CORRECTIONS

CINEMATIQUE

Exercice 1

1. Expression de la vitesse V_x

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 8t - 2$$

2. Caractéristiques du vecteur accélération

$$a = \frac{dV_x}{dt} = 8 \Rightarrow \vec{a} = 8\vec{i}$$

- direction :
- sens : celui du mouvement
- norme $\|\vec{a}\| = a = 8\ m.s^{-2}$

3. nature du mouvement

a existe = constante
le mouvement est rectiligne uniformément varié

4. Soit le produit scalaire $\vec{a}.\vec{v}$.

$\vec{a}.\vec{v} = 8(8t-2)$
avant de changer de sens le mobile s'arrête
$v=0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{v} = 0 \Rightarrow t = 0,25\ s$

pour $t < 0,25\ s$ le mobile a le même sens que $\vec{i}$
pour $t > 0,25\ s$ le mobile a un sens contraire à $\vec{i}$.

à $t = 0,25\ s$ $\quad x = 4(0,25)^2 - 2(0,25) + 1$

$$x = 0,75\ m$$

Exercice 2

1. Expressions des composantes du vecteur vitesse

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2t^2 - 2 \\ y = 4t^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 4t \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 8t \end{cases}$$

Expressions des composantes du vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 4 \\ a_y = \frac{dy}{dt} = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} \approx 9\ m/s^2$$

2. Équation cartésienne $y = f(x)$

$$x = 2t^2 - 2 \Rightarrow t^2 = \frac{x+2}{2}$$

$$y = 4\left(\frac{x+2}{2}\right) - 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x - 2}$$

3. $\Rightarrow$ équation d'une droite
$\Rightarrow$ La trajectoire du point est une droite
$\Rightarrow$ Le mouvement est rectiligne uniformément varié

Exercice 3

1. Équations horaires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$

Soit M la position du mobile à un instant t
le vecteur position $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{V_0}t + \overrightarrow{OM_0}$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0 \\ z = \frac{1}{2}a_z t^2 + V_{0z}t + z_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x(t) = 2t + 1 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -t^2 + 5t + 3 \end{array}}$$ équations horaires du mouvement de M

2.
- Sur l'axe ox l'équation $x = 2t+1$ montre qu'il y a lieu un mouvement rectiligne uniforme
- Sur l'axe oz l'équation $z = -t^2+5t+3$ montre qu'il y a lieu un mouvement rectiligne uniformément varié

3. Le mouvement est plan car $\ddot{y}(t) = 0$, y a lieu dans le plan formé par les axes (ox, oz)

4. Équation cartésienne de la trajectoire

$$x = 2t + 1 \Rightarrow t = \frac{x-1}{2} \Rightarrow$$

$$z = -\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{x-1}{2}\right) + 3$$

$$\boxed{z = -\frac{x^2}{4} + 3x + \frac{11}{4}}$$ équation d'une parabole

$\Rightarrow$ le mouvement est parabolique

5 Coordonnées du vecteur vitesse.

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = a_x t + V_{0x} = 2 \\ V_y = a_y t + V_{0y} = 0 \\ V_z = a_z t + V_{0z} = -2t \end{cases}$$

6. Vecteur - vitesse à $t = 3s$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = 0 \\ v_z = -2\times 3 + 5 = -1 \end{cases}$$

vitesse à $t = 3s$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}$$

AN: $v = 2{,}24\ m/s$

7 date à laquelle le mobile passe au sommet de sa trajectoire

au sommet $\frac{dz}{dt} = v_z = 0$

$\Rightarrow -2t + 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{2} \Rightarrow t = 2{,}5s$

8. Considerons le produit scalaire $\vec{a}.\vec{v}$:

$\vec{a}.\vec{v} = a_x v_x + a_y . v_y + a_z . v_z = 0 + 0 - 2(-2t+5)$

$\vec{a}.\vec{v} = 4t - 10$

si $\vec{a}.\vec{v} < 0$ c'est dire $4t - 10 < 0$
c'est a dire $t < 2{,}5s$ le mouvement est retrolé

si $\vec{a}.\vec{v} > 0$ c'est dire $t > 2{,}5s$ le mouvement est accelere

en résume

$t(s)$	0		$2{,}5$		∞
$\vec{a}.\vec{v}$		$-$	0	$+$	
NM	MR			MA	

9. Date à laquelle le mobile passe par $z = -1$

on a $z = -t^2 + 5t + 3$ i.a. $z = -1$

$-1 = -t^2 + 5t + 3 \Rightarrow -t^2 + 5t + 4 = 0$

$\Delta = 25 + 16 = 41$

$\Rightarrow t_1 = \frac{-5 - \sqrt{41}}{-2}$ et $t_2 = \frac{-5 + \sqrt{41}}{-2}$

$t = t_1$ car $t_1 > 0$ et $t_2 < 0$

$t = 5{,}75$

Exercice 4

1. formules de calcul de

- la vitesse instantanée $\boxed{V_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}}$

- l'acceleration instantanée $\boxed{a_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}}$

- tableau $t_{i+1} - t_{i-1} = 2\tau$

G_i	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
$x_i(cm)$	0	10,72	24	39,84	58,24	79,2	102,72
$V_i(m/s)$		1,5	1,82	2,14	2,46	2,78	
$a_i(ms^{-2})$			4	4	4		

NB. pour les calculs prendre soins de convertir les valeurs de x en mètre car la vitesse doit etre exprimée en m/s et l'acceleration en m/s^2

2. valeur de l'accélération

du tableau on peut deduire que l'accélération a est une constante et a pour valeur $a = 4\ m.s^{-2}$
le mouvement du mobile est uniformement varié (accelerè)

3. valeur V_0 de la vitesse à $t = 0$

pour une position G_i correspondant a une date t_i $v_i = at_i + v_0$

$\Rightarrow \boxed{v_0 = v_i - at_i}$

- à la position G_2 par exemple

$\boxed{v_0 = v_2 - at_2}$

AN: $v_0 = 1{,}82 - 4 \times 0{,}16 \Rightarrow v_0 = 1{,}18\ m.s^{-1}$

4. Equations horaires $v(t)$, $x(t)$

$v(t) = at + v_0 \Rightarrow v(t) = 4t + 1{,}18$

$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x(t) = 2t^2 + 1{,}18t$

5- Calcul de t_A

le mobile a été abandonné sans vitesse initiale

en A $\Rightarrow v_A = at_A + v_0 = 0 \Rightarrow \boxed{t_A = -\frac{v_0}{a}} \Rightarrow t_A = -0,3\,s$

Calcul de x_A

$x_A = 2t_A^2 + 1,18t_A = 2\times(-0,3)^2 + 1,18(-0,3)$

$\Rightarrow \underline{x_A = -0,174\,m}$

6.

6.1. Calcul de AB

$AB = x_B - x_A = 120 - (-17,4) \Rightarrow \underline{AB = 137,4\,cm}$

Calcul de v_B

$2a(x_B - x_A) = v_B^2 - v_A^2 \Rightarrow 2a\cdot AB = v_B^2 \quad (v_A = 0)$

$\Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2a\cdot AB}} \quad v_B = 3,31\,m/s$

6.2. Calcul de t_B

$v_B = at_B + v_0 \Rightarrow \boxed{t_B = \frac{v_B - v_0}{a}}$

AN: $\underline{t_B = 0,53\,s}$

Exercice 5

1. Calcul de la décélération

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$ $\begin{cases} v_f = 105\,km/h = 29,16\,m/s \\ v_0 = 130\,km/h = 36,11\,m/s \\ \Delta t = t_f - t_0 = \theta = 1\,s. \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{a = -6,95\,m/s^2}$

2. Distance à laquelle la voiture s'arrête

Soit d la distance parcourue avant l'arrêt

$\Rightarrow 2ad = 0 - v_0^2 \Rightarrow \boxed{d = -\frac{v_0^2}{2a}}$ AN: $d = 93,808\,m$

d' = distance séparant l'obstacle du point d'arrêt $\Rightarrow d' = D - d \Rightarrow d' = 120 - 93,808$

$\underline{d' = 26,192\,m}$

3. Calcul de la nouvelle distance d'

Soit d_1 distance parcourue avant le freinage

$d_1 = v_0 t = 36,11\times 1 = 36,11\,m$

d_2 distance parcourue pendant le freinage

d'après la question 2 $d_2 = d = 93,808\,m$

d = distance parcourue après l'apparition de l'obstacle : $d = d_1 + d_2 = 129,918\,m$

On remarque que $d > D \Rightarrow$ l'automobile va heurter l'obstacle et s'arrêter à une distance $d' = d - D = 29,918\,m$

Exercice 6

1. Détermination de x_0 et de v_1

On a un mouvement rectiligne uniformement varié: les équations horaires sont de la forme :

$v = at + v_0$ (1)

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ (2)

en $x = x_1$ (2) $\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 + x_0$.

$\Rightarrow \boxed{x_0 = x_1 - \left(\frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1\right)}$

AN: $x_0 = 5 - \left(\frac{1}{2}\times 2\times 3^2 - 3\times 1\right) \Rightarrow \underline{x_0 = -1\,m}$

(1) $\Rightarrow \boxed{v_1 = at_1 + v_0} \Rightarrow$ AN: $\underline{v_1 = 5\,m/s}$

2. Equations horaires du mouvement

$v = at + v_0 \Rightarrow \underline{v = 2t - 1}$

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \underline{x = t^2 - t - 1}$

3.

3.1. Equation horaire du mobile M'

le mouvement étant rectiligne uniforme

$\boxed{x' = v't' + x'_0}$ (3)

t' = temps de parcourt de M'

t = temps de parcourt de M

$\Big\} t' = t - 2$

(3) $\Rightarrow x' = v'(t-2) + x'_0 \Rightarrow x' = 4(t-2) + 5$

$\underline{x' = 4t - 3}$

3.2. Détermination de la date et de l'abscisse de rencontre

au point de rencontre $x = x'$

$t^2 - t - 1 = 4t - 3 \Rightarrow t^2 - 5t + 2 = 0$

$\Delta = 25 - 4\times 2 = 17$

$t_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} = 0,44\,s$ et $t_2 = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} = 4,56\,s$

$t_1 < 2 = \theta$ n'est pas admissible car la rencontre ne peut pas s'effectué avant le demarrage de M' $\Rightarrow \underline{t_r = t_2 = 4,56\,s}$.

$\Rightarrow x_r = 4t_r - 3 \Rightarrow x_r = 4\times 4,56 - 3$

$\underline{x_r = 15,24\,m}$

Exercice 7

1. Nature du mouvement sur chaque phase

pour $0 < t < 10$ decroissance lineaire de la vitesse $\Rightarrow a$ = constante negative.

$\Rightarrow$ mouvement rectiligne uniformement retarde

pour $10 < t < 30$ vitesse constante $\Rightarrow a = 0$

$\Rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme

pour $30 < t < 40$ croissance lineaire de la vitesse $\Rightarrow a$ = constant positive

$\Rightarrow$ mouvement rectiligne uniformement accelere

2. equations horaires au cas ou chaque phase est independante

$\Rightarrow$ ici le debut de la phase sera considéreé comme origine des dates et des espace.

1ere phase : $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-30}{10-0} = -2 m/s^2$

$v = -2t + v_{0_1}$ ($v_{0_1} = 30 m/s$) $\Rightarrow$

$v = -2t + 30$

$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0_1} t + x_0$ ($x_0 = 0$)

$x = -t^2 + 30t$

2eme phase : $a_2 = 0$

$\Rightarrow v = v_{0_2} = 10 m.s^{-1} = cste$.

$x = v_{0_2} t + x_0$ ($x_0 = 0$) $\Rightarrow x = 10t$

3eme phase $a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-10}{40-30} = 1 m/s^2$

$v = a_3 t + v_{0_3}$ ($v_{0_3} = v_{0_2} = 10 m/s$).

$v = a_3 t + v_{0_3} \Rightarrow v = t + 10$

$x = \frac{1}{2} t^2 + 10t$

3. distance parcourue

pour la premiere phase $x_1 = -2\Delta t_1^2 + 30\Delta t$

avec $\Delta t = 10 - 0 = 10 s$ $x_1 = -2(10)^2 + 30 \times 10 = 200$

$d_1 = x_1 - x_{0_1} = 200 m$

p.

- pour la deuxieme phase $x_2 = 10 \times \Delta t$

avec $\Delta t = 30 - 10 = 20 s \Rightarrow x_2 = 200 m$.

$d_2 = x_1 - x_{0_2} = 200 m$

- pour la troisieme phase $x_3 = \frac{1}{2}\Delta t^2 + 10\Delta t$

avec $\Delta t = 40 - 30 = 10 s$: $x_3 = \frac{1}{2} 10^2 + 100 = 150 m$.

la distance $d_3 = x_3 - x_{0_3} = 150 m$.

$\Rightarrow$ la distance totale $d = d_1 + d_2 + d_3 = 550 m$

4. pour la troisieme phase.

$v = a_3 t + v_{0_3} = t + 10$.

pour $v = 108 km/h = 30 m/s$.

$\Delta t = 30 - 10 = 20 s$.

la date t a laquelle $v = 30 m/s$ est

$t = t_i + \Delta t = 30 + 20 = 50 s$.

5. Equations horaires

- premiere phase : $a_1 = -2 m/s^2$.

$x = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{0_1} t + x_0$ | $x_0 = 0$

$x = -t^2 + 30t$

- deuxieme phase $a_2 = 0$

$x = v_{0_2} t + x_{0_2}$

ici x_{0_2} correspond a l'abscise du mobile a la fin de la phase precedent.

$x_{0_2} = -\Delta t^2 + 30\Delta t = 200$

$x = 10t + 200$

- troisieme phase. $a_3 = 1 m.s^{-2}$

$x = \frac{1}{2} t^2 + v_{0_3} t + x_{0_3}$

$v_{0_3} = 10 m/s$ $x_{0_3} = 10 \times 20 + 200 = 400$

$x = \frac{1}{2} t^2 + 10t + 400$.

ici on utilisera l'equation de la 3e phase pour calculer la distance d

$d = \frac{1}{2}\Delta t_3^2 + 10\Delta t_3 + 400 =$

$d = \frac{1}{2} \times 10^2 + 10 \times 10 + 400$

$d = 550 m$.

Exercice 8

1. Equations horaires du mouvement

- première phase :

$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\quad \Delta V = V_2 - 0 = 1\,m.s^{-1}$

$\Delta t = t_1 = 5\,s$

$a_1 = 0,2\,m.s^{-2}$

$v = a_1 t + v_{0_1}$ $\quad (v_{0_1} = 0)$

$\Rightarrow \underline{v = 0,2t}$

$z(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{0_1} t + z_{0_1} \Rightarrow \underline{z(t) = 0,1t^2}$

- deuxième phase :

$a_2 = 0$ $\quad v = v_2 = 1\,m.s^{-1}$

$z(t) = v_2 t + z_{0_2}$ $\quad (z_{0_2} = 0)$ $\quad \underline{z(t) = t}$

- troisième phase :

$a_3 \quad \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-1}{3} = -\frac{1}{3} = -0,33\,m/s^2$

$\underline{z(t) = -0,166t^2 + t}$

2. Calcul de la hauteur

h_1 = hauteur première phase :

$h_1 = z_1 = 0,1 \times 5^2 = 2,5\,m$

h_2 = hauteur deuxième phase.

$h_2 = z_2 = t_2 = 12\,m$.

h = hauteur troisième phase.

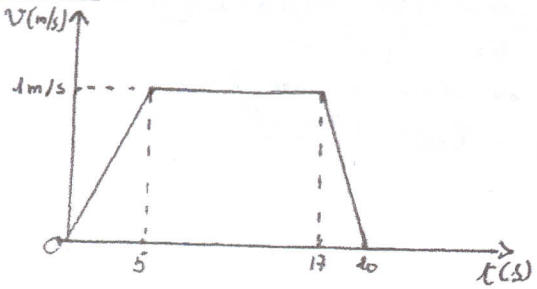
$h_3 = z_3 = -0,166 \times 3^2 = 1,5\,m$.

$\boxed{h = h_1 + h_2 + h_3 = 16\,m}$.

la durée totale $t = t_1 + t_2 + t_3$

$t_2 = \frac{h_2}{v_2} = 12\,s$

$\Rightarrow \underline{t = 20\,s}$.



Exercice N°9

1. Détermination des coordonnées du vecteur vitesse

$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = a\cos(\omega t) \\ y = a\sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \begin{cases} x' = -a\omega\sin\omega t \\ y' = a\omega\cos\omega t \end{cases}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{(-a\omega\sin\omega t)^2 + (a\omega\cos\omega t)^2}$

$\Rightarrow \boxed{v = a\omega}$ $\quad AN \quad v = 0,1 \times 10 \Rightarrow v = 1\,m.s^{-1}$

2. Equation de la trajectoire

$x^2 + y^2 = a^2\cos^2\omega t + a^2\sin^2\omega t$

$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = a^2}$ équation d'un cercle de centre O et de rayon a

le mouvement est circulaire uniforme car

$v = a\omega = cste$

3. Caractéristiques du vecteur accélération

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{a}\vec{n} \begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \text{ car} \\ v = cste \end{cases}$

$\boxed{\vec{a} = \frac{v^2}{a}\vec{n}}$ le vecteur accélération est normal et de norme $a = \frac{v^2}{a} = a\omega^2$

$\underline{a = 10\,m.s^{-2}}$

4. Calcul de la période T et la fréquence N

- La période T = le temps mis par le mobile pour faire un tour $\quad T = \frac{2\pi a}{a\omega}$

$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ $\quad \underline{T = 0,628\,s}$

- La fréquence correspond au nombre de tours par seconde.

$\boxed{N = \frac{1}{T}}$ $\quad \underline{N = 1,59\,Hz}$

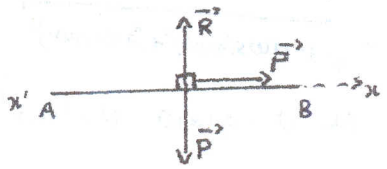
Exercice 1

1. Etude du mouvement sur le trajet AB

- Système: solide (S)
- Référentiel: terrestre supposé galiléen

1.1. bilan des forces extérieures

- le poids $\vec{P}$ du solide
- la réaction $\vec{R}$ de la piste sur (S)
- la force motrice $\vec{F}$ exercée par l'enfant



1.2. Théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$

sur l'axe x'x : $P_x + R_x + F_x = ma$

$P_x = 0$, $R_x = 0$ $F_x = F$ $\Rightarrow$ $F = ma$ $\boxed{a = \frac{F}{m}}$

a = constante $\Rightarrow$ le mouvement rectiligne uniformément accéléré car $\vec{a}.\vec{v} > 0$

1.3. Calcul de la valeur de F sur le tronçon AB

l'équation horaire de la vitesse est

$v = at + v_A$ ($v_A = 0$) $\Rightarrow$ $v = at$; $a = \frac{F}{m}$

$\Rightarrow$ $\boxed{v = \frac{F}{m}.t}$

en B $v_B = \frac{F}{m}\Delta t$ $\Rightarrow$ $\boxed{F = \frac{m.v_B}{\Delta t}}$

AN: $F = \frac{5 \times 6}{3}$ $\Rightarrow$ $F = 10N$

1.4. Calcul de la distance de lancement AB

le mouvement étant rectiligne uniformément accéléré on peut écrire : $2a.AB = v_B^2 - v_A^2$

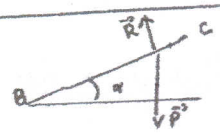
$\Rightarrow$ $\boxed{AB = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a}}$ $a = \frac{F}{m} = 2\ m.s^{-2}$

AN $\Rightarrow$ $AB = \frac{6^2 - 0^2}{2 \times 2}$ $\Rightarrow$ $AB = \ldots m$

2. Etude du mouvement sur la pente

- les forces extérieures qui s'appliquent sur le solide sont:
  - le poids $\vec{P}$
  - la réaction $\vec{R}$

application du théorème de l'énergie cinétique de B $\rightarrow$ C $\Sigma W(\vec{F}_{ext}) = \Delta E_{c_{B-C}}$



$W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = E_{c_C} - E_{c_B}$

$W(\vec{P}) = -mgh$ avec $h = BC\sin\alpha = L\sin\alpha$

$W(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R} \perp BC$

$E_c = 0$ car le solide est supposé arrêté en C

$E_{c_B} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$\Rightarrow$ $-mgL\sin\alpha = -\frac{1}{2} m v_B^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{L = \frac{v_B^2}{2g\sin\alpha}}$

AN: $L = \frac{6^2}{2 \times 10 \times 0{,}5}$ $\Rightarrow$ $L = 3{,}6\ m$

Exercice 2

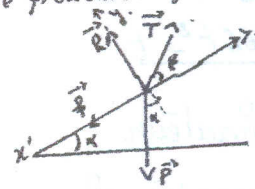
1. Détermination de la tension T du câble

Système : la caisse

Référentiel: terrestre supposé galiléen

bilan des forces extérieures:

- le poids $\vec{P}$ de la caisse.
- la réaction $\vec{R}$ de la pente
- la tension $\vec{T}$ du câble
- la force de frottement $\vec{f}$ exercée par le plan



Théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

ici le mouvement est rectiligne à vitesse constante

$\Rightarrow$ $\vec{a} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ (principe de l'inertie)

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = \vec{0}$

sur l'axe x'x $P_x + R_x + T_x + f_x = 0$

$P_x = -P\sin\alpha$; $R_x = 0$; $T_x = T\cos\beta$; $f_x = -f$

$-P\sin\alpha + 0 + T\cos\beta - f = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{T = \frac{mg\sin\alpha + f}{\cos\beta}}$

AN : $T = 997{,}67N$

2.

2.1. Nature du mouvement si on augmente T

T étant une force motrice pour u mouvement si on augmente son intensité la caisse aura un mouvement rectiligne uniformément accéléré vers le haut.

