

Exercices d'entraînement

Prof : Abdoulaye Drissa Dembélé (ADD)

Classe: TSE/TSExp

2025 - 2026

Dénombrement-Probabilité

Exercice 01 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

1) Calcule, sans utiliser la calculatrice, les nombres réels suivants :

$$A = A_6^2 + A_4^3 - A_7^3 \quad B = C_8^6 \times C_3^2 - C_5^2$$

2) Résous dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$a) C_n^2 = 190 \quad b) A_n^2 = 15 - 3n \quad c) 2C_n^3 + C_n^2 = A_n^3 \quad d) C_{n+10}^{2n-10} = C_{n+10}^{n+4}$$

$$e) A_n^4 = 42A_n^2 \quad f) 4C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0 \quad g) C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 387n$$

3) Démontre que pour tout entier naturel non nul n , on a :

$$\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{(n)!} + \frac{1}{(n+1)!} = \frac{n^2}{(n+1)!}$$

4) Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ le système $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+1} \\ 4C_x^y = 5C_x^{y-1} \end{cases}$

Exercice 02 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Dans une classe de 40 élèves, 28 apprennent l'anglais, 16 l'allemand et 8 les deux langues. On choisit au hasard un élève dans cette classe et on considère les événements suivants :

A « l'élève choisi apprend l'anglais » et B « l'élève choisi apprend l'allemand ».

Calcule les probabilités des événements suivants : A ; B ; $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A} \cap B$ et $\bar{A} \cup B$,

$A \setminus B$; $B \setminus A$; $\bar{A} \cup \bar{B}$; $\bar{A} \cap \bar{B}$; $\overline{A \cap B}$ et $\bar{A} \cup \bar{B}$.

Exercice 03

Un informaticien désordonné dispose de 22 CD enregistrables. Il a enregistré des documents sonores sur 4 CD d'entre eux, des fichiers textes sur 5 CD et des images sur 6 CD. Les autres CD sont vierges. Il choisit simultanément 3 CD.

- 1) Combien de tirages distincts peut-il effectuer ?
- 2) Quelle est la probabilité de tirer 3 CD contenant des images ?
- 3) Quelle est la probabilité de tirer 1 CD contenant des fichiers textes et 2 CD contenant des documents sonores ?
- 4) Quelle est la probabilité de tirer au moins 2 CD vierges ?
- 5) Quelle est la probabilité de tirer au plus 1 CD vierges ?

Exercice 04 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Une télé fabriquée en très grande série peut être défectueuse à cause de deux défauts différents désignés par A et B, 10% des appareils ont le défaut A, 8% ont le défaut B et 4% les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits.

- 1) Quelle est la probabilité que l'appareil présente le défaut A ou le défaut B ?
- 2) Quelle est la probabilité que l'appareil soit sans défaut ?
- 3) Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut A ?
- 4) Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut B ?
- 5) Résume cette situation à l'aide d'un diagramme.

Exercice 05 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Dans un centre sportif il y a N étudiants dont : 100 pratiquent du football ; un tiers pratiquent du basket-ball ; un dix-huitième pratiquent les deux sports ; un sixième ne pratiquent ni l'un ni l'autre.

- 1) Détermine N .
- 2) Détermine la probabilité pour qu'un sportif choisi au hasard dans ce centre :
 - a) soit à la fois footballeur et basketteur.
 - b) ne soit ni footballeur ni basketteur.
 - c) soit seulement footballeur.

Exercice 06 : Extrait du Bac TSExp 2007

Dans un centre sportif il y a N étudiants dont : 200 pratiquent du football ; un tiers pratique du basket-ball ; un dix-huitième pratique les deux sports ; un sixième ne pratique ni l'un ni l'autre.

- 1) Traduis les informations ci-dessus sous forme d'équations permettant de calculer N puis détermine sa valeur.
- 2) Détermine la probabilité pour qu'un sportif choisi au hasard dans ce centre:
 - a) soit à la fois footballeur et basketteur.
 - b) ne soit ni footballeur ni basketteur.
 - c) soit seulement footballeur.

Exercice 07 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Une urne contient 15 boules indiscernables au toucher dont 10 rouges, 3 bleues et 2 vertes.

