 élèves en seconde
- 240 élèves en première
- 220 élèves en terminale
- 70 élèves en BTS.

On a décidé d'interroger, chaque jour, un groupe de 5 élèves choisis au hasard pour connaître leur opinion concernant les menus à la cantine.

Partie A - Pour une journée

Dans cette partie, on ne demande aucun calcul approché et on ne cherchera pas à simplifier les résultats obtenus.

1. Calculer la probabilité que les 5 élèves interrogés soient des élèves de seconde.
2. Calculer la probabilité que parmi les 5 élèves interrogés, un, exactement, soit un élève de première.
3. Calculer la probabilité p pour qu'au moins un élève de BTS soit interrogé.

Partie B - On répète l'opération pendant 6 jours de manière indépendante

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-5} près.

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de jours où au moins un élève de BTS est interrogé.

Dans tous les calculs, on prendra 0,3643 comme valeur de la probabilité qu'au moins un élève de BTS soit interrogé.

1. Calculer la probabilité pour que l'événement "au moins un élève de BTS est interrogé" se produise 4 fois exactement au cours de ces 6 jours.
2. Calculer la probabilité pour que, au cours de ces 6 jours, aucun élève de BTS ne soit interrogé.

Exercice 41

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ces tablette, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente. Parmi les tablettes gagnantes, 60% permettent de gagner exactement une place de cinéma et 40% exactement deux places de cinéma.

On note $p(A|B)$ la probabilité conditionnelle de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

1. Un client achète une tablette de chocolat. On considère les événements suivants :

G = "le client achète une tablette gagnante"

U = "le client gagne exactement une place de cinéma"

D = "le client gagne exactement deux places de cinéma"

- a) Donner $p(G)$, $p(U|G)$ et $p(D|G)$
 - b) Montrer que la probabilité de gagner exactement une place de cinéma est égale à 0,3.
 - c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de places de cinéma gagnées par le client.
Déterminer la loi de probabilité de X .
Calculer l'espérance mathématique de X .
2. Un autre client achète deux jours de suite une tablette de chocolat.
 - a) Déterminer la probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma.
 - b) Déterminer la probabilité qu'il gagne au moins une place de cinéma.
 - c) Montrer que la probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma est égale à 0,29.

Exercice 42

Un marchand de glaces propose dix parfums au choix pour des glaces en cornet. Trois élèves choisissent, au hasard et indépendamment l'un de l'autre, un des parfums proposés.

1. Calculer la probabilité de l'événement A : "les trois élèves choisissent des parfums deux à deux distincts"
2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parfums choisis par les trois élèves.
Déterminer la loi de probabilité de X . Calculer son espérance mathématique. Interpréter.