2.2. Expression de l'accélération a

TCI: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$

sur x'x $-P\sin\alpha + 0 + T\cos\beta - f = ma$

$\Rightarrow$ $a = \frac{T\cos\beta - (P\sin\alpha + f)}{m}$ =>

$$a = \frac{T\cos\beta}{m} - g(\sin\alpha + 0{,}09)$$

2.3. Calcul de la nouvelle tension T

$$a = \frac{T\cos\beta}{m} - g(\sin\alpha + 0{,}09)$$

$$\Rightarrow \frac{T\cos\beta}{m} = a + g(\sin\alpha + 0{,}09)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{m\left[a + g(\sin\alpha + 0{,}09)\right]}{\cos\beta}}$$

Calcul de la valeur de a

$$2ad = v_f^2 - v_i^2$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}}$$

$v_f = 20\,km/h = 5{,}55\,m/s$

$v_i = 10\,km/h = 2{,}77\,m/s$

$d = 10\,m$

$$a = 1{,}15\ m.s^{-2}$$

AN $$T = \frac{200\left[1{,}15 + 10(\sin 20 + 0{,}09)\right]}{\cos 30}$$

$$T = 1263{,}24\,N$$

2.4. Calcul de la puissance instantanée

$$P_i = \vec{T}.\vec{V} \Rightarrow \boxed{P_i = T \times V \times \cos\beta}$$

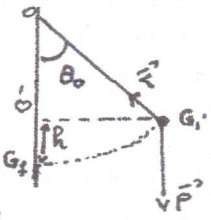
AN: $P_i = 4551{,}03\ W$

Exercice 3

Système : Une bille

Référentiel: terrestre supposé galiléen

Bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ de la bille
la tension $\vec{T}$ du fil



1.

- Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$ $(G_i \to G_f)$

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$Ec_f = \frac{1}{2}mV^2$; $Ec_i = 0$ (bille abandonnée sans vitesse)

$W(\vec{P}) = mgR$ avec $R = OG_f - OO' = \ell - \ell\cos\theta_0 = \ell(1-\cos\theta_0)$

$W(\vec{P}) = mg\ell(1-\cos\theta_0)$

$$\Rightarrow \boxed{V = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_0)}}$$

2. Expression de l'accélération normale

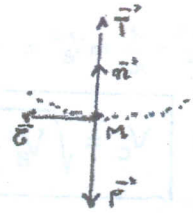
$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad \begin{cases} v^2 = 2g\ell(1-\cos\theta) \\ r = \ell \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = 2g(1-\cos\theta)}$$

3. Application du théorème du centre d'inertie au point M $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Sur la tangentielle $\vec{\tau}$

$P_\tau + T_\tau = ma_t$



$P_\tau = 0$, $T_\tau = 0$

$\Rightarrow ma_t = 0$

$\Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow \left(\frac{dV}{dt}\right)_n = 0$

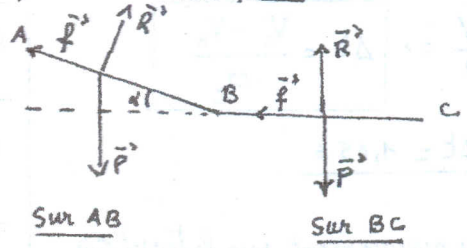
Exercice 4

1.

1.1. Représentation des forces

- Système : solide S
- Référentiel : Terrestre supposé galiléen.
- Bilan des forces extérieures
  - * le poids $\vec{P}$ du solide
  - * la réaction normale $\vec{R}$ du plan
  - * la force de frottement $\vec{f}$

1.1. Représentation des forces



Sur AB Sur BC

1.2. Application du théorème du CI entre A et B

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_1$$

Sur l'axe AB : $P_x + R_x + f_x = ma_1$

$P_x = P\sin\alpha$; $R_x = 0$; $f_x = -f$

$\Rightarrow P\sin\alpha - f = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{P\sin\alpha - f}{m}$

$$\boxed{a_1 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}} = 2{,}5\ m.s^{-2}$$

1.3

$$2a_1 \cdot AB = v_B^2 - v_A^2 \quad (v_A = 0)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2\left(g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right) \cdot AB$$

$$\Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2\left[g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right] \cdot AB}}$$

AN: $V_B = 8,9\ m/s$

1.4. Expression de la vitesse V_c en C

application du théorème de l'énergie cinétique entre B et C: $\underset{B\to C}{\Delta E_c} = \sum \underset{B\to C}{W(\vec{F}_{ext})}$

$\Delta E_c = E_{c_c} - E_{c_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

$E_{c_c} = \frac{1}{2} m V_c^2$; $E_{c_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$; $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$; $W(\vec{f}) = -f \cdot BC$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_c^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = -f \cdot BC$

$$\Rightarrow \boxed{V_c = \sqrt{V_B^2 - \frac{2f \cdot BC}{m}}}$$

AN: $V_c = 6,26\ m \cdot s^{-1}$

1.5. Calcul de l'accélération a_2 sur BC

le mouvement est rectiligne uniformément varié $\Rightarrow 2a_2 \cdot BC = V_c^2 - V_B^2$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{V_c^2 - V_B^2}{2 \cdot BC}}$$ AN: $a_2 = -2,5\ m/s^2$

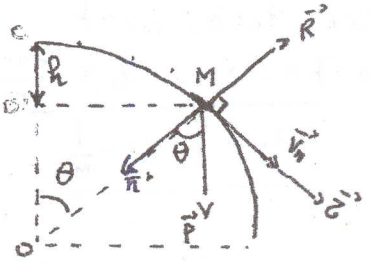
Calcul de la durée Δt sur le trajet BC

$$\Delta t = \frac{\Delta V}{a} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{V_c - V_B}{a_2}}$$

AN: $\Delta t = 1,05\ s$

2. Etude du mouvement sur le trajet CD

2.1. Les forces qui s'appliquent sur le solide sur le trajet CD sont le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ de la glissière.



application du théorème de l'énergie cinétique entre C et M $\underset{C\to M}{\Delta E_c} = \sum \underset{C\to M}{W(\vec{F}_{ext})}$

$\underset{C\to M}{\Delta E_c} = E_{c_M} - E_{c_C} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$E_{c_M} = \frac{1}{2} m V_M^2$; $E_{c_C} = \frac{1}{2} m V_C^2$

$W(\vec{P}) = mgh$ (voir h sur schéma)

$W(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R} \perp \vec{V_n}$)

$\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = mgh \Rightarrow V_M^2 - V_C^2 = 2gh$

$\Rightarrow V_M^2 = 2gh + V_C^2$

déterminons l'expression de h sur le schéma: $h = OC - OO'$ avec

$OC = r$ et $OO' = r\cos\theta \Rightarrow h = r - r\cos\theta$

$\Rightarrow h = r(1 - \cos\theta)$

$\Rightarrow V_M^2 = 2gr(1 - \cos\theta) + V_C^2$

$$\Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{2gr(1 - \cos\theta) + V_C^2}}$$

2.2. Expression de la norme de la réaction $\vec{R}$

application du théorème du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$.

Projection de cette relation dans la base de Frenet d'origine M: $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$. (voir schéma)

- sur la tangentielle: $P_\tau + R_\tau = m a_t$.

$P_\tau = P\sin\theta$; $R_\tau = 0 \Rightarrow P\sin\theta = m a_t = m\frac{dv}{dt}$.

- sur la normale: $P_n + R_n = m a_n$

$P_n = P\cos\theta = mg\cos\theta$; $R_n = -R$; $a_n = \frac{V_M^2}{r}$

$\Rightarrow mg\cos\theta - R = m\frac{V_M^2}{r} \Rightarrow R = mg\cos\theta - m\frac{V_M^2}{r}$

$R = m\left(g\cos\theta - \frac{V_M^2}{r}\right)$ en remplaçant V_M par sa valeur on trouve

$$\boxed{R = m\left(3g\cos\theta - 2g - \frac{V_c^2}{r}\right)}$$

2.3. Détermination de θ_0 où S quitte la glissière

si S quitte la glissière $R = 0$

$\Rightarrow m\left(3g\cos\theta_0 - 2g - \frac{V_c^2}{r}\right) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\theta_0 = \frac{2g + \frac{V_c^2}{r}}{3g}}$$ AN: $\cos\theta_0 = 0,80$

$\Rightarrow \theta_0 = 37,12°$

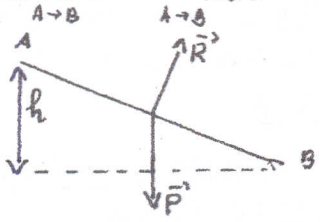
Exercice 5

Système : solide ponctuel de masse m
Référentiel terrestre supposé galiléen
bilan des forces extérieures :
- le poids $\vec{P}$ du solide
- la réaction $\vec{R}$ du plan sur le solide

1. Expression et calcul de V_B ; vitesse en B

application du théorème de l'énergie cinétique entre A et B : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$ $A \to B$ $A \to B$

$E_{c_B} - E_{c_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$



$E_{c_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$; $E_{c_A} = 0$

$W(\vec{P}) = mgh$ ($h = AB\sin\alpha$)

$W(P) = mg \cdot AB\sin\alpha = mgl\sin\alpha$

$W(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R} \perp \vec{AB}$)

$\frac{1}{2} m V_B^2 = mgl\sin\alpha \Rightarrow$ $\boxed{V_B = \sqrt{2gl\sin\alpha}}$

$V_B = 3{,}16\ m.s^{-1}$

2. Expression de la vitesse V_M en M

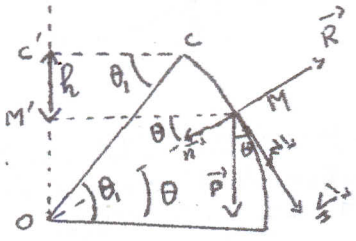
application du théorème de l'énergie cinétique entre B et M : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$ $B \to M$ $B \to M$

$E_{c_M} - E_{c_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$E_{c_M} = \frac{1}{2} m V_M^2$

$E_{c_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$

$W(\vec{R}) = 0$



$W(\vec{P}) = mgh$ (voir h sur le schéma)

$\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = mgh \Rightarrow V_M^2 - V_B^2 = 2gh$

Détermination de h

sur le schéma $h = OC' - OM'$
C' et M' sont les projetés respectifs des points C et M sur la verticale)

$OC' = OC \cdot \sin\theta_1 = r\sin\theta_1$
$OM' = OM \cdot \sin\theta = r\sin\theta$
$\Big\} h = r(\sin\theta_1 - \sin\theta)$

$$\boxed{V_M = \sqrt{2gr(\sin\theta_1 - \sin\theta) + V_B^2}}$$

3.

3.1. Expression de la réaction R de la glissière

application du théorème du centre d'inertie
$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

projection de cette relation dans la base de Frenet d'origine M. $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{\tau}$

sur la normale : $P_n + R_n = ma_n$ ($a_n = \frac{V_n^2}{r}$)

$P\sin\theta - R = ma_n \Rightarrow R = mg\sin\theta - m\frac{V_n^2}{r}$

$R = m\left(g\sin\theta - \frac{V_n^2}{r}\right)$ en remplaçant V_n par sa valeur on trouve $\boxed{R = m\left(3g\sin\theta - 2g\sin\theta_1 - \frac{V_B^2}{r}\right)}$

3.2. Détermination de θ_0 où le solide quitte la glissière

si le solide quitte la glissière $\Rightarrow R = 0$

$3g\sin\theta_0 - 2g\sin\theta_1 - \frac{V_B^2}{r} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\theta_0 = \frac{2g\sin\theta_1 + \frac{V_B^2}{r}}{3g}}$$

AN : $\sin\theta_0 = 0{,}74$; $\theta_0 = 48{,}05°$

Exercice 6

Système : solide S
Référentiel : terrestre supposé galiléen
bilan des forces extérieures :
- le poids $\vec{P}$ du solide
- la réaction $\vec{R}$ de la piste

1. Enoncée du théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures s'exerçant sur le système pendant la durée de la variation.

$$\boxed{\frac{\Delta E_c}{\Delta t} = E_{c_f} - E_{c_i} = \sum \frac{W(\vec{F}_{ext})}{\Delta t}}$$

2. Expression de la valeur V_A de la vitesse en A

application du théorème de l'énergie cinétique de Q → A : $\Delta E_{c_{Q\to A}} = E_{c_A} - E_{c_Q} = \sum_{Q\to A} W(\vec{F}_{ext})$

$E_{c_A} - E_{c_Q} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$

$E_{c_A} = \frac{1}{2} m V_A^2$; $E_{c_Q} = 0$; $W(\vec{R}) = 0$;

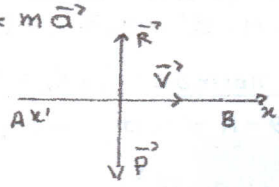
$W_{Q\to A}(\vec{P}) = mg(Z_Q - Z_A)$ $\Big\{ Z_Q = Z_0$ $Z_A = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 = mgz_0 \Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{2gz_0}}$

3. Etude du mouvement entre A et B

application du théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



sur $x'x$: $P_x + R_x = ma$

$P_x = R_x = 0$

$\Rightarrow ma = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow V = cste$

le mouvement est uniforme et a lieu sur la droite AB

$\Rightarrow$ le mouvement est donc rectiligne uniforme de vitesse $V = V_A = V_B = \sqrt{2gz_0}$.

4. Etude du mouvement sur le trajet BD.

4.1. Expression de V_M, vitesse en M

application du théorème de l'énergie cinétique de B → M : $\Delta E_c = \sum_{B\to M} W(\vec{F}_{ext})$

$\Delta E_c = E_{c_M} - E_{c_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$E_{c_M} = \frac{1}{2} m V_M^2$

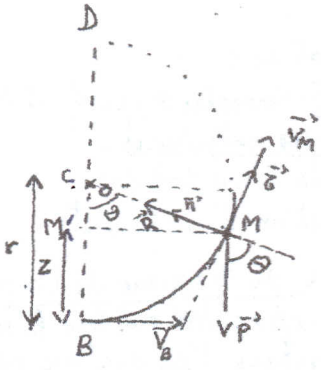
$E_{c_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$

$W(\vec{P}) = +mg(z_B - z_M)$

$z_B = 0$; $z_M = z$

$W(\vec{P}) = -mgz$

$W(\vec{R}) = 0$



$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = -mgz \Rightarrow V_M^2 = V_B^2 - 2gz$

$\Rightarrow V_M^2 = 2gz_0 - 2gz \Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{2g(z_0 - z)}}$

4.2. Expression de R

application du théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

projection de cette relation sur la normale :

$P_n + R_n = ma_n \quad (a_n = \frac{V_M^2}{r})$

$-P\cos\theta + R = m\frac{V_n^2}{r} \Rightarrow R = mg\cos\theta + m\frac{V_n^2}{r}$

$R = m\left[g\cos\theta + 2g\left(\frac{z_0 - z}{r}\right)\right]$

$R = mg\left(\cos\theta + \frac{2z_0}{r} - \frac{2z}{r}\right)$

sur le schéma : $\cos\theta = \frac{CM'}{CM} = \frac{r - z}{r} = 1 - \frac{z}{r}$

$R = mg\left(1 - \frac{z}{r} + \frac{2z_0}{r} - \frac{2z}{r}\right)$

$\boxed{R = mg\left(1 + \frac{2z_0}{r} - \frac{3z}{r}\right)}$

4.3. au point D, $z = 2r$

et la valeur minimale de R est 0

$\Rightarrow mg\left(1 + \frac{2z_0}{r} - \frac{3(2r)}{r}\right) \geq 0$

$\Rightarrow \frac{2z_0}{r} - 5 \geq 0 \Rightarrow \boxed{\frac{z_0}{r} \geq \frac{5}{2}}$

la valeur minimale est $5/2$

Exercice 7

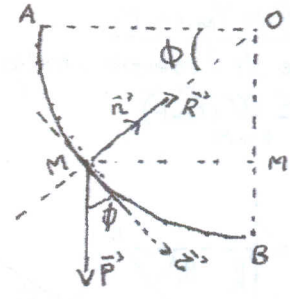
1. Etude du mouvement sans forces de frottement

Système : solide S

Référentiel terrestre supposé galiléen

1.1. bilan des extérieures

- le poids $\vec{P}$ du solide S
- la réaction $\vec{R}$ de la piste



1.2. Expression de la vitesse V_M en M

application du théorème de l'énergie cinétique de $A \to M$ $\Delta E_{c_{A\to M}} = \sum W(\vec{F}_{ext})_{A\to M}$

$\Delta E_c = E_{c_M} - E_{c_A} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$

$E_{c_M} = \frac{1}{2} m V_M^2$; $E_{c_A} = 0$; $W(\vec{R}) = 0$, $W(P) = mgh$

$\frac{1}{2} m V_M^2 = mgh \Rightarrow V_M = \sqrt{2gh}$ $\quad h = OM' = r\sin\phi$

$\boxed{V_M = \sqrt{2gr\sin\phi}}$

1.3. au point B $\phi = 90° \Rightarrow \sin\phi = 1$

$\Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2gr}}$ AN : $V_B = 5{,}93$ m/s

1.4. Expression de la réaction R de la piste

Application du théorème du centre d'inertie

$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

sur la normale : $P_n + R_n = ma_n$

$-P\sin\phi + R = m\frac{V_n^2}{r} \Rightarrow R = mg\sin\phi + m\frac{V_n^2}{r}$

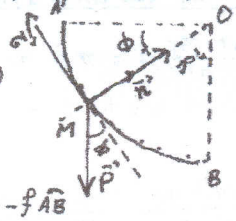
$R = m(g\sin\phi + 2g\sin\phi) \Rightarrow \boxed{R = 3mg\sin\phi}$

en B $\phi = 90° \Rightarrow \boxed{R = 3mg}$ AN: $R = 0{,}588\,N$

2. Etude du mouvement avec force de frottement

2.1 bilan des forces extérieures agissant sur le solide: le poids $\vec{P}$ du solide, la réaction $\vec{R}$ du plan, les frottement $\vec{f}$

2.2. Détermination de f



application du théorème de l'éc (A → B)

$\Delta E_{c_{A/B}} = E_{c_B} - E_{c_A} = \sum W(\vec{F}_{ext})_{A/B}$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

$W(\vec{P}) = mgh = mgr$; $W(\vec{R}) = 0$; $W(\vec{f}) = -f\widehat{AB}$

pour un point quelconque M, $\widehat{AM} = r\phi$ pour M = B

$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{\pi}{2}r \Rightarrow W(\vec{f}) = -f\frac{\pi}{2}r$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = mgr - f\frac{\pi}{2}r \Rightarrow \boxed{f = \frac{2m(gr - \frac{V_B^2}{r})}{\pi r}}$

$f = 9{,}46.10^{-3}\,N$

Exercice 8

1.

Système: Une boule

Référentiel: terrestre supposé galiléen

bilan des forces extérieures: le poids $\vec{P}$ de la boule, la tension $\vec{T}$ du fil

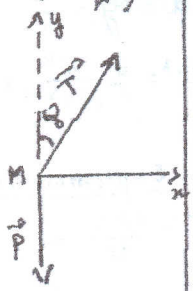
1.1. application du théorème du centre d'inertie

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

sur ox : $P_x + T_x = ma_x$ ($a_x = a_n = \frac{V^2}{r}$)

$P_x = 0$; $T_x = T\sin\theta_0$

$\Rightarrow \boxed{T\sin\theta_0 = m\frac{V^2}{r}}$ (1)



sur oy : $P_y + T_y = ma_y$

$a_y = 0$; $P_y = -P$; $T_y = T\cos\theta_0$

$\Rightarrow \boxed{-P + T\cos\theta_0 = 0}$ (2)

(2) $\Rightarrow T = \frac{P}{\cos\theta_0} \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos\theta_0}}$ AN: $T = 2\,N$

1.2 Expression de V

(1) $\Rightarrow V = \sqrt{\frac{rT\sin\theta_0}{m}}$ avec $r = l\sin\theta_0$.

$\Rightarrow \boxed{V = \sin\theta_0\sqrt{\frac{Tl}{m}}}$ AN; $V = 5{,}47\,m.s^{-1}$

2. Vitesse angulaire w.

$\omega = \frac{V}{r} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{T}{lm}}}$ AN: $\omega = 10\,rad/s$

1 tr/min → 2π rad/60s

? → 10 rad/s

$\Rightarrow \omega = 95{,}54\,tr/min$

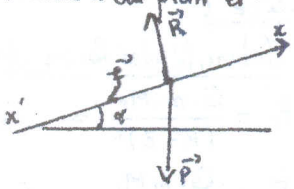
Exercice 9

Système: mobile M de masse m

Référentiel: terrestre supposé galiléen

bilan des forces extérieures

le poids $\vec{P}$ du mobile; la réaction normale $\vec{R}$ du plan et la force de frottement $\vec{f}$



application du théorème du centre d'inertie: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

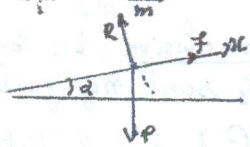
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

• En montée : $P_x + R_x + f_x = ma_1$

$P_x = -P\sin\alpha$, $R_x = 0$; $f_x = -f$

$\Rightarrow ma_1 = -mg\sin\alpha - f \Rightarrow a_1 = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)$

• En descente $P_x + R_x + f_x = ma_2$



$\Rightarrow -mg\sin\alpha + f = ma_2$

$\boxed{a_2 = -g\sin\alpha + \frac{f}{m}}$

En montée: MRUR; En descente: MRUA.