Le principe d'un jeu est le suivant : le joueur paye 100F au début de chaque jeu et ensuite il tire simultanément 2 boules de l'urne.

Le tirage d'une boule rouge ne rapporte rien. Chaque boule bleue tirée rapporte 100 F.

Chaque boule verte tirée rapporte 200 F. Un joueur joue une fois.

- 1) Calcule la probabilité pour ce joueur de ne ni gagner, ni perdre (gagner 0 F).
- 2) Calcule la probabilité pour que ce joueur puisse perdre 100 F.
- 3) Calcule la probabilité pour que ce joueur puisse gagner 100F.
- 4) Calcule la probabilité pour que ce joueur puisse gagner 200F.

NB : Le gain algébrique du joueur est la différence entre le montant obtenu à l'issue du jeu et celui payé au début du jeu.

Exercice 08 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Un enfant a dans sa poche des pièces de monnaies de 25 F, 50 F, 100 F et 200F.

On désigne respectivement par a, b, c et d le nombre de pièces de 25 F, 50 F, 100 F et 200F. On suppose que les nombres a, b, c et d sont dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique. Il y a 7 pièces de 50 F et la somme totale contenue dans la poche est 1200F.

- a) Détermine les réels a, b, c et d .
- b) On suppose dans la suite : $a = 10$; $b = 7$; $c = 4$ et $d = 1$

Dans un magasin, pour régler un achat de 350 F, il extrait au hasard et simultanément 3 pièces de sa poche.

- a) Calcule la probabilité d'obtenir la somme exacte de 350 F.
- b) Calcule la probabilité d'obtenir une somme suffisante pour faire son achat.

Calcule la probabilité d'obtenir moins de 350 F.

Exercice 09 : Extrait du Bac TSExp 2009

On place dans une boîte des pièces de monnaies de 1 F, 2 F, 5 F et 10 F.

On désigne par a , b , c et d respectivement le nombre des pièces de 1 F, 2 F, 5 F et 10 F. On suppose que les nombres a , b , c et d sont dans cet ordre, les termes d'une suite arithmétique. Il y a 5 pièces de 2 F et la somme totale contenue dans la boîte est 42F.

1) Détermine les réels a , b , c , et d .

2) On suppose dans la suite : $a = 7$; $b = 5$; $c = 3$ et $d = 1$

Dans un magasin, pour régler un achat de 17 F on extrait au hasard et simultanément 3 pièces dans la boîte.

c) Quelle est la probabilité d'obtenir la somme exacte de 17 F ?

d) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme suffisante pour faire son achat ?

Exercice 10 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Dans une ville, il existe deux lycées, l'un de garçons et l'autre de filles ; chaque lycée a une classe de SBT_1 , une de SBT_2 et une de SBT_3 . Une bourse d'étude est offerte par la ville à six élèves pris parmi les élèves des six classes de terminales. Pour cela on choisit les six meilleurs élèves de chaque classe, soit en tout, 36 élèves et les noms des six boursiers sont alors déterminés par tirage au sort parmi les 36 élèves.

Calcule les probabilités suivantes :

a) Pour que les 6 boursiers soient les 6 élèves de la SBT_2 garçons.

b) Pour que les 6 boursiers soient des élèves de la SBT_2 .

c) Pour que les 6 boursiers soient des filles.

d) Pour que les 6 boursiers soient 3 filles et 3 garçons.

e) Pour que parmi les 6 boursiers, il y ait moins de 3 garçons.

Exercice 11 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Dans une certaine ville, il y a 3 médecins. Quatre habitants malades la même nuit appellent un médecin au téléphone après avoir choisi au hasard l'un des 3 médecins dans l'annuaire.

1. Quelle est la probabilité pour que les 4 malades appellent le même médecin ?

2. Quelle est la probabilité pour que les 3 médecins soient appelés.

Exercice 12 Corrigé dans Collection π TSE

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} près.

Dans un pays, 2 % de la population est contaminée par un virus.

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le virus » et T l'événement « le test est positif ».

$\bar{V}$ et $\bar{T}$ désignent respectivement les événements contraires de V et T .

