



Situation 1



1- Démontre par récurrence les propriétés suivantes :

- $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4, (n+1)^3 \leq 3n^3$
- $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^n (-1)^i \times i = \frac{(-1)^n(2n+1)-1}{4}$
- $\forall n \in \mathbb{N}; 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est un multiple de 17
- $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7.
- $n^3 - n$ est divisible par 3.

2- Division euclidienne

- a) Déterminer les entiers naturels dont la division euclidienne par 16 a un reste est égal au carré du quotient.
- b) Soit q et r le quotient et le reste de la division euclidienne d'un entier naturel a par un entier naturel b. Sachant que $a + b + r = 3025$ et $q = 50$. Rétablir la division.
- c) La division d'un entier naturel a par un entier naturel b donne un quotient identique à b et r comme reste telle que $a + 2b + r = 4183$. Détermine a ; b et r.
- c) Trouve les entiers naturels n qui divisé par 4 donne un reste égal au quotient.

Situation 2



PARTIE A

- 1) Soit n un entier naturel.
 - a) Détermine les multiples de 12 inférieurs à 200.
 - b) Détermine les diviseurs de 12 dans $\mathbb{N}$.
 - c) Détermine l'entier naturel n tels que $n^2 - 12$ soit un carré parfait.
- 2) Détermine les valeurs de l'entier n pour que :
 - a) $3n^2 + 2n$ soit divisible par $n + 3$
 - b) $\frac{n+2}{n-4}$ soit un entier naturel.
 - c) $\frac{8n^2+14n+21}{2n+3}$ soit un entier relatif.

PARTIE B

- 1) Dans le système de numération de base 7, un nombre N s'écrit $\overline{3302}_7$.
 - a) Dans quel système de numération k, N s'écrit $\overline{937}_k$
 - b) Existe-t-il un système de numération dans lequel il s'écrit $\overline{879}$?
 - c) Effectuer dans le système de numération de 5, les opérations :
 - d) $362 + 541; 3402 \times 254; 5123 - 465; 3402:304$.
- 2) Détermine la base b telle que :

$$(a): \overline{772}_b + \overline{86}_b = \overline{848}_b \quad (b) \overline{37}_b \times \overline{14}_b = \overline{322}_b$$

PARTIE C

Soit n un entier naturel. On donne le nombre $A(n) = 2n^3 + 2n^2 + n + 1$

- 1) Montre que A(n) est divisible par (n+1). En déduis que le nombre 2211 est divisible par 11 dans toute base $n > 2$
- 2) Détermine les entiers naturels n pour que A(n) soit divisible par n-2.
- 3) Ecris le nombre A(7) en base 8.