• En montée : $V_1 = a_1t + V_{0_1}$; $V_{0_1} = 12\,m.s^{-1}$

$\Rightarrow V_1 = a_1t + 12$

• En descente : $V_2 = a_2t' + V_{0_2}'$ avec $t' = (t - \theta)$

θ correspond à la durée du parcourt en montée

$V_{0_2}' = V_B = 0 \Rightarrow V_2 = a_2(t - \theta)$

3.1. Détermination de a_1 et a_2

$a_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{2 - 0} \Rightarrow a_1 = -6\,m.s^{-2}$

$a_2 = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} = \frac{-12 - 0}{5 - 2} \Rightarrow a_2 = -4\,m.s^{-2}$

3.2. Valeurs de f et α

$\left.\begin{aligned} a_1 &= -g\sin\alpha - \frac{f}{m} \\ a_2 &= -g\sin\alpha + \frac{f}{m} \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_1 + a_2 = -2g\sin\alpha$

$\Rightarrow \boxed{\sin\alpha = -\frac{a_1 + a_2}{2g}} \Rightarrow \alpha = 30°$

$a_2 - a_1 = \frac{2f}{m}$

$\Rightarrow \boxed{f = \frac{m(a_2 - a_1)}{2}} \Rightarrow f = 0{,}2\,N$

3.3. Calcul de la vitesse de M et son deuxième passage en A

lors de la descente : $V_A'^2 - V_B'^2 = 2a_2AB$

$V_B' = 0 \Rightarrow V_A'^2 = 2a_2AB$ V

lors de la montée $V_A^2 = 2a_1AB$

$\Rightarrow \frac{V_A'^2}{V_A^2} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \boxed{V_A' = V_A\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}} \Rightarrow V_A' = 9{,}79\,m/s$

on pose $\Delta E = E_{C_A}' + E_{P_A}' - (E_{C_A} + E_{P_A}) = -f.AB$

INTERACTION GRAVITATIONNELLE

Exercice 1

1. Intensité des forces de gravitation

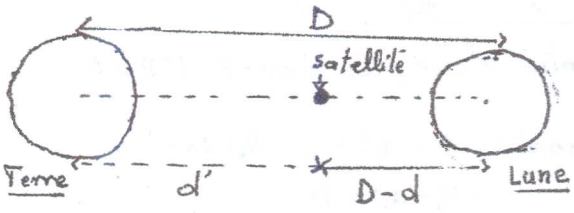
- $F_T = \frac{G.m.M_T}{(R+z)^2} \Rightarrow F_T = 4,07.10^4 N$

- $F_L = \frac{G.m.M_L}{d_L^2} \Rightarrow F_L = 0,172 N$

- $F_S = \frac{G.m.M_S}{d_S^2} \Rightarrow F_S = 29,7 N$

Conclusion : Les forces de gravitation F_L et F_S sont negligeables devant F_T

2. Calcul de la distance d



si F_L est negligeable au milième près devant $F_T \Rightarrow \frac{F_L}{F_T} = 10^{-3}$ ①

$$F_L = \frac{G.m.M_L}{(D-d)^2} \quad ; \quad F_T = \frac{G.m.M_T}{d^2}$$

$$① \Rightarrow \frac{G.m.M_L}{(D-d)^2} \times \frac{d^2}{G.m.M_T} = \frac{M_L}{M_T}\left(\frac{d}{D-d}\right)^2$$

$$\frac{F_L}{F_T} = 10^{-3} \Rightarrow \left(\frac{d}{D-d}\right)^2 = 10^{-3}\frac{M_L}{M_T} = 0,0815$$

$$\Rightarrow \frac{d}{D-d} = 0,285 \Rightarrow d = 8,5e.10^4 km$$

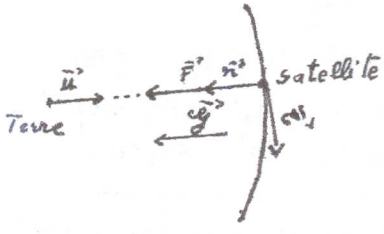
Exercice 2

1

1.1. Referentiel d'étude

Referentiel geocentrique

1.2. Representation de la force



$\vec{F}$ = force gravitationnelle ; $\vec{u}$ = vecteur unitaire

1.3. Acceleration du satellite

- Definition de la force : $\vec{F} = -\frac{G.m.M_T}{r^2}\vec{u}$
- Theoreme du centre d'inertie $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow -\frac{GmM_T}{r^2}\vec{u} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{G.M_T}{r^2}\vec{u}$$

$$r = R+z \Rightarrow \boxed{a = \frac{G.M_T}{(R+z)^2}}$$

1.4. Montrons que le mouvement est uniforme

Dans la base de Frenet $(\vec{n},\vec{t})$ $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{t}$.

or $\vec{a} = \vec{cg} \Rightarrow \vec{a} = a_n\vec{n}$ $\begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{r} = cg \end{cases}$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$

$\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

2.

2.1. Expression de l'accélération

A l'altitude z ; $cg = \frac{GM_T}{(R+z)^2}$

Au niveau de la mer $z = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{R^2}$

$$\Rightarrow GM_T = g_0R^2 \Rightarrow \boxed{a = cg = g_0\left(\frac{R}{R+z}\right)^2}$$

2.2. Expression de la vitesse

$$a = cg = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = cgr$$

$$\Rightarrow v^2 = g_0\frac{R^2}{(R+z)^2} \times (R+z) \Rightarrow \boxed{v = R.\sqrt{\frac{g_0}{R+z}}}$$

2.3. Expression de la periode T

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2r^2}{v^2} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+z)^3}{g_0R^2}}}$$

3. Valeur de l'altitude z

Pour un satellite geostationnaire la periode T correspond a celle de la rotation de la terre.

$$\Rightarrow T = T_0 \Rightarrow T^2 = T_0^2$$

$$\Rightarrow 4\pi^2\frac{(R+z)^3}{g_0R^2} = T_0^2 \Rightarrow \boxed{z = \sqrt[3]{\frac{g_0T_0^2R^2}{4\pi^2}} - R}$$

AN : $z = 3,59.10^7 m$

Exercice 3

1.
- Nature du mouvement du satellite
- Système : le satellite de masse m
- Référentiel : lié à Jupiter.
- Repère : base $(\vec{\tau}, \vec{n})$
- bilan des forces extérieures : la force gravitationnelle $\vec{F}$.
- Application du théorème du C I

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{cg} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{cg} = \vec{a}$$

Dans la base $(\vec{\tau}, \vec{n})$ $\quad \vec{a} = \vec{cg}\begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{r} \end{pmatrix} = \vec{g}\begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \text{ et } \frac{v^2}{r} = cg$$

$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v =$ constante $\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

$\frac{v^2}{r} = cg \Rightarrow r = \frac{v^2}{cg} =$ constante

$\Rightarrow$ le rayon de courbure étant constant le mouvement est circulaire.

En conclusion : le mouvement est circulaire et uniforme

Détermination de v en

$$\left.\begin{array}{l} cg = \frac{K.M}{r^2} \\ \frac{v^2}{r} = cg \end{array}\right\} \Rightarrow v^2 = \frac{KM}{r} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{KM}{r}}}$$

2. Détermination de la période T

pour un tour $d = 2\pi r$ et $\Delta t = T$

$$\Rightarrow v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{KM}}}$$

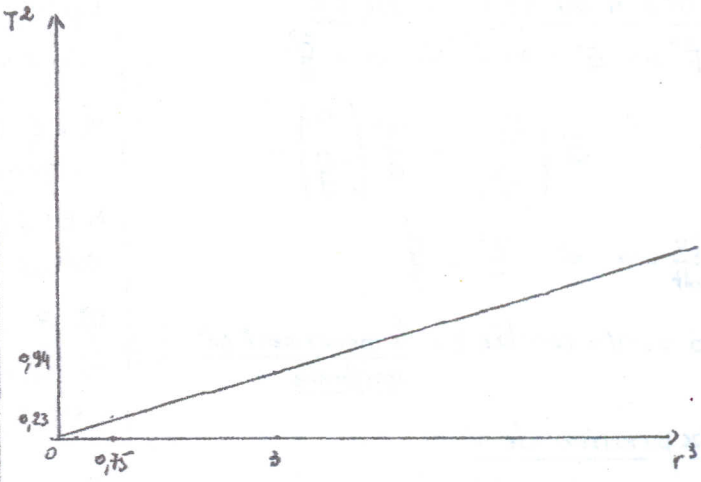
Vérifions la 3e loi de Kepler

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{KM} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM} = \text{constante}}$$

$\Rightarrow$ 3e loi de Kepler.

3. a Représentation $T^2 = f(r^3)$

	I_0	Europe	Ganymed	Callisto
T^2 (…)	0,23	0,94	3,8	20,8
r^3 (10^{27})	0,75	3	12,3	66,8



Conclusion

Le graphe $T^2 = f(r^3)$ est une droite passant par l'origine donc $\frac{T^2}{r^3} = cste = C$

b - Masse de Jupiter

on a $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM} = C \Rightarrow \boxed{M = \frac{4\pi^2}{KC}}$

avec $C = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3} = \frac{(20,8 - 0,94).10^{11}}{(66,8 - 3),10^{24}} = 3,1.10^{-14}$

$\Rightarrow$ $M = 1,9.10^{27}$ kg.

Exercice 4

1. Expression de cg

La force de gravitation de la terre :

$$F = \frac{GM_T m}{r^2} \text{ avec } r = R_T + z$$

$$\Rightarrow F = \frac{G.m.M_T}{(R_T+z)^2} \quad (1)$$

Ouvrir $F = mcg \Rightarrow \boxed{cg = \frac{GM_T}{(R_T+z)^2}}$

2. Expression de cg en fonction de g_0.

Au sol $z = 0$ et $cg = g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$

$\Rightarrow GM_T = g_0.R_T^2 \Rightarrow g =$

$$\Rightarrow \boxed{g = g_0\left(\frac{R_T^2}{R_T+z}\right)^2}$$

3. Montrons que le mouvement est uniforme

a
Système : Satellite de masse m
Référentiel géocentrique.
Repère : base $(\vec{\tau}, \vec{n})$
Bilan des forces extérieures : la force gravitationnel $\vec{F}$

application du théorème du CI

$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{r} \end{pmatrix} = \vec{g}\begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ et $\frac{v^2}{r} = g$

$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ V = constante $\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

b- Expression de V

$\frac{v^2}{r} = g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+Z)^2} \Rightarrow v^2 = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+Z)^2} \cdot r$

$\Rightarrow \boxed{V = R_T \cdot \sqrt{\frac{g_0}{R_T+Z}}}$

Calcul de V

$V = 7,4 \cdot 10^3$ m/s

C- La période T du satellite

$\boxed{T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi(R_T+Z)}{V}}$ AN :

AN : $T = 6283\,s = 1h\,45\,min$

4. Etude d'un satellite géostationnaire

a- Définition

Un satellite geostationnaire est un satellite immobile par rapport à la terre.
Sa période est égale à celle de la terre et sa trajectoire est un cercle dans le plan de l'équateur

b- Sa période $T_s = 24h$

c- Expression de l'altitude Z du satellite

$T = \frac{2\pi(R_T+Z)}{V}$ avec $V = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+Z}}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+Z)}{R_T} \cdot \sqrt{\frac{R_T+Z}{g_0}}$

$T^2 = \frac{4\pi^2(R_T+Z)^2}{R_T^2} \cdot \frac{R_T+Z}{g_0} = \frac{4\pi^2(R_T+Z)^3}{R_T^2 \times g_0}$

$\Rightarrow \boxed{Z = \sqrt[3]{\frac{R_T^2 \cdot T^2 \cdot g_0}{4\pi^2}} - R_T}$ (82)

Calcul de la valeur de Z

$T = 24h = 86.400\,s \Rightarrow \underline{Z = 35\,940\,km}$

d- Déduisons que l'orbite est contenue dans le plan équatorial

N.B. Un satellite est dans le plan équatorial s'il est à une altitude d'environs 36000 km

or $Z = 35940\,km \simeq 36000\,km$

$\Rightarrow$ le satellite a une altitude d'environ 36000 km par conséquent il est dans le plan équatorial.

Exercice 5

1. Expression de ω_s, vitesse angulaire de S

Loi d'attraction universelle : $F = \frac{GMm}{r^2}$

(M = masse de la terre ; m = masse d'un objet, r = distance entre la terre et l'objet)

Cette force correspond au poids du satellite.

$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = mg \Rightarrow \boxed{g = \frac{GM}{r^2}}$

A la surface de la terre $g = g_0 = \frac{GM}{R^2}$

soit $GM = g_0 R^2 \Rightarrow \boxed{g = g_0 \frac{R^2}{r^2}}$

Application du théorème du centre d'inertie

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$

Le mouvement étant circulaire uniforme

$a = g_0 \frac{R^2}{r^2} = \frac{V^2}{r^2} \Rightarrow \boxed{V = R\sqrt{\frac{g_0}{r}}}$

$\omega_s = \frac{V}{r} \Rightarrow \boxed{\omega_s = R \cdot \sqrt{\frac{g_0}{r^3}}}$

2. Calcul de ω_s et la période T_s

$\omega_s = 2,65 \cdot 10^{-5}$ rad/s ; $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} \Rightarrow \underline{T_s = 2,37 \cdot 10^5\,s}$

3. Calcul de la vitesse ω_T de rotation de la terre

$\omega_T = \frac{2\pi}{T_T} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \Rightarrow \underline{\omega_T = 7,27 \cdot 10^{-5}\,rad/s}$

4. Sens de déplacement du satellite

si
- $\omega_s < \omega_T$ le satellite se déplace dans le sens contraire de la terre de l'Est vers l'Ouest
- $\omega_s = \omega_T$ le satellite apparaît immobile.
- $\omega_s > \omega_T$ le satellite se déplace de l'Ouest vers l'Est ici le satellite se déplace de l'Est vers l'Ouest

4. Calcul de l'acceleration a

$a = \frac{G_0 R^2}{r^2} = 2,71.10^{-3} m/s^2$ ou

$a = r\omega_s = 2,71.10^{-3} m/s^2$

Déduisons la masse m

d'apres le TCI $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma$

$$\boxed{m = \frac{F}{a}}$$ AN: $m = 7,38.10^{22} kg$.

5. Identification du satellite

$T_s = 2,37.10^6 s = 27,4$ jours

$m = 7,38.10^{22} kg$; $r = 3,85.10^8 m$

avec ces information on pourrait dire que ce satellite correspond au satellite naturel: la lune.

Exercice 6

1. La force de gravitation subit par la masse

$$\boxed{F = \frac{G.M_T.m}{R_T^2}}$$ AN: $F = 98 N$

Déduisons G_0

$F = mG_0 \Rightarrow \boxed{G_0 = \frac{F}{m}}$

AN: $G_0 = 9,8 N/kg$.

2. Montrons que G est une fonction affine de Z

on $Z \ll R_T \Rightarrow \frac{Z}{R_T} \ll 1$

$G = G_0 \frac{R_T^2}{(R_T+Z)^2} \Rightarrow G = G_0 . \frac{R_T^2}{R_T^2(1+\frac{Z}{R_T})^2}$

$\Rightarrow \boxed{G = G_0\left(1+\frac{Z}{R_T}\right)^{-2}}$

NB: pour $\alpha \ll 1$, $(1+\alpha)^n = 1 + n\alpha$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(1+\frac{Z}{R_T}\right)^{-2} = 1 - \frac{2}{R_T}Z$

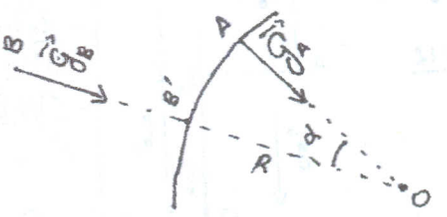
$\Rightarrow G = G_0\left(1-\frac{2}{R_T}.Z\right) \Rightarrow \boxed{G = G_0 - \frac{2G_0}{R_T}.Z}$

G est de la forme $G = b + aZ$ avec $b = G_0$ et $a = -\frac{2G_0}{R_T}$

par consequent G est une fonction affine de Z

3.

3.1. Calcul de l'angle entre $\vec{G}_A$ et $\vec{G}_B$



$AB' = d = R\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{d}{R}}$

$\Rightarrow \alpha = 1,57.10^{-3} rad \Rightarrow \alpha = 0,09°$

3.2. La déviation relative

d'après la reponse 2.

$G = G_0 - \frac{2G_0}{R_T}.Z$

$G_B = G_0 - \frac{2G_0}{R_T}.Z_B$

$G_A = G_0$ car $Z_A = 0$

$$\boxed{\frac{G_B - G_A}{G_A} = \frac{-2Z_B}{R}}$$

AN: $\frac{G_B - G_A}{G_A} = -0,003$

3.3. La déviation relative est très faible. Dans une zone de dimensions réduites, on peut deduire que le champ de gravitation conserve partout le même sens, la même direction et la même intensité

On dit que le champ de gravitation est quasiment uniforme dans cette zone

MOUVEMENT DANS UN CHAMP

I- MOUVEMENT DANS LE CHAMP $\vec{g}$

Exercice 1

- Système : la balle
- Referentiel : terrestre supposé galileen
- bilan des forces exterieures : le poids $\vec{P}$ de la balle
- théoreme du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

projection sur l'axe oz

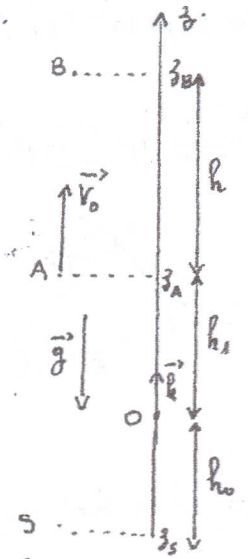
à $t = 0$; $z_0 = h_1$ et $\vec{v}_0 = v_{0z}\vec{k} = v_0$

à $t \neq 0$ $a_z = \vec{g}\vec{k} = -g$, $v = gt + v_{0z}$

$\boxed{v = -gt + v_{0z}} \Rightarrow v = -9,8t + 12$

$\boxed{z = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + h_1}$

$z = -4,9t^2 + 12t + 0,75$



2. La hauteur à laquelle la balle s'eleve (deux methodes possibles)

* 1ere méthode : application du théorème de l'E_C

$\Delta E_{C\ A\to B} = E_{C\ B} - E_{C\ A} = W_{A/B}(\vec{P})$

$E_{C_B} = 0$; $E_{C_A} = \frac{1}{2}mV_0^2$; $W(\vec{P}) = mg$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}mV_0^2 = -mgh \Rightarrow \boxed{h = \frac{V_0^2}{2g}}$ $= -mgh$

AN: $h = 7,35m$

* 2eme méthode : Calcul du temps mis

en B, $V_B = 0 \Rightarrow -gt_B + V_0 = 0 \Rightarrow t_B = \frac{V_0}{g}$.

$h = z_B - z_A = -\frac{1}{2}gt_B^2 + V_0 t_B = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0}{g}\right)^2 + V_0\left(\frac{V_0}{g}\right)$

$\boxed{h = \frac{V_0^2}{2g}}$

3- le temps mis par la balle pour passer au niveau de la table : au niveau de la table $z = 0$

$\Rightarrow -4,9t^2 + 12t + 0,75 = 0$: $\Delta = 12^2 - 4(-4,9)\times 0,75 \Rightarrow \Delta = 157,8$

$t_1 = \frac{-12 - \sqrt{\Delta}}{2\times(-4,9)} = 2,67s$; $t_2 = \frac{-12 + \sqrt{\Delta}}{2(-4,9)} = -0,06$

la vraie date est $t = t_1 = 2,67s$ car superieur à zero.

La vitesse avec laquelle le solide passe au niveau de la table.

$v = -9,8t + 12 \Rightarrow v = -9,8\times 2,74 + 12 \Rightarrow$ $= -14,16 m/s$

4- le temps mis par la balle pour au sol $z_0 = -h_0 = -1m$. $\Rightarrow -1 = -4,9t_S^2 + 12t_S + 0,75$

$\Rightarrow -4,9t_S^2 + 12t_S + 1,75 = 0$: $\Delta = 176,2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13,27$

$t_1 = \frac{-12 - 13,27}{2(-4,9)} = 2,74s$ et $t_2 = \frac{-12 + 13,27}{2(-4,9)} = -0,13s$

$t_S = t_1 = 2,74s$

5- Calcul de la vitesse de chute au sol

au sol $t_S = 2,74s \Rightarrow v_S = -9,8t_S + 12 \Rightarrow \underline{v_S = -14,85 m/s}$

Exercice 2

- Système : Un gravier
- Referentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ du gravier
- Application du theoreme du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

1. Détermination des équations horaires dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- à $t = 0$ $\overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$ $\vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{vmatrix}$

- à $t \neq 0$ $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \vec{g}\cdot\vec{i} = 0 \\ a_y = \vec{g}\cdot\vec{j} = -g \end{vmatrix}$; $\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x_G(t) = V_0\cos\alpha\, t \\ y_G(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha\, t \end{vmatrix}$ équations horaires du mouvement

2. Equation cartesienne de la trajectoire

$x_G = V_0\cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x_G}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow y_G = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x_G}{V_0\cos\alpha}\right)^2 + V_0\sin\alpha\left(\frac{x_G}{V_0\cos\alpha}\right)$

$\Rightarrow \boxed{y_G = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_G^2 + x_G\tan\alpha}$

Détermination de la hauteur maximale H_{max}

au sommet S correspondant à la hauteur maximale $V_y = 0$

$\Rightarrow -gt_S + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{V_0\sin\alpha}{g}$.

$H_{max} = C\ y_G(t_S) = -\frac{1}{2}gt_S^2 + V_0\sin\alpha\, t_S$

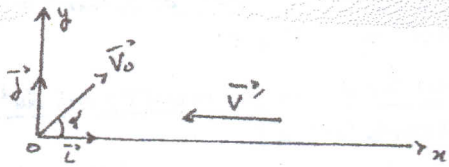
$\Rightarrow H_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0\sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0\sin\alpha\left(\frac{V_0\sin\alpha}{g}\right) \Rightarrow \boxed{H_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}}$

AN: $H_{max} = 2,66 m$

3.

3.1. Equations horaires du mouvement de M

La voiture effectue un mouvement rectiligne uniforme selon l'axe ox ainsi que le point M



- Coordonnées de $\vec{V'}$

$$\vec{V'}\begin{cases} V'_x = \vec{V'}\cdot\vec{i} = -V' \\ V'_y = \vec{V'}\cdot\vec{j} = 0 \end{cases}$$

- Coordonnées de $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M(t) = V'_x t + x_{M_0} & \text{à } t=0\ x_M = x_{M_0} = 44\,m \\ y_M(t) = V'_y t + y_{M_0} & \text{à } t=0\ y_M = y_{M_0} = H = cste \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M = -V't + x_{M_0} \\ y_M = H = Cte \end{cases} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M(t) = -25t + 44 \\ y_M(t) = H = cte \end{cases}}$$

3.2. Calcul de la date de rencontre t_R

à la date de rencontre $\begin{cases} x_G(t) = x_M(t) \\ y_G(t) = y_M(t) = H \end{cases}$

$x_G(t) = x_M(t) \Rightarrow V_0 \cos\alpha\, t_R = -V' t_R + x_{M_0}$

$\Rightarrow (V_0\cos\alpha + V')t_R = x_{M_0} \Rightarrow \boxed{t_R = \dfrac{x_{M_0}}{V_0\cos\alpha + V'}}$

3.3 AN: $t_R = 1,27\,s$

$y_G(t) = H \Rightarrow -\frac{1}{2}gt_R^2 + V_0\sin\alpha\, t_R = H$

$H = -\frac{1}{2}\times 9,8\times(1,27)^2 + 12\times\sin 37\times(1,27) \Rightarrow H = 1,27\,m$

4. point de chute du gravier par rapport à la position du camion

- soit x'_G l'abscisse du point de chute du gravier. au point de chute $y'_G = 0 = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x'^2_G + x'_G\tan\alpha = 0$

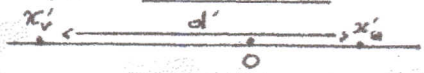
$\Rightarrow \boxed{x'_G = \dfrac{2V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}}$ AN: $x'_G = 14,12\,m$

- soit t_c la date de chute $\Rightarrow x'_G = V_0\cos\alpha\, t_c \Rightarrow t_c = \dfrac{x'_G}{V_0\cos\alpha}$

$t_c = 1,47\,s$

- L'equation horaire du mouvement de la voiture est $x_V = -V_0 t = -12t$

$\Rightarrow$ l'abscisse x'_V de la voiture au moment de la chute est $x'_V = -12\times 1,47 \Rightarrow x'_V = -17,68\,m$



La distance d qui sepore les deux ponctuels est $d' = |x'_V - x'_G| = |-17,6 - 14,12|$

$$\underline{d' = 31,72\,m}$$

Exercice 3

1. - Système : la balle
- Referentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces exterieures : le poids $\vec{P}$ de la balle
- application du théorème du centre d'inertie $\sum\vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

1.1. Equations horaires du mouvement de G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{k})$

à $t=0$ $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = OA = h_A \end{cases}$; $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

à $t\neq 0$ $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_z = -gt \end{cases}$

$\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = V_0 t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h_A \end{cases}}$ équations horaires du mouvement

1.2. Equation cartesienne de la trajectoire

$x = V_0 t \Rightarrow t = \dfrac{x}{V_0} \Rightarrow \boxed{z(x) = -\dfrac{g}{2V_0^2}x^2 + h_A}$

2.