1) a) Précise les probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.

b) Traduis la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

c) Déduis-en la probabilité de l'événement $V \cap T$.

2) Démontre que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3) a) Justifie par un calcul la phrase : « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

b) Détermine la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Exercice 13

Dans une liste des candidats devant passer le baccalauréat, on compte 52 % de filles. Les filles se répartissent de la manière suivante : 20 % sont dans le domaine des Sciences et Mathématiques (SM), 45 % dans le domaine des Sciences Humaines (SH) et les autres dans le domaine des Langues et communication (LC).

En ce qui concerne les candidats garçons, 30 % sont dans le domaine SM, 45 % dans le domaine SH et 25 % dans le domaine LC.

On choisit au hasard un nom dans la liste des candidats. On note :

F, l'évènement « le nom choisi est celui d'une fille » ;

G, l'évènement « le nom choisi est celui d'un garçon » ;

I, l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit dans le domaine SM » ;

E, l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit dans le domaine SH » ;

M, l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit dans le domaine LC ».

1-/ On considère l'arbre de probabilités ci-dessous.

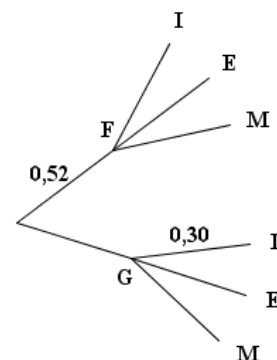
a-/ Montrer que la probabilité de l'évènement I est égale à 0,248

b-/ Recopiez et complétez l'arbre de probabilité donné ci - contre

c-/ Les évènements F et I sont-ils indépendants ?

2-/ Déterminer $P_I(F)$, la probabilité de l'évènement F sachant I

3-/ Montrer que les évènements F et E sont indépendants.



Exercice 14 : Extrait du Bac TSExp 2014 (Mali) (Corrigé dans le livre DONI Maths TSExp)

Dans le cadre de la prévention des angines hivernales, une étude a été menée pour tester l'efficacité réelle d'un médicament constitué d'un cocktail de vitamines. Dans ce but, on a sélectionné un échantillon de 600 personnes réparties de manière aléatoire en trois groupes : 240 personnes dans le groupe A, 35% de l'échantillon dans le groupe B, et le reste dans le groupe C.

On a administré aux personnes du groupe A durant la période hivernale une dose journalière de ce médicament en leur disant.

On a administré aux personnes du groupe B un placebo (c'est-à-dire un comprimé neutre, ne contenant aucun élément médicinal actif), tout en leur disant qu'il s'agissait du médicament.

On a administré aux personnes du groupe C le médicament en leur disant qu'il s'agissait d'un placebo.

Les résultats de l'étude sont recensés sur 600 fiches individuelles.

a-/ 28% des fiches signalent un traitement efficace. Parmi celles-ci 72 fiches correspondent à des personnes du groupe B

b-/ 75% des fiches correspondant aux personnes du groupe A ne signalent aucune amélioration significative.

1-/ Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Groupe A	Groupe B	Groupe C	Total
Nombre de fiches signalant un traitement efficace				
Nombre de fiches ne signalant aucune amélioration significative				
Total	240			600

2-/ a-/ On choisit une fiche au hasard parmi les 600.

On considère les évènements suivants :

E_1 : «Il s'agit d'une fiche du groupe A.»,

E_2 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.»,

$E_3 = E_1 \cap E_2$

$E_4 = E_1 \cup E_2$

Calculer les probabilités de ces quatre évènements.

b-/ On choisit au hasard une fiche du groupe B. On considère l'évènement E_5 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.».

Calculer la probabilité de l'évènement E_5 . *Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .*

3-/ Pour chacun des groupes, donner les fréquences en pourcentage des fiches signalant un traitement efficace.

Exercice 15

Une récente diplômée a l'intention de passer trois examens en sciences durant les vacances prochaines. Elle passera le premier en juin. Si elle réussit, elle passera le deuxième en juillet. Puis, si elle réussit cet examen, elle passera le dernier en septembre. En cas de non-réussite, elle n'a pas le droit de passer l'examen suivant. La probabilité de réussir le premier examen est 0,9. Si elle poursuit, la probabilité conditionnelle de réussir le deuxième est 0,8. Si elle réussit au premier et au second examen, la probabilité conditionnelle de réussir le troisième est 0,7.

