

EXERCICES SUR LES SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$$

- 1) Calculer u_1, u_2
- 2) Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = \frac{1}{u_n}$
 - a) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme
 - b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n
 - c) Calculer $S = v_3 + v_4 + \dots + v_{17}$

EXERCICE 2

- 1) Déterminer les cinq premiers termes u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 d'une suite arithmétique de 20 termes sachant que $S_{19} = 670$ et $u_{19} = 62$
- 2) Trouver trois nombres réels a, b, c en progression géométrique sachant que $a+b+c = 93$ et $abc = 3375$

EXERCICE 3

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = 2u_n - \frac{1}{3}$

- 1) Déterminer le réel α de façon que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}^*, v_n = u_n - \alpha$ soit une suite géométrique
- 2) Exprimer v_n en fonction de n et calculer : $S_n = \sum_{k=1}^n v_k$
- 3) Exprimer u_n en fonction de n et calculer $S_n' = \sum_{k=1}^n u_k$

EXERCICE 4

On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = \ln(u_n)$$

- 1) a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme v_0
- b) Exprimer v_n en fonction de n
- 2) a) Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$
- b) En déduire le produit $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$ en fonction de n

EXERCICE 5

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$ (1)

- 1) Exprimer v_n en fonction de n et montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison
 - 2) Calculer $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$
 - 3) Utiliser la relation (1) pour trouver une autre expression de S_n . En déduire u_n en fonction de n.
- Calculer la limite de u_n

EXERCICE 6

Une personne loue une maison à partir du 1^{er} janvier 1991. Elle a le choix entre deux formules de contrat.

Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de 24 000 FCFA et le locataire s'engage à occuper la maison pendant neuf années complètes

1. CONTRAT N°1

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 5% du loyer de l'année précédente.

- a) Calculer le loyer u_1 payé lors de la deuxième année.
- b) Exprimer u_n , loyer payé lors de la $(n+1)^{\text{ème}}$ année, en fonction de n. Calculer u_9

c) Calculer la somme payée à l'issue des neuf années du contrat

2. **CONTRAT N°2**

Le locataire accepte une augmentation annuelle forfaitaire de 1 500 FCFA du loyer de l'année précédente.

a) Calculer le loyer v_1 payé lors de la deuxième année

b) Exprimer v_n (loyer payé lors de la $(n+1)^{\text{ième}}$ année) ; en fonction de n . Calculer v_8

c) Calculer la somme payée à l'issue des neuf années du contrat.

Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?

EXERCICE 7

Le loyer d'un appartement était 300 000 FCFA en 2000 et augmente annuellement de 6%

1) Calculer le montant de ce loyer en 2001, en 2002

2) $u_0 = 300\,000$ et u_n le loyer en 2000 + n

a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n , puis u_n en fonction de u_0 et n

b) En quelle année ce loyer sera doublé ?