2.1. Coordonnées du point de chute E

en E $z = 0 \Rightarrow -\dfrac{g}{2V_0^2}x_E^2 + h_A = 0$

$\Rightarrow \boxed{x_E = V_0\sqrt{\dfrac{2h_A}{g}}} \Rightarrow \boxed{E\begin{pmatrix} x_E = V_0\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \\ z_E = 0 \end{pmatrix}}$

2.2. Conditions sur V_0 pour que le service réussisse

pour que le service reussisse $x_E > d_1 + d_2$

$\Rightarrow V_0\sqrt{\dfrac{2h_A}{g}} > d_1 + d_2 \Rightarrow \boxed{V_0 > (d_1+d_2)\sqrt{\dfrac{g}{2h_A}}}$

2.3. application numerique :

$V_0 > (12+4)\sqrt{\dfrac{9,8}{2\times 2,5}} \Rightarrow \boxed{V_0 > 22,4\ m/s}$

3.

3.1. Calcul de V_0 pour $z = h+h'$ et $x = d_1$

$h+h' = -\dfrac{g}{2V_0^2}d_1^2 + h_A \Rightarrow h_A - (h+h') = \dfrac{gd_1^2}{2V_0^2}$

$\Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\dfrac{gd_1^2}{2[h_A - (h+h')]}}}$ AN: $V_0 = 21,68\,m/s$

L'essai n'est pas réussi car $V_0 < 22,4$ m/s

3.2. Calcul de la vitesse V_P

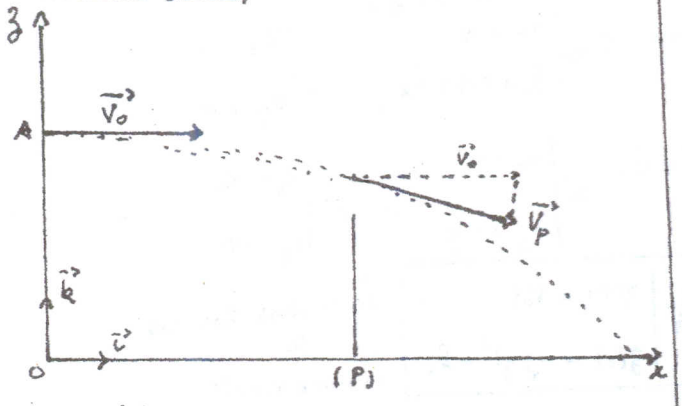
$V_{Px} = V_0 = 21,68$ m/s

$x_P = V_0 t_P \Rightarrow d_1 = V_0 t_P \Rightarrow t_P = \frac{d_1}{V_0}$

$\Rightarrow V_{Pz} = -\frac{g d_1}{V_0} \Rightarrow V_{Pz} = -5,42$ m/s

$$V_P = \sqrt{V_{Px}^2 + V_{Pz}^2} \Rightarrow \text{AN: } V_P = 22,34 \text{ m/s}$$

3.3. Representation de la trajectoire et des vecteurs vitesse $\vec{V_0}$ et $\vec{V_P}$



4. Condition sur $\vec{V_0}$ pour que la balle passe au dessus de (P)

au niveau de (P) $x = d_1$

pour que la balle passe au dessus de (P) de hauteur h $z(d_1) > h$

$$-\frac{g}{2V_0^2} d_1^2 + h_A > h \Rightarrow V_0 > d_1 \sqrt{\frac{g}{2(h_A - h)}}$$

AN: $V_0 > 11,74 \text{ m.s}^{-1}$

5. Condition sur V_0 qui emmène un joueur à reprendre son essai

Pour être repreché et reprendre l'essai

- la balle du joueur doit passer au dessus du poteau
  $\Rightarrow V_0 > 11,74 \text{ m.s}^{-1}$
- la balle du joueur doit tomber sur le sol avant D
  $\Rightarrow V_0 < 22,4 \text{ m.s}^{-1}$

En conclusion la condition sur V_0 pour être repeché et reprendre l'essai est

$$11,74 \text{ m.s}^{-1} < V_0 < 22,4 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 4

- Système : le « poids »
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ du système
- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$.

1. Equations horaires du mouvement du « poids » dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$

à $t = 0$ $\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = OA = h \end{cases}$; $\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\theta \\ V_{0z} = V_0 \sin\theta \end{cases}$

à $t \neq 0$ $\vec{a} \begin{cases} a_x = \vec{g}\cdot\vec{i} = 0 \\ a_z = \vec{g}\cdot\vec{k} = -g \end{cases}$; $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos\theta \\ V_z = -gt + V_0 \sin\theta \end{cases}$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos\theta \, t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\theta \, t + h \end{cases}$$

- Equation cartésienne de la trajectoire

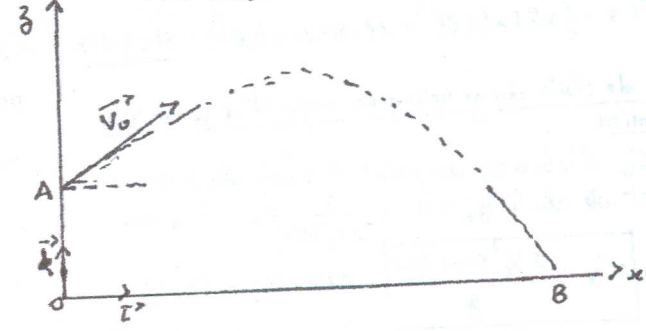
$x = V_0 \cos\theta \, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\theta}$

$$\Rightarrow z = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta} x^2 + x \tan\theta + h$$

nature de la trajectoire

l'équation $z(x)$ est celle d'une parabole

la trajectoire est une parabole de concavité orientée vers le bas.



3. Premier essai : $\theta = 30°$, $OB = x_1 = 8,74$ m

3.1 $\Rightarrow 0 = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta} x_1^2 + x_1 \tan\theta + h$

$\Rightarrow \frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta} x_1^2 = x_1 \tan\theta + h$

$$V_0^2 = \frac{g x_1^2}{2\cos^2\alpha (x_1 \tan\alpha + h)}$$

3.1.1.

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{x_1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(x_1\tan\alpha + h)}}}$$

3.1.2. Hauteur maximale atteinte

A la hauteur maximale au sommet s

$$\frac{dz}{dt} = v_z = 0 \Rightarrow -gt_s + V_0\sin\theta = 0 \Rightarrow t_s = \frac{V_0\sin\theta}{g}$$

$$\rightarrow H_{max} = z(t_s) = -\frac{1}{2}gt_s^2 + V_0\sin\alpha\, t_s + h$$

$$\Rightarrow H_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0\sin\theta}{g}\right)^2 + V_0\sin\alpha\left(\frac{V_0\sin\theta}{g}\right) + h$$

$$\boxed{H_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g} + h}$$

3.2. Calcul de V_0 et H_{max}

$V_0 = 8{,}60\ m.s^{-1}$; $H_{max} = 2{,}64\ m$

4. Deuxième essai $\theta = 45°$; $V_0 = 8{,}60\ m.s^{-1}$

$$\Rightarrow z(x_2) = -0{,}13\,x_2^2 + x_2 + 1{,}7 = 0$$

$\Delta = 1{,}88 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1{,}37$

$$x_2' = \frac{-1-1{,}37}{2(-0{,}13)} \Rightarrow x_2' = 9{,}11\ m \ ; \ x_2'' = \frac{-1+1{,}37}{2(-0{,}13)} = -1{,}42\ m.$$

x_2'' pas admis car inférieur à 0 $\Rightarrow$ $x_2 = x_2' = 9{,}11\ m$

5. Troisième essai $\theta = 60°$, $V_0 = 8{,}60\ m.s$

5.1. $z(x_3) = -0{,}26\,x_3^2 + 1{,}73\,x_3 + 1{,}7 = 0$

$\Delta = 4{,}176 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2{,}18$

$$x_3' = \frac{-1{,}73-2{,}18}{2(-0{,}26)} = 7{,}52\ m \ ; \ x_3'' = \frac{-1{,}73+2{,}18}{2(-0{,}26)} = -0{,}86$$

$\Rightarrow x_3 = x_3' = 7{,}52\ m$

5.2. On remarque que $x_2 > x_3$

6.

6.1. Le deuxième essai est le meilleur car

$$x_3 < x_1 < x_2$$

6.2. Pour une vitesse donnée il faut lancer le "Poids" avec une inclinaison de 45° par rapport à l'horizontale pour obtenir la meilleure performance.

Exercice 5

- Système : le plongeur
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ du plongeur
- Théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

1. Equations horaires du mouvement dans le repère $(O\vec{i}\vec{j})$

- à $t = 0$ $\quad \overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{vmatrix}$ $\quad \vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0\sin\theta \\ V_{0y} = V_0\cos\theta \end{vmatrix}$

- à $t \neq 0$ $\quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$ $\quad \vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0\sin\theta \\ V_y = -gt + V_0\cos\theta \end{vmatrix}$

$$\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_0\sin\theta\, t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\cos\theta\, t + 1 \end{vmatrix}}$$

NB; faire attention à l'emplacement de l'angle de tir

Equation cartésienne de la trajectoire

$$x = V_0\sin\theta\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\sin\theta}$$

$$\Rightarrow y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\sin\theta}\right)^2 + V_0\cos\theta\left(\frac{x}{V_0\sin\theta}\right) + 1$$

$$\Rightarrow y(x) = -\frac{gx^2}{2V_0^2\sin^2\theta} + x\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}x^2 + x\cot\theta + 1}$$

2.

2.1. Expression de la vitesse V_0

au sommet s $\quad \frac{dy}{dt} = v_y = 0 \Rightarrow -gt_s + V_0\cos\theta = 0$

$$\Rightarrow t_s = \frac{V_0\cos\theta}{g} \Rightarrow x_1 = V_0\sin\theta\, t_s$$

$$\Rightarrow x_1 = V_0\sin\theta\left(\frac{V_0\cos\theta}{g}\right) \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2x_1 g}{\sin 2\theta}}}$$

AN: $V_0 \simeq 5\ m.s^{-1}$

2.2. L'ordonnée y_s du sommet s

$$y_s = -\frac{1}{2}gt_s^2 + V_0\cos\theta\, t_s + 1 \Rightarrow y_s = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0\cos\theta}{g}\right)^2 + V_0\cos\theta\left(\frac{V_0\cos\theta}{g}\right) + 1$$

$$\boxed{y_s = \frac{V_0^2\cos^2\theta}{2g} + 1} \quad \text{AN } y_s = 1{,}95\ m$$

3.

3.1. Calcul de la distance d

la distance d entre les deux verticales passant par O et C est $d = |x_c - x_0|$

Calcul de x_c

en C $y_E = -3\,m$

$$-3 = -\frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}x_c^2 + x_c\cot an\theta + 1$$

$$\Rightarrow -3 = -0{,}78\,x_c^2 + 1{,}73\,x_c + 1$$

$$-0{,}78\,x_c^2 + 1{,}73\,x_c + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 15{,}47$$

$$x_c' = \frac{-1{,}73 - 3{,}93}{2(-0{,}78)} = 3{,}63\,m \; ; \; x_c'' = \frac{-1{,}73+3{,}93}{2(-0{,}78)} = -1{,}41$$

$x_c = 3{,}63\,m \Rightarrow d = x_c - 0 \Rightarrow \underline{d = 3{,}63\,m}$

3.2. La durée du saut

on a $x_c = V_0\sin\theta\, t_c \Rightarrow \boxed{t_c = \frac{x_c}{V_0\sin\theta}}$

$t_c = 1{,}45\,s$

3.3. détermination de V_c

application du théorème de l'énergie cinétique entre A et C : $\Delta E_{c\,A/C} = E_{c_C} - E_{c_A} = W(\vec{P})$

$E_{c_C} = \frac{1}{2}mV_C^2$; $E_{c_0} = \frac{1}{2}mV_0^2$ et $W(\vec{P}) = mg(y_0 - y_C)$

$$\Rightarrow V_C^2 - V_0^2 = 2g(y_0 - y_C) \Rightarrow \boxed{V_C = \sqrt{2g(y_0 - y_C) + V_0^2}}$$

AN : $V_C = 10{,}16\,m.s^{-1}$

Exercice 6

1. Etude du mouvement du solide sur le trajet AB

- système : solide de masse m
- référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures appliquées
  - le poids $\vec{P}$ du solide
  - la réaction normale $\vec{R}$ du plan
  - la force motrice $\vec{F_0}$ appliquée
  - la force de frottement $\vec{f}$ de la piste

- Théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$

1.1. de A à B $\Delta E_{c\,A/B} = E_{c_B} - E_{c_A} = \sum W(\vec{F}_{ext})_{A/B}$

$E_{c_B} - E_{c_A} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F_0}) + W(\vec{f})$

$E_{c_B} = \frac{1}{2}mV_B^2$; $E_{c_A} = 0$; $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$

$W(\vec{F_0}) = F_0 \cdot AB = F_0\ell$; $W(\vec{f}) = -f\ell$.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = F_0\ell - f\ell = (F_0 - f)\ell \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{\frac{2(F_0 - f)\ell}{m}}}$$

1.2. de B → C : $\Delta E_{c\,B/C} = \sum W(F_{ext})_{B/C}$

Les forces qui s'appliquent sur le solide sur cette portion de piste est le poids $\vec{P}$ et la réaction normale $\vec{R}$

$E_{c_C} - E_{c_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = 0 \Rightarrow E_{c_C} = E_{c_B}$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = V_B = \sqrt{\frac{2(F_0 - f)\ell}{m}}}$$

1.3. de C à O : $\Delta E_{c\,C/O} = E_{c_O} - E_{c_C} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = +mg(y_C - y_0)$$

$$\Rightarrow V_0^2 - V_C^2 = 2g(y_C - y_0) \Rightarrow V_0^2 = V_C^2 + 2g(y_C - y_0)$$

$y_0 = 0$ et $y_C = -r(1 - \cos\theta)$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2(F_0 - f)\ell}{m} - 2gr(1 - \cos\theta)}}$$

2. Etude du mouvement du solide dans le repère $(O\vec{i}\vec{j})$

- système : solide
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ du solide

2.1. Application du théorème du centre d'inertie

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$.

2.2. Equations horaires du mouvement dans le repère $(O\vec{i}\vec{j})$

à $t = 0$ $\quad \overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$ $\quad \vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0\cos\theta \\ V_{0y} = V_0\sin\theta \end{vmatrix}$

à $t \neq 0$ $\quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$ $\quad \vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0\cos\theta \\ V_y = -gt + V_0\sin\theta \end{vmatrix}$

$$\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_0\cos\theta\, t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\theta\, t \end{vmatrix}}$$

2.3. Equation cartesienne de la trajectoire

$x = V_0\cos\theta\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\theta} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\theta}\right)^2 + V_0\left(\frac{x}{V_0\sin\theta}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta}x^2 + x\tan\theta}$$

2.4. Expression de V_0 pour atteindre M

au point M, $x = d$ et $y = -r(1-\cos\theta)$

$$\Rightarrow -r(1-\cos\theta) = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta}d^2 + d\tan\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{d}{\cos\theta}\sqrt{\frac{g}{2[d\tan\theta + r(1-\cos\theta)]}}}$$

3. Calcul de l'intensité de $\vec{F_0}$

$$V_0^2 = \frac{2(F_0 - f)l}{m} - 2gr(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow 2(F_0 - f) = m\left[V_0^2 + 2gr(1-\cos\theta)\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{F_0 = \frac{m}{2l}\left[V_0^2 + 2gr(1-\cos\theta)\right] + f}$$

4. Expression de V_0

$x_M = d$ et $y_M = h + y_B = h - r(1-\cos\theta) = 0{,}25\,m$

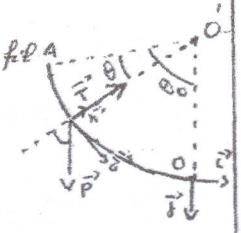
$$y_M = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta}d^2 + d\tan\theta \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{d}{\cos\theta}\sqrt{\frac{g}{2[d\tan\theta - y_M]}}}$$

AN: $V_0 =$

Exercice 7

1.
- système: une bille
- Référentiel: terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures:

le poids $\vec{P}$ de la bille et la tension $\vec{T}$ du fil



1.1. Théorème de l'énergie cinétique

$\Delta E_{c\,A\to M} = E_{cM} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$E_{cM} = \frac{1}{2}mV_M^2$; $E_{cA} = 0$, $W(T) = 0$

$W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = l[\cos(\theta_0 - \theta) - \cos\theta]$

$$\frac{1}{2}mV_M^2 = mgl[\cos(\theta_0-\theta) - \cos\theta] \Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{2gl[\cos(\theta_0-\theta) - \cos\theta]}}$$

AN: Pour $\theta = 30°$ $V_M = 2{,}14\,m.s^{-1}$

1.2. Expression de V_0 au point O

en O, $\theta = \theta_0 \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}}$ AN: $V_0 = 2{,}5\,m.s^{-1}$

2.
2.1. Théorème du centre d'inertie $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Dans la base de Frenet et sur la normal $P_n + T_n = ma_n$

$P_n = -P\cos(\theta_0 - \theta)$; $T_n = T_M$

$$-P\cos(\theta_0-\theta) + T_M = m\frac{V_M^2}{l}$$

$$-mg\cos(\theta_0-\theta) + T_M = \frac{mV_M^2}{l} \Rightarrow T_M = mg\cos(\theta_0-\theta) + \frac{mV_M^2}{l}$$

$$T_M = mg\cos(\theta_0-\theta) + 2gm\cos(\theta_0-\theta) - 2gm\cos\theta$$

$$\boxed{T_M = mg\left[3\cos(\theta_0-\theta) - 2\cos\theta\right]}$$

2.2. Expression de T_0 en O

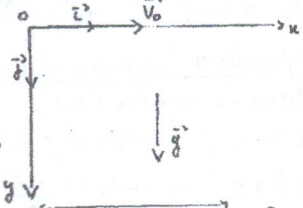
en O, $\theta = \theta_0 \Rightarrow \boxed{T_0 = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$ AN: $T_0 = 0{,}2\,N$

3. Etude du mouvement de la bille dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
- système: la bille
- Référentiel: terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures: le poids $\vec{P}$ de la bille
- Théorème du centre d'inertie: $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

3.1. Equations horaires du mouvement

Dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$



à $t = 0$

$\vec{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$; $\vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{vmatrix}$

à $t \neq 0$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \vec{g}.\vec{i} = 0 \\ a_y = \vec{g}.\vec{j} = g \end{vmatrix}$; $\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0 \\ V_y = gt \end{vmatrix}$ $\boxed{\vec{OG}\begin{vmatrix} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix}}$

Equation cartesienne de la trajectoire

$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \Rightarrow \boxed{y(x) = \frac{g}{2V_0^2}x^2}$

3.2. Calcul de l'abscisse x_c du point c

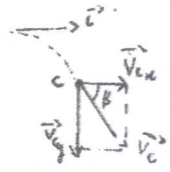
au point c on a $y = h = OB = \frac{g}{2V_0^2}x_c^2$

$$\Rightarrow \boxed{x_c = V_0\sqrt{\frac{2h}{g}}} \Rightarrow x_c = 1{,}5\,m$$

4
4.1 - Détermination des coordonnées cartesiennes V_{cx} et V_{cy} du vecteur vitesse en c

$\vec{V}\begin{vmatrix} V_{cx} = V_0 \\ V_{cy} = gt_c \text{ avec } t_c = \frac{x_c}{V_0} \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{V}\begin{vmatrix} V_{cx} = V_0 = 2{,}5\,m.s^{-1} \\ V_{cy} = \frac{g}{V_0}x_c = 6\,m.s^{-1} \end{vmatrix}$

Détermination de $\beta = (\vec{i}, \vec{V_c})$



sur le schéma on a $\boxed{\tan\beta = \frac{V_{cy}}{V_{cx}}}$

AN: $\tan\beta = \frac{6}{2{,}5} \Rightarrow \beta = 67{,}38°$

4.2. Expression de V_c

$$\boxed{V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2}} \Rightarrow \text{AN: } V_c = 6{,}5\,m.s^{-1}$$

II-MOUVEMENT DANS UN CHAMP $\vec{E}$

Exercice 1

1.

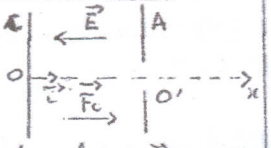
1.1. Représentation des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{F_e}$

$U_{AC} = V_A - V_C > 0 \Rightarrow V_A > V_C$

$\Rightarrow \vec{E}$ est orienté de A vers C

On a $q = -e < 0$ $\quad \vec{F_e} = -e\vec{E}$

$\vec{F_e}$ orientée dans le sens opposé à celui de $\vec{E}$ de C → A



1.2.

- Système : électron
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces extérieures : la force électrostatique $\vec{F_e}$
- Théorème du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{F_e} = m\vec{a}$ $\quad (\vec{F_e} = q\vec{E} = -e\vec{E}) \Rightarrow -e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m_e}}$

Équation horaire du mouvement

Dans le repère $(O\vec{i})$

à $t = 0$; $x = x_0 = 0$; $v = v_0 = 0$

à $t \neq 0$; $a = a_x = \frac{-e\vec{E}\cdot\vec{i}}{m_e} \Rightarrow a = \frac{eE}{m_e}$

$v = at + v_0 \Rightarrow \boxed{v = \frac{eE}{m_e}t}$ et $\boxed{x = \frac{eE}{2m_e}t^2}$

1.3. Expression de la vitesse en O'

Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$

$\Rightarrow E_{C_{O'}} - E_{C_O} = W(\vec{F_e})$ avec $E_{C_{O'}} = \frac{1}{2}mV^2$, $E_{C_O} = 0$

et $W(\vec{F_e}) = eU_{AB} \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = eU_{AB}$

$\Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{2eU_{AB}}{m_e}}}$ AN : $V = 1{,}9 \cdot 10^7 \, m.s^{-1}$

2.