1) Avec quelle probabilité, la candidate réussira-t-elle les trois examens ?

2) Sachant qu'elle ne réussira pas les trois examens, quelle est la probabilité qu'elle ait raté le deuxième ?

Exercice 16

Dans une classe de TSE, sur 45 élèves, 30 ont eu la moyenne au premier devoir de mathématiques. On considère que dans cette classe si un élève a la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{2}$ et s'il a raté la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{3}$.

Soit E_n l'évènement « l'élève a eu la moyenne au n ème devoir », $\bar{E}_n$ l'évènement « l'élève n'a pas eu la moyenne au n ème devoir ».

1) Détermine p_1

2) a) Détermine $p(E_2/E_1)$ et $p(E_2/\bar{E}_1)$

b) Déduis-en p_2

- 3) Montre que pour tout entier naturel non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{6} p_n + \frac{1}{3}$.
- 4) Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n , par $u_n = p_n - \frac{2}{5}$
- a) Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- b) Exprime u_n en fonction de n puis p_n en fonction de n .
- c) Calcule la limite de p_n quand n tend vers l'infini.

Exercice 17

Une société de distribution d'électricité ayant une production insuffisante en électricité pour assurer une alimentation continue dans tout le pays, procède à des délestages. Ainsi, à partir d'un certain jour, les délestages ont débuté dans la ville à un rythme décrit comme suit :

- Le premier jour, la ville est délestée ;
- Si la ville est délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{2}{9}$;
- Si elle n'est pas délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{5}{6}$.

On désigne par l'événement : D_n : « La ville est délestée le jour » et par p_n la probabilité de l'événement D_n c'est-à-dire que $p_n = p(D_n)$.

1. Détermine $p_1 = p(D_1)$, $p(D_2/D_1)$, $p(D_3/D_2)$, $p(D_{n+1}/D_n)$ et $p(D_{n+1}/\bar{D}_n)$.
2. Calcule p_3 .
3. Exprime p_{n+1} en fonction de $p(D_{n+1} \cap D_n)$ et $p(D_{n+1} \cap \bar{D}_n)$.
4. En déduis que, pour tout entier naturel non nul, $p_{n+1} = -\frac{11}{6} p_n + \frac{5}{6}$.
5. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n , par $u_n = 6p_n - \frac{90}{29}$.
 - a. Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b. Exprime u_n en fonction de n puis p_n en fonction de n .
 - c. Un match de football doit se jouer le 20^{ème} jour. Quelle est la probabilité pour que les habitants de la ville le suivent sans délestage ?

Exercice 18

On choisit deux boules au hasard et simultanément dans une urne contenant 8 blanches, 4 noires et 2 oranges. Supposons que l'on reçoive 2 F pour chaque boule noire tirée et que l'on perde 1 F pour chaque boule blanche tirée.

- A. On suppose que les deux boules sont tirées au hasard et simultanément. On désigne les gains nets par la variable aléatoire X .
- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour X et quelles sont les probabilités associées à ces valeurs ?
 - 2) Détermine et interprète l'espérance mathématique de X dans ce contexte.
 - 3) Détermine la variance et l'écart type de X .
 - 4) Détermine et représente la fonction de répartition de X .
- B. On suppose que les deux boules sont tirées au hasard et successivement sans remise. On désigne les gains nets par la variable aléatoire Y .
1. Quelles sont les valeurs possibles pour Y et quelles sont les probabilités associées à ces valeurs ?
 2. Détermine et interprète l'espérance mathématique de Y dans ce contexte.

- C. On suppose que les deux boules sont tirées au hasard et successivement avec remise. On désigne les gains nets par la variable aléatoire Z .
1. Quelles sont les valeurs possibles pour Z et quelles sont les probabilités associées à ces valeurs ?
 2. Détermine et interprète l'espérance mathématique de Z dans ce contexte.

Exercice 19

Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules blanches, on tire simultanément et au hasard 3 boules.