2.1. Valeur de la tension U_{AB}

Application du théorème de l'énergie cinétique

$\Delta E_C = E_{C_B} - E_{C_A} = W_{A/B}(\vec{F_e}) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = qU_{AB}$.

avec $q = 2e$ et $m = 4\mu \Rightarrow V_B^2 = \frac{e}{\mu} \cdot U_{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{U_{AB} = \frac{\mu V_B^2}{e}}$ AN : $U_{AB} = 1\,V$

2.2. Représentation du champ $\vec{E}$

$U_{AB} = V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$

$\Rightarrow \vec{E}$ est orienté perpendiculairement aux deux plaques de A vers B



2.3. Étude dynamique du mouvement

- Système : particule α
- Référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F_e}$

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F_e} = m\vec{a}$ avec $F_e = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

$q = 2e \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{2e\vec{E}}{m}}$

Caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$

- direction : celui de $\vec{E}$ (perpendiculaire aux plaques)
- sens : celui de $\vec{E}$ car $q > 0$ (de A vers B)
- intensité : $a = \|\vec{a}\| = \frac{2eU_{AB}}{4\mu d} \Rightarrow a = 9{,}6 \cdot 10^7 \, m.s^{-2}$

Le mouvement des particules est rectiligne et uniformément varié (accéléré de A → B)

Le temps mis par les particules entre A et B

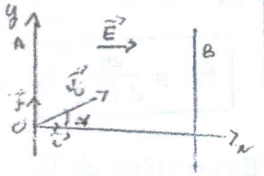
La vitesse d'une particule à un instant t est telle que $v = at \Rightarrow$ en B $V_B = a\,t_B \Rightarrow \boxed{t_B = \frac{V_B}{a}}$

AN : $t_B = 1{,}03 \cdot 10^{-5} \, s$

2.4. Nature du mouvement des particules au delà de B

au delà de B les particules ont un mouvement rectiligne uniforme car elles ne sont soumises à aucune force.

3. $\vec{V_0}$ incliné d'un angle α



d'après ce qui précède

$\vec{a} = \frac{2e\vec{E}}{m}$

3.1. Équations horaires du mouvement

Dans le repère $(O\vec{i}\vec{j})$

à $t = 0$ $\quad \overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ $\quad \vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{cases}$

à $t \neq 0$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{2e\vec{E}\cdot\vec{i}}{m} = \frac{2eE}{m} \\ a_y = \frac{2e\vec{E}\cdot\vec{j}}{m} = 0 \end{cases}$ $\quad \vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{2eE}{m}t + V_0\cos\alpha \\ V_y = V_0 \sin\alpha \end{cases}$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = \frac{eE}{m}t^2 + V_0 \cos\alpha \, t \\ y = V_0 \sin\alpha \, t \end{cases}$$

3.2. Équation cartésienne de la trajectoire

$y = V_0 \sin\alpha \, t \Rightarrow t = \frac{y}{V_0 \sin\alpha}$

$\Rightarrow x = \frac{eE}{m}\left(\frac{y}{V_0\sin\alpha}\right)^2 + V_0\cos\alpha\left(\frac{y}{V_0\sin\alpha}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{eE}{mV_0^2\sin^2\alpha}y^2 + y\cot\alpha$

$$\boxed{x = \frac{eE}{mV_0^2\sin^2\alpha} \cdot y^2 + y\cot\alpha}$$

3.3 $x = f(y)$ est l'équation d'une parabole

$\Rightarrow$ le mouvement est parabolique

3.4. Calcul de la distance O'S = a

Les coordonnées du point S sont telles que S(d; a) si S est le point de sortie alors les coordonnées de S vérifient l'équation de la trajectoire

$\Rightarrow d = \frac{eE}{mV_0^2\sin^2\alpha}\cdot a^2 + a\cot\alpha \qquad E = \frac{U_{AB}}{d} = \frac{1}{0,5}$

$\Rightarrow d = 1,9\,a^2 + \sqrt{3}\,a \Rightarrow 1,9\,a^2 + 1,73\,a - 0,5 = 0$

$\Delta = (1,73)^2 - 4\times 1,9\times(-0,5) = 6,79 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2,6$

$a_1 = \frac{-1,73+2,6}{2\times 1,9} = 0,23\,m$; $a_2 = \frac{-1,73-2,6}{2\times 1,9}$

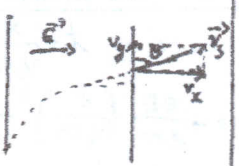
$\Rightarrow$ O'S = a = 0,23 m

3.5. Calcul de t_S temps mis entre O et S

$y_S = V_0\sin\alpha\, t_S \Rightarrow t_S = \frac{y_S}{V_0\sin\alpha} \Rightarrow \boxed{t_S = \frac{a}{V_0\sin\alpha}}$

AN: $t_S = 4,6.10^{-5}\,s$

Caractéristiques de $\vec{V_S}$



on a $V_{x_S} = \frac{qE}{m}t_S + V_0\cos\alpha =$

$V_{y_S} = V_0\sin\alpha = 5.10^3\,m/s.$

- direction et sens: $\vec{V_S}$ forme un angle β avec la plaque B tel que $\tan\beta = \frac{V_{x_S}}{V_{y_S}}$

$\Rightarrow \tan\beta = \quad \Rightarrow \beta =$

- Intensité: $\boxed{V_S = \sqrt{V_{x_S}^2 + V_{y_S}^2}}$ AN: $V_S =$

Exercice 2

- Système : solide ponctuel de masse m
- Référentiel: terrestre supposé galiléen

1.1. bilan des forces entre O et P_1: le poids $\vec{P}$ du solide

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$.

a = cste $\neq 0$ $\Rightarrow$ le mouvement du solide est rectiligne uniformément varié (accéléré) vers le bas

Equation horaire du mouvement entre O et P_1

$\vec{a}\begin{cases} a_x = \vec{g}\cdot\vec{i} = 0 \\ a_y = \vec{g}\cdot\vec{j} = g \end{cases}$ $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = 0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

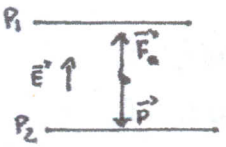
$\vec{V}\begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = gt \end{cases}$ $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Le mouvement du solide a lieu selon l'axe oy d'équation horaire $\boxed{y(t) = \frac{1}{2}gt^2 = 4,6\,t^2}$

1.2. Le temps θ_1 mis entre O et P_1 tel que $OP_1 = h$

$\theta \Rightarrow h = 4,6\,\theta_1^2 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = \sqrt{\frac{h}{4,6}}} \Rightarrow \theta_1 = 0,2\,s$

2. Etude du mouvement du solide entre P_1 et P_2



2.1. les deux forces qui s'appliquent sur le solide entre P_1 et P_2 sont le poids $\vec{P}$ et la force électrostatique $\vec{F_e}$.

Si l'objet est freiné par la force électrostatique
$\Rightarrow \vec{F_e}$ est opposé au mouvement
$\Rightarrow \vec{F_e} = q\vec{E}$ est orientée de P_2 vers P_1
$\Rightarrow \vec{E}$ est orienté dans le même sens que $\vec{F_e}$ c'est à dire de P_2 vers P_1 car $q > 0$
$\vec{E}$ orienté de P_2 vers $P_1 \Rightarrow V_{P_2} > V_{P_1}$
$\Rightarrow$ P_2 chargé positivement
P_1 chargée négativement

2.2. si le mouvement du solide entre P_1 et P_2 est rectiligne et uniforme $\Rightarrow \vec{F_e} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{F_e}$.

sur oy $P - F_e = 0 \Rightarrow F_e = P = mg$.

$F_e = 9,8.10^{-4}\,N$

$F_e = qE = q\frac{U}{d} \Rightarrow \boxed{U = \frac{F_e.d}{q}} \Rightarrow U = 105,84\,V$

3. Etude du mouvement entre les plaques A et B

3.1. - Calcul de l'intensité de la force de pesanteur $\vec{P}$.

$P = mg = 9,8.10^{-4}\,N$

- calcul de l'intensité de la force électrostatique $\vec{F_e}$.

$F_e = qE = 5.10^{-7}.980 \Rightarrow F_e = 4,9.10^{-4}\,N$

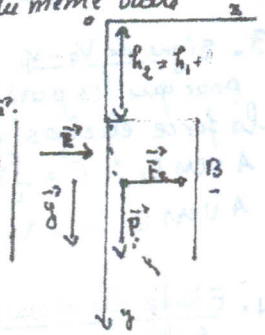
Comparaison des deux forces

$\frac{P}{F_e} = \frac{9,8.10^{-4}}{4,9.10^{-4}} = 2 \Rightarrow P = 2F_e$

on ne peut pas négliger l'une de ces forces devant l'autre car elle sont du même ordre en puissance de 10.

3.2. application du TCI: $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{F_e} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m}}$



$\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = 0 \\ V_{0y} = V_0 \end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{qE}{m} \\ a_y = g \end{cases}$

$\vec{V}\begin{cases} V_x = \frac{qE}{m}t \\ V_y = gt + V_0 \end{cases}$

$\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = \frac{qE}{2m}t^2 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + h_2 \end{cases}}$ avec $h_2 = h_1 + d$ et $V_0 = 1,96\,m.s^{-1}$

l'ordonnée du point de sortie K est tel que $y_K = l + h_2 = 31\,m$

$y_K = l + h_2$

$\Rightarrow l + h_2 = \frac{1}{2} g t_K^2 + 1,96 t_K + h_2$

$\Rightarrow l + h_2 = 4,9 t_K^2 + 1,96 t_K + h_2$

$\Rightarrow 4,9 t_K^2 + 1,96 t_K - l = 0 \Rightarrow 4,9 t_K^2 + 1,96 t_K - 0,16 = 0$

la resolution de cette équation donne $t_K = 0,64\,s$.

$\Rightarrow x_K = \frac{qE}{2m} t_K^2 = 1\,m$.

$\Rightarrow \boxed{K \begin{pmatrix} x_K = 1\,m \\ y_K = l + h_2 = 31\,m \end{pmatrix}}$

Exercice 3

1. Signe de $V_D - V_C$ et expression de la vitesse v_D en D

La particule considerée est le proton $\Rightarrow q > 0$

$\Rightarrow \vec{F_e} = q\vec{E}$ a la même direction et le même sens que $\vec{E}$ de c vers D

$\vec{E}$ decroit les potentiel $\Rightarrow V_C > V_D$

$\Rightarrow \boxed{V_D - V_C < 0}$

Expression de la vitesse v_D en D.

Application du theoreme de l'energie cinetique : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F_{ext}})$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_D^2 = q(V_C - V_D)$ avec $q = e$, $V_C - V_D = |U|$

$\frac{1}{2} m v_D^2 = e|U|$

$\Rightarrow \boxed{v_D = \sqrt{\frac{2e|U|}{m}}}$

AN : $v_D = 4,37.10^5\,m/s$.

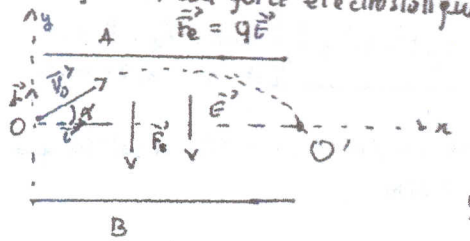
2. Entre D et O les particules ne sont soumises a aucune force elles ouront un mouvement rectiligne $\Rightarrow v_0 = v_D = 4,37\,m.s^{-1}$

3. Signe de $V_A - V_B$

pour que les particules puissent passer par O la force electrostatique doit être dirigée de A vers B ; $\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$ est lui aussi dirigé de A vers B $\Rightarrow V_A > V_B \Rightarrow \boxed{V_A - V_B > 0}$

4. Etude du mouvement des particules entre A et B

- système : proton
- Referentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces : la force electrostatique



- Theoreme du centre d'inertie $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$

Equations horaires du mouvement des particules

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

à $t = 0$ $\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$ $\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

à $t \neq 0$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{e\vec{E}.\vec{i}}{m} = 0 \\ a_y = \frac{e\vec{E}.\vec{j}}{m} = -\frac{eE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$; $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = -\frac{eE}{m} t + V_0 \sin\alpha \\ V_z = 0 \end{cases}$

$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{eE}{2m} t^2 + V_0 \sin\alpha\, t \\ z = 0 \end{cases}$

Equation cartesienne de la trajectoire

$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$

$\Rightarrow y = -\frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + V_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)$

$y = -\frac{eE}{2mV_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha$ $\begin{cases} E = \frac{U'}{d} \\ V_0^2 = \frac{2e|U|}{m} \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{U'}{4d|U|\cos^2\alpha} . x^2 + x \tan\alpha}$

en O' $y = 0$ et $x = l$

$\Rightarrow 0 = -\frac{U'}{4d|U|\cos^2\alpha} l^2 + l . \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{U' = \frac{2d|U| \sin 2\alpha}{l}}$

AN : $U' = 606,21\,V$

5. Soit s le sommet de la trajectoire de coordonnées $x_s ; y_s$.

la distance minimale separant le passage de la plaque A est $d' = y_A - y_s = \frac{d}{2} - y_s$.

Calcul de y_s : en s $\frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{U'}{2d|U|\cos^2\alpha} x_s + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0 \Rightarrow x_s = \frac{d|U| \sin\alpha}{U'}$

$y_s = f(x_s) = -\frac{U'}{4d|U|\cos^2\alpha} \left(\frac{2d|U|\sin\alpha\cos\alpha}{U'}\right)^2 + \left(\frac{2d|U|\sin\alpha\cos\alpha}{U'}\right) \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$y_s = -\frac{d|U|\sin^2\alpha}{U'} + \frac{2d|U|\sin^2\alpha}{U'} \Rightarrow \boxed{y_s = \frac{d|U|\sin^2\alpha}{U'}}$

$d' = \frac{d}{2} - \frac{d|U|\sin^2\alpha}{U'} \Rightarrow \boxed{d' = \frac{(U' - 2d|U|\sin^2\alpha)d}{2U'}}$

AN : $d' = 6,13.10^{-3}\,m$

Exercice 4

1. Etude du mouvement des electrons entre (C) et (P)

1.1. Signe de $U_0 = V_P - V_C$

Les électrons sont accelerés par la force electrostatique $\vec{F_e}$ de (C) vers (P)
$\Rightarrow \vec{F_e}$ est dirigée de (C) vers (P),
On a $q<0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$ est orienté de la même direction que $\vec{F_e}$ mais dirigé dans le sens opposé c'est à dire de (P) vers (C) $\Rightarrow V_P > V_C \Rightarrow V_P - V_C > 0$
$\Rightarrow U_0 > 0$

1.2. Expression de la vitesse V_0 des electrons en O_1

- Application du Théorème de l'energie cinetique $\Delta E_C = \Sigma W(\vec{F_{ext}})$

$$\Delta E_C = E_{C_{O_1}} - E_{C_C} = W(\vec{F_e}) \Rightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 = q(V_C - V_P)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_e V_0^2 = -e(-U_0) = eU_0 \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}}}$$

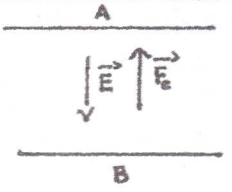
1.3. Nature du mouvement des electrons entre O_1 et O

$\Delta E_C = \Sigma W(\vec{F_{ext}})$. entre O_1 et O il n'y a pas de force qui s'exerce sur les electrons seule le poids negligeable
$\Rightarrow \Delta E_C \simeq 0 \Rightarrow E_C = cste \Rightarrow V = cste$
$\Rightarrow$ le mouvement est rectiligne uniforme.

2. Etude du mouvement des electrons dans le condensateur

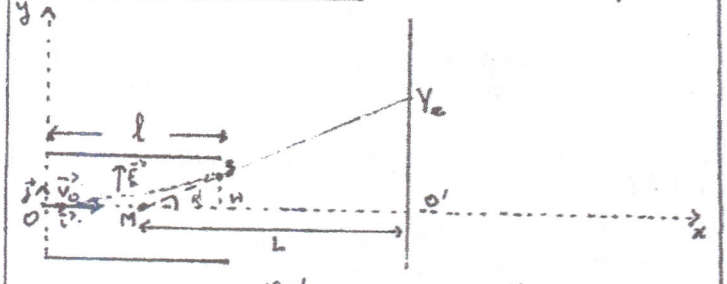
2.1. Représentation des vecteur $\vec{E}$ et $\vec{F_e}$ entre A et B

$V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B \Rightarrow$
$\vec{E}$ orienté de A vers B
$\vec{F_e} = q\vec{E}$ orienté de B vers A
car $q<0$



2.2. Etude dynamique du mouvement

- système : electrons.
- Referentiel : terrestre supposé galileen
- bilan des forces exterieures : la force electrostatique $\vec{F_e}$



- application du théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{F_e} = m\vec{a}$

$$\vec{F_e} = m_e\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m_e} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m_e} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m_e}}$$

2.3. Equations horaires du mouvement des électron

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

à $t=0$ $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = \vec{V_0}\cdot\vec{i} = V_0 \\ V_{0y} = \vec{V_0}\cdot\vec{j} = 0 \end{cases}$

à $t \neq 0$ $\vec{a}\begin{cases} a_x = -\frac{e\vec{E}}{m_e}\cdot\vec{i} = 0 \\ a_y = -\frac{e\vec{E}}{m}\cdot\vec{j} = \frac{eE}{m_e} \end{cases}$

$\vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{eE}{m}t \end{cases}$

$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{eE}{2m_e}t^2 \end{cases}$ équations horaires

Equation cartesienne de la trajectoire

$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \Rightarrow y = \frac{eE}{2m_e}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{eE}{2m_e V_0^2}x^2$

$E = \frac{U}{d}$ et $V_0^2 = \frac{2eU_0}{m_e} \Rightarrow y = \frac{eU}{2md\cdot\frac{2eU_0}{m_e}}\cdot x^2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{U}{4dU_0}x^2}$ $K = \frac{U}{4dU_0}$

2.4. Etude de U_0

2.4.1. Condition sur U_0 pourque les electrons sortent du condensateur sans heurter une armature

Soit S le point de sortie des electrons du condensateur. les coordonnées des sont :

$$S\begin{cases} x_S = l \\ y_S = \frac{U}{4dU_0}l^2 \end{cases}$$

pour sortir du condensateur $y_S < \frac{d}{2}$

$\Rightarrow \frac{U}{4dU_0}l^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow \boxed{U_0 > \frac{Ul^2}{2d^2}}$

2.4.2. Application numerique $U_0 > 1000V$

3. Etude du mouvement des electrons au délà des

3.1. Expression de U_0 en fonction de d, l, h et U

Sur le schema $y_S = HS = \frac{d}{2} - h \Rightarrow \frac{Ul^2}{4dU_0} = \frac{d}{2} - h$

$\Rightarrow Ul^2 = 4dU_0\left(\frac{d}{2} - h\right) \Rightarrow \boxed{U_0 = \frac{Ul^2}{4d\left(\frac{d}{2} - h\right)}}$

AN : pour $h = 0{,}75cm$

$U_0 = 4000V$

3.2. Expression de la deviation Y_e sur l'ecran

au délà de S les electrons ne sont soumis à l'action d'une force il ont une trajectoire rectiligne jusqu'a l'ecran selon la tangente en S le prolongement de cette trajectoir passe par le point M centre de symetrie du condensateur

Sur le schema $\frac{Y_e}{L} = \frac{HS}{MH}\begin{cases} HS = \frac{d}{2} - h \\ MH = \frac{1}{2}l \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{Y_e}{L} = \frac{\frac{d}{2} - h}{\frac{1}{2}l}$

$\Rightarrow \boxed{Y_e = \frac{2L\left(\frac{d}{2} - h\right)}{l}}$

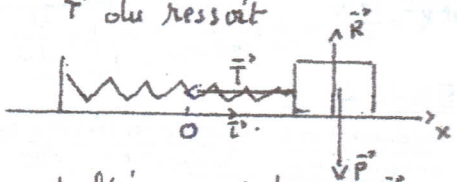
$Y_e = 0{,}05m = 5cm$

OSCILLATIONS MECANIQUES

Exercice 1

1. Equation differentielle du mouvement

Système : le solide de l'oscillateur
Référentiel : terrestre supposé galiléen
Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du solide, la réaction $\vec{R}$ du plan la tension $\vec{T}$ du ressort



Théorème de l'énergie cinétique $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Projection sur l'axe ox : $P_x + R_x + T_x = ma_x$

$P_x = 0$; $R_x = 0$; $T_x = -T = -kx$; $a_x = \ddot{x}$

$\Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0$

$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$ équation différentielle

2. Montrons que $x = a\sin(\omega t + \varphi)$ est solution

$x = a\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{x} = +a\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow \ddot{x} = -a\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 a\sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x \Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$ = forme de l'équation avec $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$x = a\sin(\omega t + \varphi)$ vérifie bien l'équation différentielle est par conséquence solution de cette équation

3. Calcul de la période propre T_0

$\omega = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

4. Montrons que $E(x=0) = E(x = x_m)$

On a $E = E_c + E_{Pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

pour $x = 0$ $v = v_{max} \Rightarrow E(x=0) = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

pour $x = x_m$ $v = 0 \Rightarrow E(x = x_m) = \frac{1}{2}kx_{max}^2$

$v = \dot{x} = a\omega\cos(\omega t + \varphi) = v_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

$v_{max} = a\omega = x_{max}\omega$.

$\Rightarrow$ pour $x = 0$ $E(x=0) = \frac{1}{2}m(x_m\omega)^2$

$E(x=0) = \frac{1}{2}m\omega^2 X_m^2 = \frac{1}{2}kX_m^2$

car $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m\omega^2 = k$.

$\boxed{E(x=0) = E(x = x_m) = \frac{1}{2}kX_m^2}$.

5. Détermination de :

5.1. La masse m

on a $x = a\sin(\omega t + \varphi) = a\sin(8t - 2{,}14)$

$\Rightarrow \omega = 8\,rad/s$.

$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \boxed{m = \frac{k}{\omega^2}} \Rightarrow m = 0{,}75\,kg$.

5.2. L'amplitude X_m du mouvement

$E = \frac{1}{2}kX_m^2 \Rightarrow \boxed{X_m = \sqrt{\frac{2E}{k}}}$ AN : $X_m = 0{,}1\,m$

5.3. La vitesse maximale de l'oscillateur

$\boxed{V_{max} = X_m\omega} \Rightarrow V_{max} = 0{,}8\,m\cdot s^{-1}$

5.4. L'élongation x ou $E_c = \frac{1}{2}E_{Pe}$.

$E = E_c + E_{Pe} = cste \Rightarrow E = \frac{1}{2}E_{Pe} + E_{Pe}$

$E = \frac{3}{2}E_{Pe} \Rightarrow E = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) \Rightarrow E = \frac{3}{4}kx^2$

$\Rightarrow \boxed{x = \sqrt{\frac{4E}{3k}}} \Rightarrow x = 0{,}08\,m$

5.5. Les valeurs de la vitesse et de l'accélération pour $E = 0{,}24\,J$ à la position d'équilibre

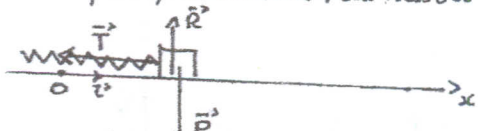
$x = 0$ $E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow v = 0{,}8\,m/s$.

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow x = -\frac{m}{k}\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} = a = 0$

Exercice 2

Système : objet de masse m
Référentiel : terrestre supposé galiléen

1. Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de S, la réaction $\vec{R}$ du plan, la tension $\vec{T}$ du ressort



2. Théorème du centre d'inertie : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$:

Sur l'axe x'x $P_x + R_x + T_x = ma_x$

$P_x = 0$; $R_x = 0$; $T_x = -T = -kx$; $a_x = \ddot{x}$

$0 + 0 - kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

3. Equation horaire du mouvement.

l'équation horaire est la solution à l'équation différentielle elle est de la forme $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ ou x_m = amplitude ; ω = pulsation ; φ = phase à $t = 0$

Détermination de X_m, ω et φ

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ AN : $\omega = 10\ rad.s^{-1}$

$v = \dot{x} = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi) = -V_m \sin(\omega t + \varphi)$

à $t=0$ $\begin{cases} x = X_m \cos\varphi = x_0 & (1) \\ v = -\omega X_m \sin\varphi = -V_0 & (2) \end{cases}$

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow -\frac{\omega \sin\varphi}{\cos\varphi} = -\frac{V_0}{x_0} \Rightarrow \omega \tan\varphi = \frac{V_0}{x_0} \Rightarrow \boxed{\tan\varphi = \frac{V_0}{\omega x_0}}$

AN $\tan\varphi = 2 \Rightarrow \varphi = 1,10\ rad$

$(1) \Rightarrow X_m \cos\varphi = x_0 \Rightarrow \boxed{X_m = \frac{x_0}{\cos\varphi}}$ $X_m = 0,044m$

$X_m = 4,4\ cm$.

Expression de $x = 0,044\cos(10t + 1,1)$

4. Expressions de la vitesse et de l'accélération

$v = -V_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec $V_m = X_m \omega = 0,44 m/s$

$\Rightarrow$ $v = -0,44\sin(10t + 1,1)$

$a = \ddot{x} = -a_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec $a_m = X_m \omega^2$

$a_m = 4,4 m/s^2 \Rightarrow a = -4,4\cos(10t + 1,1)$

5. Montrons que l'énergie mécanique est constante

Calculons $\frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{pe}}{dt}$

avec $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ et $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$

$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2} m \frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2} k \frac{dx^2}{dt} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\dot{x}^2}{dt} = 2\dot{x}.\ddot{x} \\ \frac{dx^2}{dt} = 2x.\dot{x} \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2} m (2\dot{x}.\ddot{x}) + \frac{1}{2} k (2x\dot{x})$

$\frac{dE_m}{dt} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx) \Rightarrow \frac{1}{m}\frac{dE_m}{dt} = \dot{x}\left(\ddot{x} + \frac{k}{m}x\right)$

or $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow E_m = constante$

Calculons la valeur de E_m

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$ avec

$v = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$ et $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

$E_m = \frac{1}{2} m X_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$E_m = \frac{X_m^2}{2}\left[m\omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + k\cos^2(\omega t + \varphi)\right]$

on a $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega^2$

$\Rightarrow E_m = \frac{X_m^2}{2}\left[k\sin^2(\omega t + \varphi) + k\cos^2(\omega t + \varphi)\right]$

$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 \left[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)\right]$

$\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1$

$\boxed{E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} m V_m^2}$

Exercice 3

1. Formes d'énergie possédées pour le système

Le système masse + ressort possède de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique

2. F

2.1. Forme d'énergie présentée

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ et $E_{pel} = \frac{1}{2} k x^2$

à $t=0$ le système est au repos en $X_m \Rightarrow E_c = 0$

et $E_{pel} = \frac{1}{2} k X_m^2$

l'énergie représenté sur le graphe est également nulle comme l'E_c à $t=0$

donc l'énergie représentée est l'énergie cinétique.

2.2. position du mobile à $t = 0,25\ s$

$E_c + E_{pel} = cste = E_m$.

-à $t=0$ l'énergie cinétique représentée sur le graphe est maximale $\Rightarrow E_{pel} = \frac{1}{2} k x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

le mobile se trouve à la position $x = 0$

2.3. position du mobile à $t = 0,5\ s$

A $t = 0,5s$ d'après le graphe $E_c = 0 \Rightarrow E_{pel}$

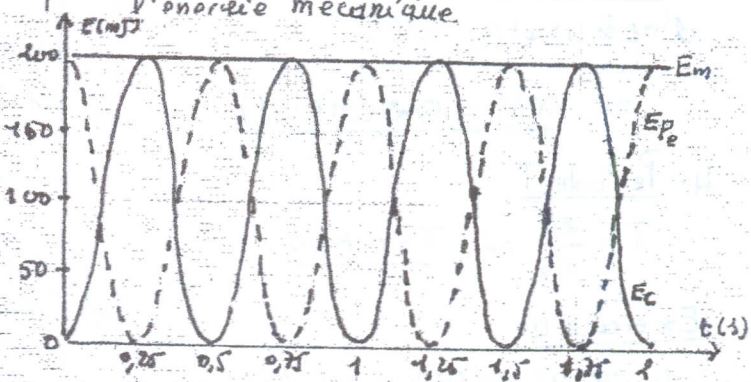
$\Rightarrow E_{pel} = \frac{1}{2} k X_m^2 \Rightarrow x = \pm X_m$

Comme $E_c = 0$ pour la deuxième fois

$\Rightarrow x = -X_m$ puisque pour la première fois on $E_c = 0$

$x = X_m$ -

2.4. Allure de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique



2.5. types d'oscillations

Il s'agit d'oscillation libres non amorties

- Libres : parce qu'un système extérieur au pendule ne l'excite pas.
- Non amorties : car les frottement sont negligées et l'amplitude est conservée

2.6. Valeur de X_m

$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 \Rightarrow X_m^2 = \frac{2E_m}{k} \Rightarrow \boxed{X_m = \sqrt{\frac{2E_m}{k}}}$

AN : $E_m = 0,2J \Rightarrow X_m = 0,2m$

3. Equation differentielle

$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste$

$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\frac{dv^2}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{dx^2}{dt} = 0$

$\frac{dv^2}{dt} = 2v.\frac{dv}{dt} = 2\dot{x}\ddot{x}$

$\frac{dx^2}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} = 2x\dot{x}$

$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}m(2\dot{x}.\ddot{x}) + \frac{1}{2}k(2x.\dot{x}) = 0$

$\Rightarrow \dot{x}(m\ddot{x} + kx) = 0 \Rightarrow \dot{x}\left(\ddot{x} + \frac{k}{m}x\right) = 0$

$\dot{x} \neq 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

Equation horaire du mouvement

l'equation horaire est la solution à l'equation differentielle elle est de la forme $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\,rad/s$ et $X_m = 0,2\,m$

à $t = 0$ $x = X_m$ et $\dot{x} = 0$

$x = X_m \Leftrightarrow X_m = X_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$

$\varphi = 0$ ou $\varphi = 2\pi\,rad$ (1)

$\dot{x} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

à $t = 0$ $\dot{x} = -X_m\omega_0\sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0$

$\Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi\,rad$ (2)

d'après (1) et (2) $\varphi = 0$

$\Rightarrow \underline{x(t) = 0,2\cos(10t)}$

4. Periode T

$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \underline{T = 0,63\,s}$

Exercice 4

1. Energie mécanique à $t = 0$

A $t = 0$, $x = x_0$ et $v = v_0 < 0$

$E = E_c + E_{pe} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2}$

AN: $E = 3,25.10^{-3}\,J$

2. Détermination

2.1. de la vitesse au passage de (S) par la position d'equilibre.

$E = E_c + E_{pe} = cste$

au passage par la position d'equilibre $x = 0$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \pm\sqrt{\frac{2E}{m}} = \pm 0,18\,m/s$

au premier passage le mobile est dirigé vers les x decroissants $\Rightarrow \underline{v = -0,18\,m/s}$.

2.2. des positions de G pour lesquelles $v = 0$

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste$

pour $v = 0$ $x = X$ tel que $E = \frac{1}{2}kX^2$

$\Rightarrow X = \pm\sqrt{\frac{2E}{k}} \Rightarrow X = \pm 0,036\,m$

$\Rightarrow v = 0$ pour $x = 36\,cm$ et pour $x = -36\,cm$.

3. Equation horaire du mouvement

l'equation horaire est la solution de l'equation differentielle elle est de la forme

$x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\,rad/s$; $X_m = 0,036\,m$

A $t = 0$, $x = x_0$ et $v = -v_0$

$\Rightarrow X_m\cos\varphi = x_0$ (1) $\Rightarrow \frac{(2)}{(1)} = \frac{-X_m\omega_0\sin\varphi}{X_m\cos\varphi} = \frac{-v_0}{x_0}$

$\Rightarrow -X_m\omega_0\sin\varphi = -v_0$ (2)

$\Rightarrow \omega_0\tan\varphi = \frac{v_0}{x_0} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{v_0}{\omega_0 x_0} = 0,672$

$\Rightarrow \underline{\varphi = 0,59\,rad}$

$\underline{x = 0,036\cos(5t + 0,59)}$

Exercice 5

1. Montrons que le système effectue des oscillations non amorties

D'après le graphe, $E_p = cx^2$ ($c = cste$)

cette expression est équivalente à celle de l'energie potentielle élastique d'un oscillateur sinusoïdal le système effectue donc des oscillations.

D'après le graphe $E_m = cste \Rightarrow$ les frottements sont negligées donc les oscillations sont non amorties

2. Amplitude du mouvement

$x = X_m$ pour $E_m = E_{pe}$

les courbes de variation de E_m et E_{pe} se coupent en $x = \pm 2\,cm \Rightarrow X_m = 2\,cm = 0,02\,m$

3. La raideur k du ressort.

$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 \Rightarrow \boxed{k = \frac{2E_m}{X_m^2}} \Rightarrow \underline{k = 1\,N.m^{-1}}$

Valeurs de l'énergie cinétique

- pour $x = 0$, $E_p = 0 \Rightarrow E_c = E_m \Rightarrow \underline{E_c = 2.10^{-4}\ J}$
- pour $x = -2\ cm$, $E_{pe} = E_m \Rightarrow \underline{E_c = 0\ J}$

5. Détermination de la vitesse

$E = E_c + E_p \Rightarrow E_c = E - E_p = \frac{1}{2} m v^2$

pour $x = 1\ cm$, on lit sur la courbe $E_p = \frac{10^{-4}}{2}$

$E_p = 5.10^{-5}\ J$ donc $E - E_p = 1,5.10^{-4}\ J$

$\frac{1}{2} m v^2 = E - E_p \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2(E-E_p)}{m}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,5.10^{-4}}{m}}$

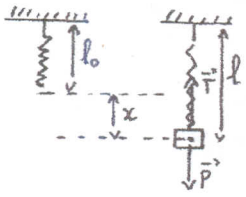
Déterminons m : $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T^2 = 4\pi^2\left(\frac{m}{K}\right) \Rightarrow \boxed{m = \frac{KT^2}{4\pi^2}} \Rightarrow m = 0,01\ kg$

$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,5.10^{-4}}{0,01}} \Rightarrow \underline{v = 0,17\ m/s}$

Exercice 6

1. Détermination de la constante de raideur K



$T = kx$ avec $x = l - l_0$

$T = P = mg$.

$\Rightarrow kx = mg \Rightarrow k(l - l_0) = mg$.

$\Rightarrow \boxed{k = \frac{mg}{l - l_0}}$ AN : $\underline{K = 19,6\ N.m^{-1}}$

2. Calcul de ω_0, T_0, N_0

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}} \Rightarrow \underline{\omega_0 = 14\ rad.s^{-1}}$

$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}} \Rightarrow \underline{T_0 = 0,45\ s}$

$\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0}} \Rightarrow \underline{N_0 = 2,22\ Hz}$

3. La loi horaire du mouvement

$$\boxed{\begin{aligned} x &= X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v = \dot{x} &= -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \end{aligned}}$$

3.1. A $t = 0$, $x = x_0 = 5,5\ cm$ et $v_0 = 0$

$x_0 = X_m \cos\varphi$

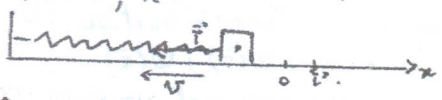
$0 = -X_m \omega_0 \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \begin{cases} \varphi = 0 \text{ ou} \\ \varphi = \pi\ rad \end{cases}$

$\cos\varphi = \frac{x_0}{X_m} > 0 \Rightarrow \underline{\varphi = 0\ rad}$

$\frac{x_0}{X_m} = \cos\varphi \Rightarrow X_m = \frac{x_0}{\cos\varphi} \Rightarrow X_m = 5,5\ cm = 0,055\ m$

$\Rightarrow \underline{x(t) = 5,5.10^{-2}\cos(14t)}$

3.2. A $t = 0$, $x = 0$ et $v < 0$



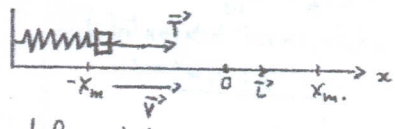
$\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

$-\omega_0 X_m \sin\varphi < 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

$X_m = x_0 = 5,5\ cm = 5,5.10^{-2}\ m$

$\Rightarrow \underline{x(t) = 5,5.10^{-2}\cos(14t + \frac{\pi}{2})}$

3.3.



Le mobile subit son raccourcissement maximal $\Rightarrow X_m = 8,5\ cm = 8,5.10^{-2}\ m$

A $t = 0$, $x = -x_0$ et $v > 0$

$-x_0 = X_m \cos\varphi \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = -\frac{x_0}{X_m}}$ (1)

$\dot{x} > 0 \Rightarrow -X_m \omega_0 \sin\varphi > 0 \Rightarrow \boxed{\sin\varphi < 0}$ (2)

(1) $\Rightarrow \cos\varphi = \frac{-5,5}{8,5} = -0,647 \Rightarrow \varphi = \pm 2,27\ rad$

(2) $\Rightarrow \sin\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -2,27\ rad$

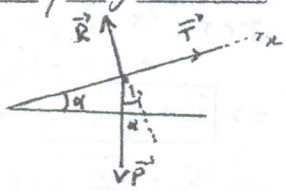
$\Rightarrow \underline{x(t) = 8,5.10^{-2}\cos(14t - 2,27)}$

Exercice 7

1. Etude du mouvement du solide sur le plan

- Système : solide S
- Référentiel : terrestre supposé galiléen

1.1. Bilan des forces extérieures qui agissent sur le solide



- le poids $\vec{P}$ du solide
- la réaction $\vec{R}$ du plan
- la tension $\vec{T}$ du câble

1.2. Calcul de la réaction R

Le solide effectue un mouvement rectiligne à vitesse constante, d'après le principe de l'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

sur l'axe oy : $P_y + R_y + T_y = 0$

$P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha$; $R_y = R$; $T_y = 0$

$\Rightarrow -mg\cos\alpha + R + 0 = 0 \Rightarrow \boxed{R = mg\cos\alpha}$

AN : $R = 26\ N$

2. Etude du mouvement du solide après la

2.1. juste après la cassure du câble le solide continu son mouvement avec un mouvement rectiligne uniformément retardé jusqu'à l'annulation de l'énergie acquise avant de descendre avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré

2.2. d'après le théorème de l'énergie cinétique de B à A $\Delta E_C = E_{CA} - E_{CB} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$E_{CA} = 0$; $E_{CB} = 0$; $E_{CA} = \frac{1}{2} m V_A^2$; $W(\vec{P}) = mgh_B$; $W(\vec{R}) = 0$

$\frac{1}{2} m V_A^2 = mgh_B \Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{2gh_B}}$ AN : $V_A = 5,47 m/s$

3. Collision avec le ressort

3.1. Sur le plan horizontal, l'énergie mécanique se conserve car les frottements sont négligeable. $E_A = E_O = E_{CO} + E_{PO}$

$E_{PA} = E_{PO} = 0$ (déplacement horizontal)

$\Rightarrow E_A = E_{CA} = E_{CO} \Rightarrow \underline{V_O = V_A = 5,47 m/s}$.

3.2. $E_O = E_{CO} = \frac{1}{2} m V_O^2 \Rightarrow \underline{E_O = 45 J}$

4.

4.1 amplitude X_m du mouvement

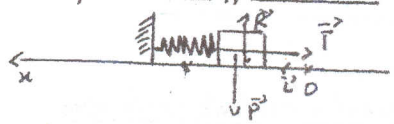
après le choc le ressort subit un raccourcissement jusqu'à X_m en un point M où $V_M = 0$

Conservation de l'énergie mécanique

$E_O = E_M = E_{CM} + E_{PE}$ avec $E_{CM} = 0$; $E_{PE} = \frac{1}{2} k X_m^2$

$\Rightarrow E_O = \frac{1}{2} k X_m^2 \Rightarrow \boxed{X_m = \sqrt{\frac{2E_O}{K}}}$ $X_m = 0,3 m$

4-2 Equation différentielle



système : solide

Référentiel : terrestre supposé galiléen

bilan des forces, $\vec{P}$, $\vec{T}$, $\vec{R}$.

TCI : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow P_x + R_x + T_x = m\ddot{x}$

$0 + 0 - Kx = m\ddot{x}$

$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0}$ equation différentielle

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 18,25 rad/s$.

l'équation horaire est la solution à l'équation différentielle $\Rightarrow x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

à $t = 0$ $x = X_m \cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

$v = \dot{x} = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$ à $t = 0$

$v = -X_m \omega_0 \sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

$\boxed{x = 0,3 \cos\left(18,25 t - \frac{\pi}{2}\right)}$

4.3. La durée d'une oscillation correspond à la période $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow$

deux oscillation est $t = 2T = \frac{4\pi}{\omega_0}$

$\underline{t = 0,68 s}$

Exercice 8

1.1. Equations horaires du mouvement

- système : le "Poids"
- Référentiel : terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du système.

T.C.I : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$.

projections dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ $\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = OA = h_A \end{cases}$ $\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{cases}$

à $t \neq 0$ $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin\alpha \end{cases}$ $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = (V_0 \cos\alpha)\, t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\alpha\, t + h_A \end{cases}$

1.2. Equation cartésienne

$x = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$ $\Rightarrow y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + V_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right) + h_A$.

$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha + h_A}$

1.3. $y = -\frac{10}{2 \times V_0^2 \cos^2 35} x^2 + x\left(\frac{1}{V_B}\right) + 1 \Rightarrow \underline{y = -4,66 x^2 + 0,57 x + 1}$

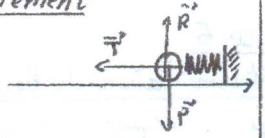
2. Etude de la collision avec le ressort.

2.1. Equation différentielle du mouvement

système : "le poids" $\vec{P}$.

Référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{T}$.



TCI : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

sur ox $P_x + R_x + T_x = m\ddot{x} \Rightarrow 0 + 0 - kx = m\ddot{x}$

$\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0}$ = equation différentielle

2.2.1. le temps 0,25 s représente le temps d'une oscillation c à d la période T et le raccourcissement 20cm représente l'amplitude X_m

2.2.2 Calcul de k.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow \boxed{k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}}$ $\underline{k = 385,50 N.m^{-1}}$

l'équation horaire est $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 25,12 rad/s$

$v = \dot{x} = -X_m \omega \sin(\omega_0 t + \varphi)$

à $t = 0$ $\begin{cases} x = X_m \cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ v = -X_m \omega \sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$.

$\boxed{x = 0,2 \cos\left(25,12 t - \frac{\pi}{2}\right)}$

3. Conservation de l'Energie car pas de frottement

$E = E_c + E_{pel}$ en M $E_C = 0$ et $E_{pel} = \frac{1}{2} k X_m^2$

en M $E_C = \frac{1}{2} m V_M^2$ et $E_{pel} = 0$

$\frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} m V_M^2 \Rightarrow V_M^2 = \frac{k}{m} \cdot X_m^2 \Rightarrow \boxed{V_M = X_m \sqrt{\frac{k}{m}}}$

conservation de l'EM $V_M = 5,02 m/s$

$V_B = V_M = 5,02 m/s$.