- 1) Calcule la probabilité de chacune des évènements suivants :
 - a) les trois boules sont rouges
 - b) aucune boule rouge n'est tirée
 - c) une boule rouge et une seule est tirée
 - d) deux boules rouges et deux seulement sont tirées
 - e) une boule rouge au moins est tirée
 - f) deux boules blanches au plus sont tirées
- 2) Soit x la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de boules rouges qui se trouvent parmi les 3 boules tirées.
 - a) Donner la loi de probabilité de x
 - b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de x
 - c) Calculer la probabilité de l'évènement $1 \leq x \leq 2$

Exercice 20

Un enfant a dans sa poche 6 pièces de monnaie : 2 pièces de 100 f CFA, 3 pièces de 50 f FCA et une pièce de 25 f CFA. Dans un magasin pour régler un achat de 225f CFA, il extrait au hasard et simultanément 3 pièces de sa poche.

- 1)
 - a) Quelle est la probabilité qu'il obtienne ainsi la somme exacte de 225 f CFA ?
 - b) Quelle est la probabilité qu'il obtienne une somme suffisante pour régler son achat ?
- 2) On désigne par X la variable aléatoire associant à chaque tirage la somme obtenue en Francs.
 - a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
 - b) Détermine la loi de probabilité de X .
 - c) Représente la loi de probabilité de X par un diagramme en bâton.
 - d) Détermine la fonction la fonction de répartition de X
 - e) Représente la fonction de répartition de X .
 - f) Calcule l'espérance mathématique de X puis interprète le resultat.
 - g) Calcule la variance et l'écart-type de X .

Exercice 21

Une étude portant sur l'absentéisme dans une classe de terminale de 50 élèves a montré que durant une semaine et aux trois séances de cours de mathématiques : 20% des élèves ont été absents à une séance et une seule ; 12% des élèves ont été absents exactement à deux séances ; 4% des élèves ont été absents aux trois séances.

- 1) Quel est le nombre d'élèves qui ont suivi régulièrement les trois séances de cours de mathématiques durant la semaine ?
- 2) On choisit au hasard un élève dans cette classe. Quelle est la probabilité que cet élève, durant la semaine.
 - a) n'ait été absent à aucune séance ?
 - b) ait été absent à une séance et à une seule ?
 - c) ait été absent à exactement deux séances ?
 - d) ait été absent aux trois séances ?
 - e) ait été absent à au plus deux séances ?
- 3) Le professeur de mathématiques décide d'octroyer en début de semaine et à chaque élève 1,5 points en guise de stimulation. En revanche, chaque absence à une séance de cours fait perdre à l'élève absent 0,5 pt sur sa note de stimulation. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le total des points perdus par un élève à l'issue des trois séances hebdomadaires.
 - h) Quelles sont les valeurs prises par X ?
 - i) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - j) Représenter la loi de probabilité de X par un diagramme en bâton.
 - k) Déterminer la fonction la fonction de répartition de X
 - l) Représenter la fonction de répartition de X .
 - m) Calculer l'espérance mathématique de X , la variance et l'écart-type de X .
 - n) Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette classe terminale A ait conservé au moins 0,5 comme note de stimulation à la fin de la semaine ?

N.B : Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Exercice 22 :

Une population d'élèves comportant 40% de bacheliers a subi un test de recrutement en première année d'une grande école. Ce test a donné les résultats suivants :

75% des bacheliers sont admis.

52% des non bacheliers sont admis.

Partie A :

On choisit au hasard un élève de la population. On note :

B l'évènement : « l'élève est bachelier »

T l'évènement : « l'élève est admis au test »

A l'évènement : « l'élève est bachelier et est admis au test ».

1) Précise chacune des probabilités suivantes :

a) La probabilité $P(B)$ de l'évènement B .

b) La probabilité $P_B(T)$ de T sachant que B est réalisé.

c) La probabilité $P_{\bar{B}}(T)$ de T sachant que B n'est pas réalisé.

2) Démontre que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,3.

3) Calcule la probabilité de l'évènement T

4) Dédus des questions précédentes que les évènements B et T ne sont pas indépendants.

5) Démontre que la probabilité pour qu'un élève admis au test soit bachelier est égal à $\frac{25}{51}$.

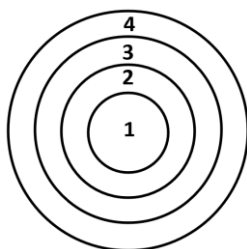
Partie B

On choisit au hasard 5 élèves de la population étudiée. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'étudiant bacheliers et admis au test parmi les 5 choisis.

- 1) Démontre que la probabilité pour que 3 seulement des 5 élèves soient bacheliers et admis au test est égale à 0,1323.
- 2) Détermine la loi de X .
- 3) Calcule l'espérance mathématique de X , la variance de X et l'écart type de X .

Exercice 23 : Extrait du Bac TSE 2015 Mali (Corrigé dans le livre DONI Maths TSE)

Une cible est constituée de cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 déterminant 4 zones numérotées (1), (2), (3), (4) (chaque zone est une couronne), on considère l'extérieur de la cible comme une 5^{ème} zone.



1. Un joueur lance une flèche. La probabilité d'atteindre l'une des zones 1, 2, 3, 4 est proportionnelle à l'aire de cette zone. (**Rappel** : l'aire d'un disque de rayon r est $A = \pi r^2$). Montrez que les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 d'atteindre respectivement les zones (1), (2), (3), (4) sont égales à $K, 3K, 5K, 7K$ où K est un nombre que l'on ne demande pas de calculer dans cette question.
2.
 - Si la flèche touche la zone (1), le joueur gagne 4 000 FCFA
 - Si la flèche touche la zone (2), le joueur gagne 3 000 FCFA
 - Si la flèche touche la zone (3), le joueur gagne 2000F CFA
 - Si la flèche touche la zone (4), le joueur gagne 1 000 FCFA
 - Si la flèche touche la zone (5), le joueur perd 30 000 FCFA.

On suppose que l'espérance mathématique de X est nulle.

On appelle X le gain obtenu à l'issue d'une partie (lancée d'une flèche)

- a. Déterminez les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 et la probabilité p_5 de manquer la cible.
- b. Donnez sous forme de tableau la loi de probabilité de X .

Exercice 23 : Extrait du Bac S Pondichéry 2006

En 2013, un laboratoire de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. Il met au point un test de dépistage de la maladie responsable de cette disparition et fournit les renseignements suivants : « la population testée comporte 50% d'animaux malades. Si un animal est malade, le test est positif dans 99% des cas ; si un animal n'est pas malade, le test est positif dans 0,1% des cas ».

On note M l'événement « l'animal est malade », $\bar{M}$ l'événement contraire et T l'événement « le test est positif ».

- 1) Détermine $P(M)$, $P_M(T)$ et $P_{\bar{M}}(T)$.
- 2) Déduis en $P(T)$.
- 3) Le laboratoire estime qu'un test est fiable si sa valeur prédictive, c'est-à-dire la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif, est supérieure à 0,999. Ce test est-il fiable ?

Exercice 24 : Extrait du Bac S Liban 2005

Un fabricant d'écrans plasma teste une première fois ses appareils à la sortie de la chaîne de fabrication.

Si le test est positif (c'est-à-dire si l'écran fonctionne correctement), l'écran est acheminé chez le client. Sinon l'écran retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois. Si ce deuxième test est positif, l'écran est acheminé chez le client, sinon il est détruit.

Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 70 % des écrans neufs sortis directement des chaînes de fabrication, mais que parmi les écrans réparés, seulement 65% d'entre eux passent le second test avec succès.

On note T_1 l'événement : « le premier test est positif ».

On note C l'événement : « l'écran est acheminé chez le client ».

1. On choisit un écran au hasard à la sortie de la chaîne de fabrication.

Détermine les probabilités des événements T_1 et C.

2. La fabrication d'un écran revient à 1000 € au fabricant si l'écran n'est testé qu'une fois.

Cela lui coûte 50 € de plus si l'écran doit être testé une seconde fois.

Un écran est facturé a euros (a étant un réel positif) au client.

On introduit la variable aléatoire X qui, à chaque écran fabriqué, associe le « gain » (éventuellement négatif) réalisé par le fabricant.