4. Energie cinétique entre A et B

$E_{CB} - E_{CA} = W(P) = mgh_A \Rightarrow \frac{V_B^2}{2} - \frac{V_0^2}{2} = gh_A$

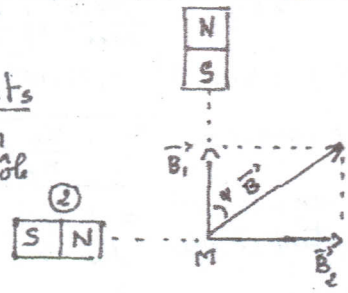
$\boxed{V_0 = \sqrt{2gh_A + V_B^2}}$ $\underline{V_0 = 6,12 m/s}$

CHAMP MAGNETIQUE $\vec{B}$

Exercice 1

1. poles des aimants

Le champ créé pour un aimant est orienté du pôle Sud au pôle Nord (voir schema)



2. pour la représentation de $\vec{B}$ voir figure

$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$ $\Rightarrow$ $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ AN: $B = 5\,mT$

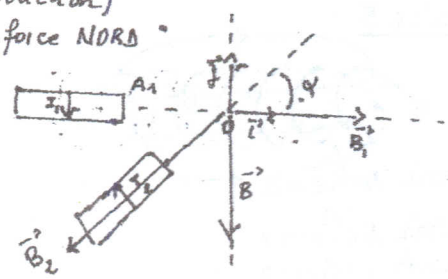
$\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1}$ $\Rightarrow$ $\tan\alpha = \frac{4}{3}$ $\Rightarrow$ $\alpha = 53,13°$

Exercice 2

1. Direction et sens de $\vec{B_1}$

$\vec{B_1}$ a même sens et même direction que $\vec{i}$ (Règle du tir-bouchon)

A_1 représente la face NORD



2. Direction et sens de $\vec{B_2}$

On a $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

pour que $\vec{B}$ ait la même direction que $\vec{j}$ il faut que $\vec{B_2}$ soit orienté de O à A_2 (voir schema)

A_2 est la face SUD

3. Calcul de B

$B = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

sur l'axe Ox $B_x = B_{1x} + B_{2x}$

avec $B_x = 0$; $B_{1x} = B_1$; $B_{2x} = -B_2\cos\alpha$

$\Rightarrow 0 = B_1 - B_2\cos\alpha$ $\Rightarrow$ $\boxed{B_1 = B_2\cos\alpha}$ (1)

Sur l'axe Oy $B_y = B_{1y} + B_{2y}$

avec $B_y = -B$; $B_{1y} = 0$; $B_{2y} = -B_2\sin\alpha$

$\Rightarrow -B = 0 - B_2\sin\alpha$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = B_2\sin\alpha}$ (2)

$\Rightarrow \frac{(2)}{(1)}$ $\Rightarrow \frac{B}{B_1} = \tan\alpha$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = B_1\tan\alpha}$

AN: $B = 4.10^{-3}\,T$

Exercice 3

1.1. Calcul du nombre n de spires par mètre

1 spire occupe 10^{-3} m de longueur

n spires occupent 1 m de longueur.

$$\boxed{n = \frac{1}{10^{-3}} = 1000 \text{ spires/mètre}}$$

1.2. Calcul de la longueur l du solenoïde

n = nombre de spires par mètre

N = nombre de spires total

$d = 2\pi r$ = perimètre d'une spire

L = longueur du fil de cuivre

$n = \frac{N}{l}$ avec $N = \frac{L}{2\pi r}$ $\Rightarrow n = \frac{L}{2\pi r l}$

$\Rightarrow$ $\boxed{l = \frac{L}{2\pi r n}}$ AN: $l = 0,4\,m$

$10l = 0,4\,m$ et $10r = 25\,cm$ $\Rightarrow$ $\boxed{10r < l}$

le solenoïde peut être considéré comme infiniment long.

2.1. Calcul de l'intensité du courant dans le solenoïde

d'après la loi de Pouillet

$$\boxed{I = \frac{\Sigma f.e.m - \Sigma f.c.e.m}{\Sigma r}}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{I = \frac{E}{r + r'}}$ AN: $I = 1\,A$

2.2 champ magnetique B_0 à l'interieur du solenoïde

à l'intérieur du solenoïde $\boxed{B_0 = \mu_0 n I}$

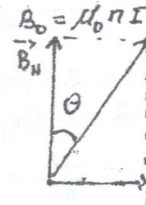
AN: $B_0 = 1,256.10^{-3}\,T$

3.1. Representation du champ $\vec{B}$ resultant

le champ magnetique à l'intérieur du solenoïde est $\vec{B_0}$ horizontal d'intensité $B_0 = \mu_0 n I$

$\Rightarrow$ $B_0 = 1,256.10^{-3}\,T$

$\vec{B} = \vec{B_H} + \vec{B_0}$ (voir schema)



3.2. Calcul de θ

d'après le schema $\boxed{\tan\theta = \frac{B_0}{B_H} = \frac{1,256}{2.10^{-4}}}$

$\Rightarrow \theta = 89,08°$

Exercice 4

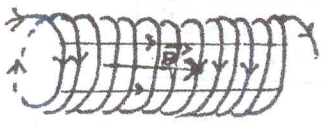
1.

1.1. $10d = 40\,cm$ or $l = 60\,cm$

le solenoïde est tel que $l > 10r$

cette bobine represente un solenoïde tres long.

1.2. Reproduction de la bobine



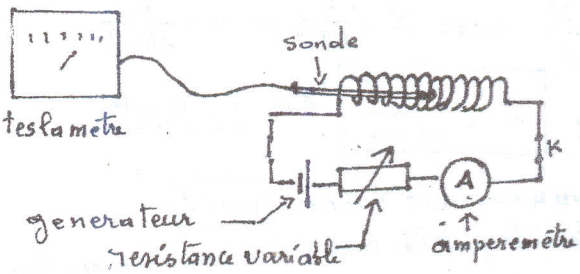
1.2.1. voir schema

1.2.2. voir schema

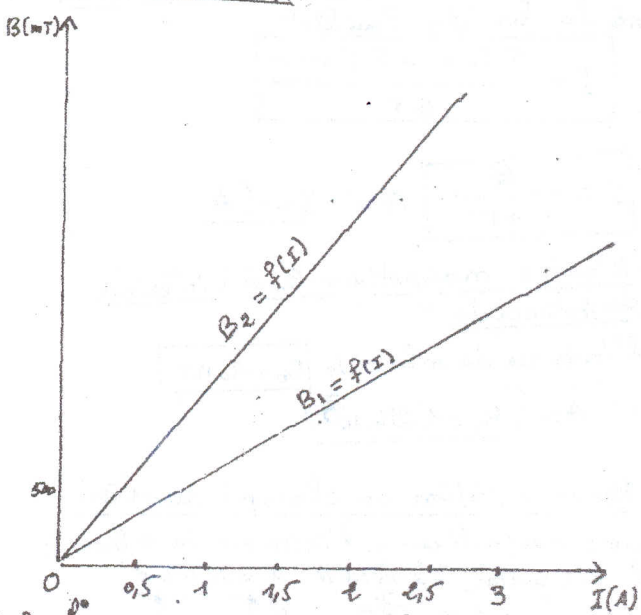
1.2.3. voir schema

2.

2.1. Schema annoté du dispositif



2.2 Courbes $B = f(I)$



2.3. les courbes $B = f(I)$ sont des droites passant par O $\Rightarrow$ B est toujours proportionnel à I

pour S_1 $K_1 = \frac{\Delta B_1}{\Delta I} = 6,4.10^{-4}\,T/A$

pour S_2 $K_2 = \frac{\Delta B_2}{\Delta I} = 1,28.10^{-3}\,T/A.$

2.4

2.4.1 Calcul des rapports $\frac{K}{n}$

pour S_1 $n_1 = \frac{K_1}{n_1} = \frac{6,4.10^{-4}}{510} \Rightarrow \boxed{\frac{K_1}{n_1} = 1,25.10^{-6}\,SI}$

pour S_2 : $n_2 = \frac{K_2}{n_2} = \frac{1,28.10^{-3}}{1015} \Rightarrow \boxed{\frac{K_2}{n_2} = 1,26.10^{-6}\,SI}$

On a $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7} = 1,26.10^{-6}\,SI$

on remarque que $\boxed{\frac{K_1}{n_1} \simeq \frac{K_2}{n_2} = \mu_0}$

pour un solenoïde a n spires/m le rapport $\frac{K}{n}$ est constant et egal à μ_0. $K = \frac{\Delta B}{\Delta I}$

2.4.2 pour un solenoïde à n spires/m

$\frac{K}{n} = \mu_0$ avec $K = \frac{B}{I} \Rightarrow \frac{B}{nI} = \mu_0$

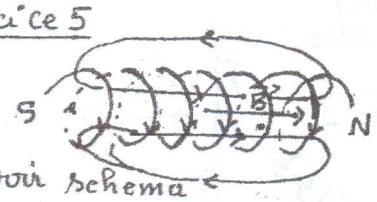
$\Rightarrow \boxed{B = \mu_0 . n . I}$

3. $B = \mu_0 n I$ avec $n = \frac{N}{l} \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 \frac{N}{l} I}$

AN: $N = 1200$; $l = 0,6$; $I = 0,5\,A \Rightarrow B = 12,56.10^{-5}\,T$

Exercice 5

1



1.1. voir schema

1.2. voir schema

1.3. voir schema

1.4. A l'interieur du solenoïde les ligne de champ sont paralelles et l'intensité du courant est constant le champ magnetique est uniforme

2.

2.1. la courbe $B = f(I)$ est une droite qui passe par l'origine B est une fonction lineaire de I donc il existe une relation de proportionnalité entre B et I

2.2. $\Rightarrow B = KI$ tel que $K = \frac{\Delta B}{\Delta I} = 68.10^{-3}\,SI$

3

3.1. Expression du champ magnetique B

$\boxed{B = \mu_0 n I}$

3.2. Calcul de N

$B = \mu_0 n I = KI \Rightarrow K = \mu_0 n$ or $n = \frac{N}{l}$

$\mu_0 . \frac{N}{l} = K \Rightarrow \boxed{N = \frac{K.l}{\mu_0}}$

AN: N =

MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Exercice 1

1. Expressions des vitesses V_1 et V_2 des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ en O

application du théorème de l'énergie cinétique pour un ion Li^+ entre O' et O : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$

$\Delta E_{c\ O'\to O} = E_{c_O} - E_{c_{O'}} = W(\vec{F}_e)_{O'\to O}$ avec $\begin{cases} E_{c_{O'}} = \frac{1}{2} m V_i^2 \\ E_{c_O} = 0 \\ W(\vec{F}_e) = eU_0 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_i V_i^2 - 0 = eU_0 \Rightarrow \boxed{V_i = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_i}}}$

- Pour $^6Li^+$ $\quad V_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$
- Pour $^7Li^+$ $\quad V_2 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}$

2. Détermination de l'équation cartésienne

Etude du mouvement dans le repère $(O\vec{i}\vec{j})$

- Système : particule Li^+
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F}_e = e\vec{E}$, le poids $\vec{P}$ négligeable.
- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F}_e = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}}$

- Dans le repère $O\vec{i}\vec{j}$:

à $t=0$ $\quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_1 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$ $\quad \overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

à $t \neq 0$ $\quad \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases}$ $\quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_1 \\ V_y = \frac{eE}{m} t \end{cases}$ $\quad \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_1 t \\ y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m} t^2 \end{cases}$

$\boxed{\begin{cases} x = V_1 t \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \end{cases}}$ = équations horaires du mouvement.

$t = \frac{x}{V_1} \Rightarrow \boxed{y = \frac{eE}{2mV_1^2} x^2}$ = equation cartésienne

pour $V_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \Rightarrow y = \frac{eE}{4U_0} x^2$

au point de sortie $x_S = l \Rightarrow \boxed{y_S = \frac{E}{4U_0} l^2}$

$S\left(l, \frac{E}{4U_0} l^2\right)$ $\Rightarrow$ ce dispositif ne permet pas de séparer les ions car les coordonnées du point de sortie S ne dépendent pas de la nature de l'ion.

3. Etude du mouvement des particules dans le champ $\vec{B}$

- système : particules Li^+
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- bilan des forces : la force magnétique $\vec{F}_m = e\vec{V}\wedge\vec{B}$
- Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$

$\Delta E_c = W(\vec{F}_m) = \mathcal{P}_{\vec{F}_m} \cdot t = \vec{F}_m \cdot \vec{V} \cdot t$ or $\vec{F}_m \perp \vec{V} \Rightarrow \vec{F}_m \cdot \vec{V} = 0$

$\Delta E_c = 0$ $\quad E_c = cste \Rightarrow$ mouvement uniforme.

- Théorème du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow e\vec{V}\wedge\vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$

dans la base de Frenet $\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{t} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$ (ρ = rayon de courbure)

mouvement uniforme $\Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$

$\Rightarrow \frac{e\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} = \frac{V^2}{\rho}\vec{n} \Rightarrow \frac{eVB}{m} = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{mV}{eB} = cste$

ρ étant constant la trajectoire est circulaire de rayon

$\boxed{R = \frac{mV}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_0}{e}}}$

Ce dispositif permettra de séparer les isotopes car le rayon de courbure dépend de la masse qui diffère d'un isotope à un autre.

Exercice 2

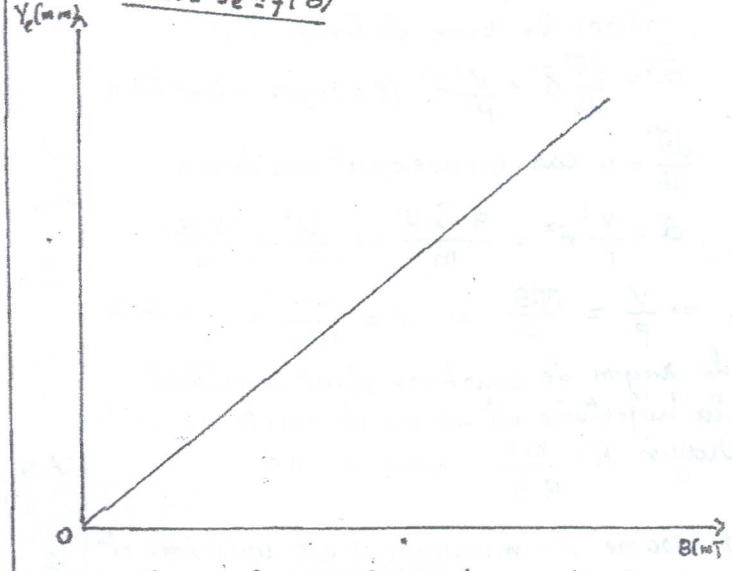
1.

1.1. Rôle de chaque chambre.

- La chambre ① produit les ions
- La chambre ② accélère les ions grâce à la ddp
- La chambre ③ dévie les ions

1.2.

1.2.1. Courbe $Y_e = f(B)$



1.2.2. La courbe $Y_e = f(B)$ est une droite qui passe par l'origine du repère. Il existe une relation de proportionnalité entre Y_e et B. si k est le coefficient de proportionnalité $Y_e = K \cdot B$ et $K = \frac{\Delta Y_e}{\Delta B} = 1{,}7\ m/T$

2.

2.1. nature du mouvement des particules dans la chambre ②

Dans la chambre ② les particules sont accelerées par la ddp U_0 elles ont un mouvement rectiligne uniformément accéléré de (A) vers (C)

2.2. Expression de la vitesse V_0 des particules en O

Application du théorème de l'énergie cinétique entre O_1 et O $\quad \Delta E_{c\,O_1-O} = \sum W(\vec{F}_{ext})$

$E_{c_O} - E_{c_{O_1}} = W(\vec{F}_e) = qU_0$ avec $q = ne$

$E_{c_{O_1}} = 0 \Rightarrow E_{c_O} = neU_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = neU_0$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2neU_0}{m}}}$$

3.

3.1. Etude du mouvement des particules dans la chambre ③

Système : particules $^{n}X^{n+}$

Référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : La force de Lorentz $\vec{F}_m$

$\vec{F}_m = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W(F$

$\Delta E_c = W(\vec{F}_m) = \vec{P}_{\vec{F}_m} \cdot t = \vec{F}_m \cdot \vec{V} \cdot t$ or $\vec{F}_m \perp \vec{V}$

$\Rightarrow \vec{F}_m \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow \Delta E_c = 0 \Rightarrow E_c = cste$

le mouvement est uniforme

Théorème du centre d'inertie $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m}$

$\vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$

dans la base de Frenet $\vec{a} = $

$\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$ (ρ = rayon de courbure

$\frac{dV}{dt} = 0$ car mouvement uniforme

$\vec{a} = \frac{V^2}{\rho}\vec{n} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow \frac{V^2}{\rho} = \frac{|q|VB}{m}$

$\Rightarrow \frac{V}{\rho} = \frac{|q|B}{m} \Rightarrow \rho = \frac{mV}{|q|B} = $ constante

le rayon de courbure étant constant la trajectoire est un arc de cercle de rayon $R = \frac{mV}{qB}$ avec $q = ne$

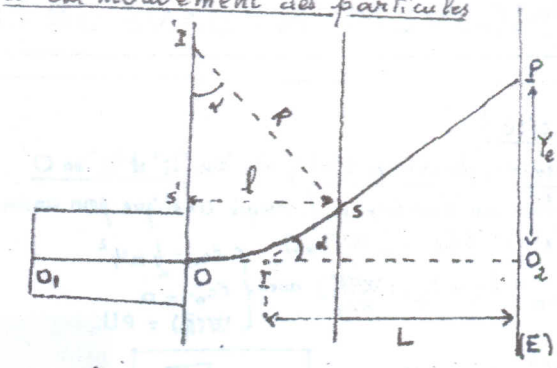
En resumé le mouvement est uniforme et circulaire de rayon $\boxed{R = \frac{m.V_0}{neB}}$

on a $V_0 = \sqrt{\frac{2neU_0}{m}} \Rightarrow R = \frac{m}{neB}\cdot\sqrt{\frac{2neU_0}{m}}$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2mU_0}{ne}}}$$

3.2. Au delà de S les particules ne sont soumises à aucune force sauf le poids qui est négligeable : elles ont un mouvement rectiligne uniforme suivant la tangeante à la courbe en S

3.3. trajet du mouvement des particules



4.

4.1. voir schema ci-dessus

4.2. Considerons les triangle $IO_2P \Rightarrow \tan\alpha = \frac{O_2P}{O_2I}$

avec $O_2P = Y_e$ et $O_2I = L \Rightarrow \boxed{\tan\alpha = \frac{Y_e}{L}}$

sur le schema $\left.\begin{matrix} I'S \perp IP \\ I'S' \perp IO_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (IO_2, IP) = (I'S, I'S') = \alpha$

Considerons le triangle $I'SS' \Rightarrow \sin\alpha = \frac{S'S}{I'S}$

avec $S'S = l$ et $I'S = R \Rightarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{l}{R}}$

4.3 α très petit $\Rightarrow \tan\alpha \simeq \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{Y_e}{L} = \frac{l}{R} \Rightarrow Y_e = \frac{l.L}{R}$ avec $R = \frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2mU_0}{ne}}$

$$\Rightarrow \boxed{Y_e = BlL\cdot\sqrt{\frac{ne}{2mU_0}}}$$

5. Calcul de n

$$Y_e = BlL\sqrt{\frac{ne}{2mU_0}} \Rightarrow \boxed{Y_e = \left(lL\sqrt{\frac{ne}{2mU_0}}\right)B} \quad (1)$$

d'apres l'etude experimentale menée par les élèves $\boxed{Y_e = kB}$ (2)

d'après (1) et (2) $\quad k = lL\sqrt{\frac{ne}{2mU_0}}$ avec $k = 1,7$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{neL^2l^2}{2mU_0} \Rightarrow \boxed{n = \frac{2mU_0k^2}{el^2L^2}}$$

AN : $n = 2$

X^{n+} sont des particules α de formule $^{4}_{2}He^{2+}$

Exercice 3

1. La vitesse d'un ion en F

Système : ions $^{14}N^+$

Référentiel terrestre supposé galiléen

bilan des forces : la force électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$

théorème énergie cinétique : $\Delta E_{c\,S\to F} = qU$

$\frac{1}{2}mV^2 - 0 = qU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ $\quad q = e$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}}$$

2.

2.1. Le sens du vecteur champ magnetique $\vec{B}$

Pour que les ions passent par F' la force magnetique $\vec{F_m} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ doit être orientée de F vers O pour que cela se realise $\vec{B}$ doit être entrant $\vec{B}\otimes$

2.2. Nature du mouvement des particules dans le deviateur

Dans le deviateur les particules ont un mouvement uniforme circulaire de rayon $R = \frac{mV}{qB}$

(voir demonstration dans les exercices précédents)

3.

3.1. Le quart de cercle decrit a pour rayon

$R = \frac{mV}{qB}$ avec $V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{R = \frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2mU}{e}}}$

3.2. Calcul de U

$R = \frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2mU}{e}} \Rightarrow R^2 = \frac{1}{B^2}\cdot\frac{2mU}{e} \Rightarrow \boxed{U = \frac{eB^2R^2}{2m}}$

4. Détermination de A

$U = \frac{eB^2R^2}{2m}$ avec $m = Am_0$

$\Rightarrow U = \frac{eB^2R^2}{2Am_0} \Rightarrow \boxed{A = \frac{eB^2R^2}{2m_0U}}$

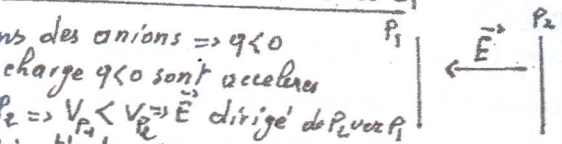
AN: $U = 770\ V$

AN $A = 15$

Exercice 4

1.

1.1. Sens de $\vec{E}$ et orientation de U_1



Nous avons des anions $\Rightarrow q < 0$

Ces ions de charge $q<0$ sont accelérés de P_1 vers $P_2 \Rightarrow V_{P_1} < V_{P_2} \Rightarrow \vec{E}$ dirigé de P_2 vers P_1

U_1 est orienté de P_2 vers P_1

1.2. Calcul de l'energie cinétique d'une particule de charge q en O_2.

application du theoreme de l'energie cinetique.

$\Delta E_{c\ q\to O_2} = Ec_{O_2} - Ec_{O_1} = W(\vec{F_e}) = q(V_1 - V_2)$

$Ec_{O_2} \neq 0$ et $Ec_{O_1} = 0$ $\quad q(V_1 - V_2) = eU_1$

$\boxed{Ec_{O_2} = eU_1}$ cette energie depend de la charge qui est la même pour ces deux ions et la tension U_1 qui est appliquées a ces deux ions.

1.2 Vitesse V_1 de sortie des ions $^{35}_{17}Cl^-$

$Ec_{O_2} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 = eU_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m_1}}}$

$\boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{35\mu}}}$ AN: $V_1 = 5{,}85\cdot10^4\ m/s$

1.3. Expression de la vitesse V_2 des ions $^{x}Cl^-$ en fonction de V_1 et x

d'après ce qui précède $V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$ avec $m_2 = x\mu$

$\Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{x\mu}} = \sqrt{\frac{35eU.2}{x.35\mu}} = \sqrt{\frac{35}{x}}\cdot\sqrt{\frac{2.eU}{35\mu}} = \sqrt{\frac{35}{x}}\cdot V_1$

$\Rightarrow \boxed{V_2 = \left(\frac{35}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot V_1}$

2.