- a. Détermine la loi de probabilité de X en fonction de a .
- b. Exprime l'espérance de X en fonction de a .
- c. À partir de quelle valeur de a , l'entreprise peut-elle espérer réaliser des bénéfices?

Exercice 25

La probabilité qu'un tireur atteigne sa cible est $p = \frac{4}{5}$

On suppose qu'il a fait 3 tirs et on note x la variable aléatoire associant à cette épreuve le nombre de succès obtenus.

1. Détermine la probabilité que le tireur atteigne exactement deux fois sa cible.
2. Détermine la loi de probabilité X .
3. Détermine son espérance mathématique puis interprète son résultat.
4. Calcule sa variance et son écart type.

Exercice 26

Sur une autoroute, deux carrefours successifs sont munis de deux feux tricolores A et B.

La couleur du feu B est indépendante de celle du feu A.

La probabilité que le feu A soit vert est $\frac{3}{4}$. La probabilité que le feu B soit vert est $\frac{1}{2}$.

La probabilité de couleur orange est toujours nulle.

- 1) un automobiliste passe aux deux carrefours.

- a) Calculer la probabilité qu'il rencontre deux feux verts.
- b) Calculer la probabilité qu'il rencontre au moins un feu vert.

- 2) On ne s'occupe plus que du feu A.

Un automobiliste passe quatre fois à ce carrefour. X est la variable aléatoire qui a pour valeur le nombre de feux verts que l'automobiliste rencontre.

Trouve la loi de probabilité de X puis calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de X .

Interprète ce résultat. Pouvait-on prévoir ce résultat ?

Exercice 27

Un livreur de pain qui fait son service à moto, doit servir tous les jours un client à 20 heures précises.

La livraison de pain chez ce client est indépendante d'un jour à l'autre.

Habituellement, le livreur met 10 minutes de la boulangerie au domicile de ce client ; mais la mairie a fait installer sur son trajet deux feux tricolores non synchronisés et indépendants.

☞ S'il arrive à un feu orange, il s'arrête 60 secondes et repart.

☞ S'il arrive à un feu rouge, il s'arrête 30 secondes et repart.

Pour chaque feu :

☞ La probabilité d'être vert à l'arrivée du livreur est $\frac{1}{2}$

☞ La probabilité d'être orange à l'arrivée du livreur est $\frac{1}{4}$

On note X la variable aléatoire égale au temps mis en minutes par le livreur pour arriver au domicile du client.

- 1) 1) a. Justifie que l'ensemble des valeurs prises par x est $(10 ; 10,5 ; 11 ; 11,5 ; 12)$.
 b. Détermine la loi de probabilité de X .
 c. Calcule l'espérance mathématique de X . Interprète ce résultat.
- 2) Le livreur part à 19 h 49 min de la boulangerie.
 a. Calcule la probabilité qu'il arrive à 20 heures précises chez le client.
 b. Calcule la probabilité qu'il arrive en retard chez le client.
- 3) Pour cette question, on donnera l'arrondi d'ordre 3 de chaque résultat.
 a. Calcule la probabilité pour que le pain soit livré exactement trois fois à 20 heures précises au cours d'une semaine.
 b. Calcule la probabilité pour que le pain soit livré au moins une fois à 20 heures précises au cours d'une semaine.

Exercice 28

Dans un établissement le résultat du baccalauréat blanc est un repère pour l'administration depuis un certain temps. En effet, une analyse a prouvé qu'un élève sérieux de terminale de leur école a 60% de chance d'être admis au Bac s'il réussit son Bac blanc et 30% sinon. On admet que la probabilité de réussir son Bac blanc est 80%.

Notons A l'événement "l'élève réussit son Bac blanc" et B l'événement "l'élève réussit son Bac".

1. Quelle est la probabilité que l'élève réussisse son Bac blanc et son Bac ? (0, 5 pt)
2. Quelle est la probabilité que l'élève ne réussisse pas son Bac Blanc et réussit son Bac ? (0, 5 pt)
3. Montre que la probabilité que l'élève réussisse son bac est $\frac{27}{50}$. (0, 5 pt)
4. Un élève admis au Bac est un succès pour l'établissement. L'établissement sélectionne huit (8) candidats sérieux. On admet que ces huit élèves vérifient les mêmes conditions. On désigne par X le nombre d'élèves admis au bac.
 a. Détermine la loi de X , son espérance mathématique et sa variance. (1, 5 pts)
 b. Détermine $P(X \geq 4)$ puis interprète ce résultat. (0, 5 pt)

Exercice 29 : Corrigé dans DONI MATHS TSExp

Un lot de vaccin contre le choléra est efficace à 55%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées 55 seulement sont sûres d'être protégées contre la maladie. On vaccine 10 personnes avec ce produit. Quelle est la probabilité pour que :

- aucune des personnes ne soit protégée ?
- la moitié des personnes soit protégées ?
- les 10 personnes soient protégées ?

Exercice 30 : Bac Sénégal 2008 et Bac RCI 20018 (TSE Seulement)

Une variable aléatoire X prend les valeurs 1, -1 et 2 avec les probabilités respectives e^a, e^b, e^c où a, b, c sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

On suppose que l'espérance mathématique $E(X)$ de X est égale à 1.

1) Calculer les réels a, b, c et la variance $V(X)$ de X .

2) Soient A, B, C trois points d'abscisses respectives 1, -1 et 2 d'une droite graduée (Δ) .

a) Calculer l'abscisse du point G barycentre de $\{(A, 1) (B, 2); (C, 4)\}$.

b) On pose : $\varphi(M) = \frac{1}{7}(MA^2 + 2MB^2 + 4MC^2)$, où M est un point de (Δ) .

Montrer que $\varphi(G) = V(X)$.

c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M de (Δ) tels que $\varphi(M) = 3$.

Exercice 31 : Composition RG 2015/2016 (Corrigé dans le livre DONI Maths TSE)

A) L'objectif de cet exercice est de déterminer lesquels des avions à 2 ou 4 moteurs surs avions qui ne s'écrase pas tant que la moitié au moins de ses moteurs fonctionne. Les moteurs d'un avion tombent en panne de manière indépendante et pour chacun avec la probabilité p .

Partie A : Dans cette partie on prend $p = 0,1$

- Calculer la probabilité pour qu'un avion à deux moteur s'écrase.
- Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait ses quatre moteurs en panne.
- Calculer la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait exactement 3 moteurs en panne.
- En déduire la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.

Partie B : On revient au cas général

1) Soit $f(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase. Démontrer que $f(p) = p^2$.

2) Soit $g(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase. Démontrer que : $g(p) = p^2(-3p^2 + 4p)$. On pose $h(p) = f(p) - g(p)$.

- Dresser le tableau de variation de h sur $[0 ; 1]$.
- Déterminer les positions relatives de (C_f) et (C_g) .

c) En déduire suivant les valeurs de p , dans lesquels de ces deux catégories d'avions vaut mieux monter.

Exercice 32 : Extrait du Bac S2 Sénégal 2006, 1^{er} groupe.

1°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - 2z + 2 = 0$.

On désigne par z_1 la solution de (E) dont la partie imaginaire est positive, et par

z_2 l'autre solution de (E).

- b) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm. On considère les points A, B, C d'affixes respectives z_1, z_2 et $\sqrt{3} + 1$. Placer les points A, B, et C.

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

2°) Résoudre l'équation différentielle $y'' - 2y' + 2y = 0$.

3°) On considère l'équation différentielle $ay'' - by' + cy = 0$, où a, b et c désignent trois paramètres éléments de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Pour déterminer a, b et c, on lance trois fois de suite un dé parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note à chaque fois le chiffre marqué sur la face supérieure du dé.

Le premier numéro sorti donne la valeur de a, le deuxième donne la valeur b et le troisième, celle de c.

- a) Justifier que l'équation différentielle $ay'' - by' + cy = 0$ a pour solutions les fonctions de la forme $x \mapsto (A \cos x + B \sin x)e^x$, où A et B sont des réels si et seulement si $1 + i$ est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation du second degré en z, $az^2 - bz + c = 0$.

- b) Calculer la probabilité de l'événement : les solutions de (1) sont les fonctions de la forme $x \mapsto (A \cos x + B \sin x)e^x$, A et B étant des constantes réelles.