2.1 Vitesse des particules en O

application du theoreme de l'energie cinetique entre O_2 et O: $\Delta E_{c\ q\to0} = \sum W(\vec{F_{ext}})_{q\to0}$

entre O_2 et O aucune force ne s'applique sur les ions $\sum W(\vec{F_{ext}}) = 0 \Rightarrow \Delta E_c = 0 \Rightarrow V = cste$

- les ions $^{35}_{17}Cl^-$ gardent la même vitesse V_1 en O
- les ions $^{x}_{17}Cl^-$ gardent la même vitesse V_2 en O

2.2. Etude du mouvement des particules dans le champ magnetique B dans le repère $(O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k})$

- système: particule Cl^-
- Referentiel: Terrestre supposé galileen
- bilan des forces: la force de Lorentz $\vec{F_m} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$
- Theoreme de l'energie cinetique: $\Delta E_c = \sum W(\vec{F_{ext}})$

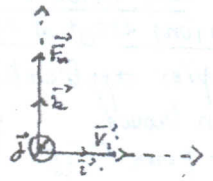
$\Delta E_c = W(\vec{F_m})$ $\quad [W(\vec{F_m}) = 0$ (voir exercices precedents)]

$\Delta E_c = 0$ $\quad E_c = cste \Rightarrow$ mouvement uniforme

- Theoreme du centre d'inertie: $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m}$

projection dans le plan $(O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k})$



$\vec{a}\ \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = \frac{F_m}{m} \end{cases}$ $\quad \vec{V_i}\ \begin{cases} V_{ix} = V_i \\ V_{iy} = 0 \\ V_{iz} = 0 \end{cases}$

à $t \neq 0$ $\quad \vec{V}\ \begin{cases} V_x = V_i \\ V_y = 0 \\ V_z = \frac{F_m}{m}t \end{cases}$ $\quad \vec{OM}\ \begin{cases} x = V_it \\ y = 0 \\ z = \frac{F_m}{2m}t^2 \end{cases}$

$y = 0 \Rightarrow$ le mouvement des particules a lieu dans le plan $(ox; oz) \Rightarrow$ le mouvement est plan

dans la base de Frenet $\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}$

$\frac{dV}{dt} = 0$ (mvt uniforme) $\quad \vec{a} = \frac{V^2}{\rho}\vec{n} \Rightarrow a = \frac{V^2}{\rho}$

$\frac{F_m}{m} = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \frac{eVB}{m} = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{mV}{eB} = cste$

le rayon de courbure $\rho = cste$ le mouvement est circulaire

En resumé le mouvement de chaque ion est plan uniforme et circulaire de rayon $R_1 = \frac{m_1 V_1}{eB}$

=> AN: le rayon R_1 de la trajectoire des ion $^{35}_{17}Cl^-$ est $\boxed{R_1 = \frac{35\mu V_1}{eB}}$ AN: $R_1 =$

3. $R_1 = \frac{35\mu V_1}{eB}$; $R_2 = \frac{x\mu V_2}{eB}$ => $\frac{R_2}{R_1} = \frac{xV_2}{35V_1}$

$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{35}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ => $\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{x}{35}\right)^{\frac{1}{2}}$ => $\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{x}{35}$

=> $x = 35\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$ avec $R_2 = \frac{d}{2} + R_1$

$$\boxed{x = 35\left(\frac{d}{2R_1} + 1\right)^2}$$ AN: $x = 37$

Exercice 5

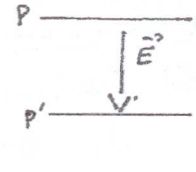
1.1.1. Représentation de $\vec{E}$ entre P et P'

Les particules sont accelerées de P vers P' donc la force electrostatique $\vec{F_e}$ est dirigée de P vers P: Les ions uranium U^+ ont des charges positives => $\vec{F_e}$ et $\vec{E}$ ont la même direction et le même sens.

$\vec{E}$ decroit les potentiels

=> $V_P > V_{P'}$ => $V_P - V_{P'} > 0$

=> $\boxed{U_0 > 0}$



1.2. Les vitesses V_1 et V_2 aquisent par les ions $^{235}U^+$ et $^{238}U^+$

apres application du théorème de l'Ec on trouve

- pour $^{235}U^+$ $\boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}}$ AN: $V_1 = 8,1.10^4 m/s$

- pour $^{238}U^+$ $\boxed{V_2 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}}$ AN: $V_2 = 8,05.10^4 m/s$

2.1. Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$

pour que les ions parviennent en M et N la force de Lorentz $\vec{F_m} = eV\wedge\vec{B}$ doit être orienté de A vers M ce qui impose que $\vec{B}$ soit entrant $\vec{B}\otimes$

2.2. Nature du mouvement des particules dans le champ $\vec{B}$

Les particules ont un mouvement plan uniforme et circulaire (voir exercices precedents) de rayon $R = \frac{m_i V_i}{eB}$.

2.3. Calcul de la distance $d = MN$.

d'après ce qui précède, pour parvenir aux point M N les ions decrivent chacun et demi-cercle de rayon:

$R_1 = \frac{m_1 V_1}{eB}$ pour $^{235}U^+$ en M

$R_2 = \frac{m_2 V_2}{eB}$ pour $^{238}U^+$ en N

=> $d = 2(R_2 - R_1)$

=> $\boxed{d = \frac{2}{eB}(m_2V_2 - m_1V_1)}$

3.

3.1. avec l'existance de la ddp U_0 et le champ $\vec{B}$ les particules sont soumises à deux forces magnetique $\vec{F_m}$ et electrostatique $\vec{F_e}$.

Si elles ont une trajectoire rectiligne $\vec{F_m}$ et $\vec{F_e}$ sont opposés

=> $\vec{F_e}$ dirigée de x' vers x => $\vec{E}$ dirigé de x' vers x

=> $V_{x'} > V_x$ x' est portée au plus haut potentiel.

3.2. 

les forces qui s'appliquent aux particules sont $\vec{F_m}$ et $\vec{F_e}$ telles que $\vec{F_m} + \vec{F_e} = \vec{0}$ => le mouvement est rectiligne uniforme (d'après le principe de l'inertie)

=> $F_m = F_e$ => $eV_1B = eE$ avec $E = \frac{U_0}{l_0}$ => $V_1B = \frac{U_0}{l_0}$

=> $\boxed{l_0 = \frac{U_0}{V_1 B}}$ AN: $l_0 = 0,49m$

4. Si $l > l_0$ => $\frac{U_0}{l} < \frac{U_0}{l_0}$ => $\frac{U_0}{l} < V_1B$ => $\frac{eU_0}{l} < eV_1B$

=> $F_e < F_m$ => les particules sont deviées dans le sens de F_m vers x'

Si $l < l_0$ => $F_e > F_m$ => les particules sont deviées vers x

Exercice 6 (TC)

1. Le champ $\vec{B}$ sert à devier les particules.

2. dans chaque Dee les particules decrivent des demi-cercles de rayon $R = \frac{mV}{qB}$ (voir exo precedents) $q = e$

3. d = demi-perimètre => $d = \pi R$

$t = \frac{d}{V} = \frac{\pi R}{V}$ => $\boxed{t = \frac{\pi m}{qB}}$ indépendante du rayon.

Si on neglige le temps mis par les particules entre les deux Dées ce temps correspond à la demi-période du mouvement circulaire effectué par les particules dans les deux Dées cette demi-période correspond à celle du champ electrique qui est responsable de l'accelération des particules.

3. La période T du champ electrique est $T = 2t$ => $T = \frac{2\pi m}{eB}$

La frequence $\boxed{N = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m}}$ AN: $N = 2,3.10^7 Hz$.

4. $E_c = \frac{1}{2}mV^2$ avec $V = \frac{eBR}{m}$ => $\boxed{E_c = \frac{e^2B^2R^2}{2m}}$

5. $E_{c_{max}} = \frac{e^2B^2R_{max}^2}{2m}$: AN: $E_{c_{max}} = 8,45.10^{-12} J$

$1eV = 1,6.10^{-19} J$ => $E_{c_{max}} = 5,28.10^7 eV$

6. d'après le TEC $\Delta E_c = eU$ =>

$$\boxed{U = \frac{\Delta E_c}{e} = \frac{E_{c_{max}}}{e}}$$ AN: $U = 5,28.10^7 V$

LA LOI DE LAPLACE

Exercice 1

1. Une tige conductrice électrique traversée par un courant électrique et plongée dans un champ magnétique est poumise à la force de Laplace $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ (ℓ = longueur de la partie se trouvant dans le champ $\vec{B}$. Si

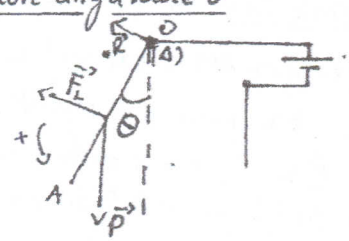
1.1. $I = 0$; $B \neq 0 \Rightarrow \vec{F_L} = \vec{0}$ la tige reste immobile.

1.2. $I \neq 0$; $B = 0 \Rightarrow \vec{F_L} = \vec{0}$ la tige reste immobile

1.3. $I \neq 0$; $B \neq 0 \Rightarrow \vec{F_L} \neq \vec{0}$ la tige est déviée à gauche

1.4. On permute les bornes du générateur et $I \neq 0$; $B \neq 0 \Rightarrow \vec{F_L} \neq 0$ la tige est déviée dans le sens inverse que précédemment.

2. Calculer la déviation angulaire θ



- système : la tige
- Référentiel : terrestre galiléen

bilan des forces :
le poids $\vec{P}$, la force $\vec{F_L}$, la réaction $\vec{R}$ de l'axe.

à l'équilibre $\sum \mathcal{M}(F) = 0$

$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = P \cdot \frac{\ell}{2} \sin\theta$; $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) = -F_L \frac{\ell}{2}$, $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$P \times \frac{\ell}{2} \sin\theta - F_L \times \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{F_L}{P}$ $\begin{cases} F_L = I\ell B \\ P = mg \end{cases}$

$$\boxed{\sin\theta = \frac{I\ell B}{mg}}$$ AN ; $\theta = 8,6°$

Exercice 2

1. Explication de l'inclinaison et sens de $\vec{B}$

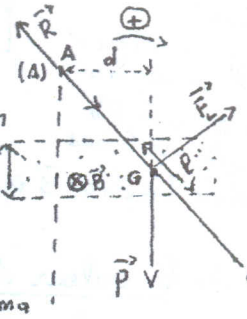
Le conducteur dont une portion se trouve dans un espace champ magnétique est relié à un générateur donc traversé par un courant électrique. Il est pour cela soumis à l'action de la force de Laplace qui va créer l'inclinaison à partir de la position d'équilibre vertical.

La force de Laplace $\vec{F_L} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ (ℓ = longueur de la portion plongée dans le champ $\vec{B}$ et orienté dans le sens du courant de A vers B

les vecteurs $\vec{\ell}$, $\vec{B}$, $\vec{F_L}$ pris dans cet ordre doivent former un trièdre direct

$\vec{F_L}$ orienté vers la droite, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ doit être entrant $\vec{B} \otimes$

2. .



- Système : la tige AB
- Référentiel terrestre galiléen
- bilan des forces :
  - le poids $\vec{P}$ de la tige
  - la force $\vec{F_L}$ de Laplace
  - la réaction $\vec{R}$ de l'axe

Représentation voir schéma

3. Relation d'équilibre

La tige susceptible de faire un mouvement de rotation autour d'un axe (Δ) par A est en équilibre si $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}) = 0$

$$\boxed{\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0}$$

selon le sens positif arbitrairement choisi

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +P \cdot d$ avec $d = AG \sin\alpha = \frac{L}{2}\sin\alpha$

$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +mg\frac{L}{2}\sin\alpha$

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) = -F_L \cdot AG = -I\ell B \cdot \frac{L}{2}$ avec $\ell = \frac{h}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) = -I\frac{h}{\cos\alpha} \cdot B \cdot \frac{L}{2}$

- $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\Rightarrow mg\frac{L}{2}\sin\alpha - I\frac{h}{\cos\alpha} \cdot B\frac{L}{2} = 0$

$\Rightarrow$ $$\boxed{I = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{hB}}$$

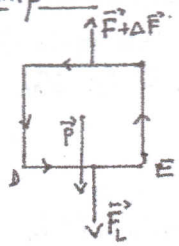
4. AN ; $I = 3,46A$

Exercice 3

1. Ces deux tiges sont parallèles et traversées par le même courant électrique dans des sens opposés. Les deux forces de Laplace s'exerçant sur ces tiges seront opposées en sens et auront la même intensité leurs actions se compenseront et n'auront aucune action sur l'équilibre du cadre.

2.

2.1. Sens du vecteur champ $\vec{B}$



- La force $\vec{F}$ exercée par le dynamomètre est verticale dirigé vers le haut
=> pour maintenir l'équilibre la force $\vec{F_L}$ de Laplace s'exerçant sur DE doit être verticale dirigée vers le bas
d'après la loi de Laplace $\vec{B}$ est sortant $\vec{B}\odot$

2.2. Calcul de la valeur de B

en absence du champ magnétique $\vec{B}$ le cadre est sous l'action de son poids $\vec{P}$ et l'indication $\vec{F}$ du dynamomètre et son équilibre impose la relation

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

avec l'existance du champ $\vec{B}$ nous avons en plus du poids $\vec{P}$ et $\vec{F}$ la force de Laplace $\vec{F_L}$: $\vec{F_L} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ et la variation $\Delta\vec{F}$ du dynamomètre tel que $\|\Delta\vec{F}\| = 0,5\ N$

A l'équilibre de la tige on a

$$\vec{P} + \vec{F} + \Delta\vec{F} + \vec{F_L} = \vec{0}.$$

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{F} + \vec{F_L} = \vec{0}.$$

$$\Rightarrow \Delta\vec{F} = -\vec{F_L} \Rightarrow \Delta F = F_L$$

avec $F_L = NI\ell B$

$$\Delta F = NI\ell B \Rightarrow \boxed{B = \frac{\Delta F}{NI\ell}}$$

AN: $B = 0,2T$

3. Si le cadre est entièrement plongé dans le champ magnétique, les forces de Laplace s'exerçant sur les 4 brins se compensent. L'indication du dynamomètre sera la même en présence ou en l'absence du champ magnétique.

Exercice 4 (Tle C)

1. Position du plan AMNC

Le plan AMNC aura une position verticale.

2. Dans quel cas le cadre quitte sa position d'équilibre verticale

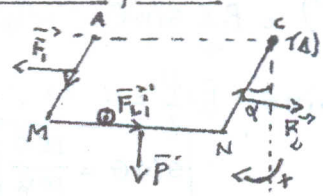
- Premier cas: $B \parallel MN$ dirigé de M vers N
Seules les portions AM et CN sont soumises à des forces de Laplace de même intensité et de sens opposés donc se compensent
=> le cadre conserve sa position d'équilibre initial vertical.

- deuxième cas: $\vec{B}$ sortant $\vec{B}\odot$
Les forces de Laplace sur les portions AM et CN existent et se compensent
malgré l'existance de celle s'exerçant sur MN (descendante) le cadre conserve sa position d'équilibre initial vertical seulement la réaction de l'axe (Δ) augmente pour compenser le poids $\vec{P}$ et $\vec{F_L}$ sur MN.

- troisième cas $\vec{B}$ vertical et dirigé de MN vers AC
- Les forces sur AM et CN sont nulles
- La force de Laplace s'exerçant sur MN est sortante $\vec{F_L}\odot$ sous l'action de cette force le cadre quitte la position d'équilibre initial vertical par une rotation autour de l'axe (Δ) vers l'avant.

3. les forces de Laplace sur chaque côté

- $\vec{F_1}$ exercée sur AM
- $\vec{F_2}$ exercée sur CN
- $\vec{F_L}$ sortant exercée sur AMN



4. Inventaire de toutes les forces agissant sur le cadre

- $\vec{F_1}$ force de Laplace sur AM.
- $\vec{F_2}$ force de Laplace sur CN
- $\vec{F_L}$ force de Laplace sur MN
- $\vec{R}$: réaction de l'axe sur le cadre
- $\vec{P}$: le poids du cadre.

A l'équilibre la somme des moments de toutes ces forces par rapport à l'axe de rotation est nulle

$$\boxed{\Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}) = 0} =$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -P.h \text{ avec } h = a\sin\alpha \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mga\sin\alpha$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mga\sin\alpha$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) = F_L h'$ avec $h' = a\cos\alpha$

et $F_L = IlB \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L}) = IlBa\cos\alpha$

$\Rightarrow -mga\sin\alpha + IlBa\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow -mg\tan\alpha + IlB = 0 \Rightarrow \boxed{\tan\alpha = \frac{IlB}{mg}}$

avec $m = \mu(2a+l)$

$\Rightarrow \boxed{\tan\alpha = \frac{IlB}{\mu(2a+l)g}}$

AN: $\tan\alpha = 0,19 \Rightarrow \alpha = 10,86$

Exercice 5

1.

1.1. Indication des bornes du générateur

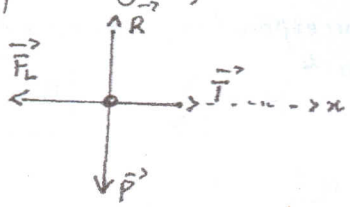
En l'absence du champ magnetique la tige effectuera un mouvement rectiligne vers le point P. Pour réaliser l'equilibre de la tige la force magnetique créée par le champ $\vec{B}$ doit être orienté dans le sens opposé au mouvement précédemment décrit. $\vec{F_L} = I\vec{l} \wedge \vec{B}$ est orientée vers AB, pour cela le courant doit circuler de M vers N dans la tige (d'après la loi de Laplace)

- Le point A est relié à la borne (+) de (G)
- Le point B est relié à la borne (−) de (G)

1.2. Détermination de la masse M

Etude de l'équilibre de la tige.

- Système : La tige
- Référentiel : terrestre galileen
- bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de la tige
  la reaction $\vec{R}$ des rails
  la tension $\vec{T}$ du fil
  la force magnetique $\vec{F_L}$



Condition d'equilibre : $\Sigma \vec{F_{ex}} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{F_L} = \vec{0}$

sur xx' $P_x + R_x + T_x + F_{Lx} = 0$

$\Rightarrow T - F_L = 0$ or $T = P' = Mg$ (poulie simple)

$\Rightarrow Mg = F_L \Rightarrow M = \frac{F_L}{g} \Rightarrow \boxed{M = \frac{IlB}{g}}$ 2,5g

2.

2.1. Description du mouvement de la tige

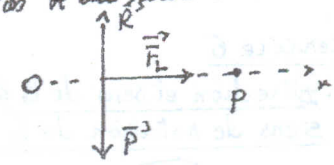
Le fil étant coupé, la tension T s'annule. La seule force horizontale qui reste et qui impose le sens du mouvement est la force de Laplace $\vec{F_L}$.

si on change les armatures de l'aimant le champ $\vec{B}$ sera sortant et $\vec{F_L}$ va être orientée dans le sens contraire que precedemment. c'est à dire de O vers P

$\Rightarrow$ la tige effectuera un mouvement rectiligne horizontal et accelere de O vers P.

2.2. Calcul de l'acceleration de la tige

Les forces qui s'appliquent à la tige sont: le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ des rails et la force $\vec{F_L}$



Theoreme du centre d'inertie:

$\Sigma \vec{F_{ex}} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F_L} = m\vec{a}$

sur Ox : $P_x + R_x + F_{Lx} = ma$

$\Rightarrow 0 + 0 + F_L = ma$

$\Rightarrow a = \frac{F_L}{m} \Rightarrow \boxed{a = \frac{IlB}{m}}$ AN: $a = 5 m.s^{-2}$

2.3. Calcul de la vitesse V_p en P

On a un mouvement rectiligne uniformement accéléré de O vers P

$\Rightarrow 2ad = V_P^2 - V_0^2$ $\quad d = OP = 4$ cm

$V_0 = 0$

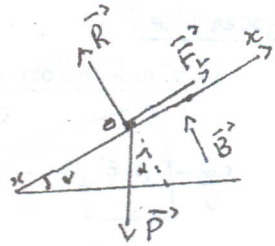
$2ad = V_P^2 \Rightarrow \boxed{V_P = \sqrt{2ad}}$

$V_P = 0,63 m.s^{-1}$

3.

3.1. On doit incliner les rails vers le côté AB parce que c'est le côté opposé au sens du mouvement.

3.2. Calcul de α



Système : La tige

Référentiel : terrestre galileen

bilan des forces : $\vec{P}; \vec{R}; \vec{F_L}$

Condition d'equilibre

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F_L} = \vec{0}$

sur ox : $P_x + R_x + F_{Lx} = 0$

$P_x = -mg\sin\alpha$; $R_x = 0$; $F_{Lx} = F_L = IlB$

$\Rightarrow -mg\sin\alpha + IlB = 0 \Rightarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{IlB}{mg}}$

AN $\alpha =$

* Calcul de α, $\vec{B}$ reste vertical.

Condition d'équilibre

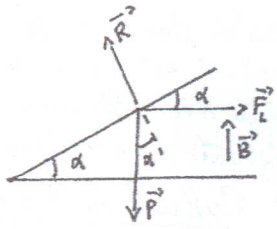
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F_L} = \vec{0}$

sur ox : $P_x + R_x + F_{Lx} = 0$

$\Rightarrow -mg\sin\alpha + IlB\cos\alpha = 0$

$-mg\tan\alpha + IlB = 0$

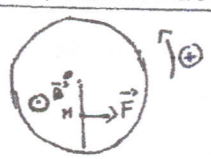
$\boxed{\tan\alpha = \frac{IlB}{mg}}$



$\alpha = 27{,}03°$

Exercice 6

1. Direction et sens de la force magnétique
Sens de rotation de la roue



2. Valeur de l'intensité de la force magnétique

$\vec{F} = I\vec{l} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{l} \wedge \vec{B} \Rightarrow \boxed{F = IlB}$

3. Calcul du travail de F en un tour

$W_1(\vec{F}) = F.d$ (en un tour d = périmètre $= 2\pi.OM$)

$W_1(\vec{F}) = F.2\pi.OM \Rightarrow \boxed{W_1(\vec{F}) = IlB.2\pi.OM}$

AN : $W_1(\vec{F}) =$

4. Calcul de la puissance moyenne $\mathcal{P}_{moy}$.

$\mathcal{P}_{moy} = \frac{W_2(F)}{t(s)}$ pour 180 tours $W_2(\vec{F}) = 180\,W_1(\vec{F})$

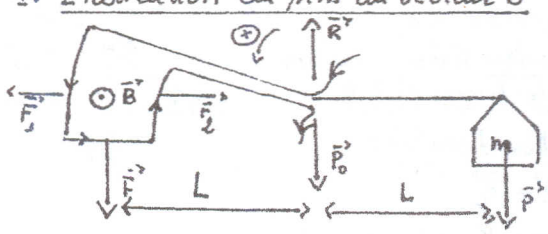
$\Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{moy} = \frac{180.W_1(\vec{F})}{60}}$ AN : $\mathcal{P}_{moy} =$

On pouvait utiliser la formule simple suivante $\boxed{\mathcal{P}_{moy} = n \times W_1(\vec{F})}$: n = nombre de tours / seconde.

$n = 180/60 = 3$ trs / s.

Exercice 7

1. Indication du sens du vecteur $\vec{B}$



on a $\vec{F} = I\vec{l} \wedge \vec{B}$

l'équilibre de la balance impose que la force magnétique $\vec{F}$ s'exerçant sur la portion CD soit verticale dirigée vers le bas ; ce qui impose que $\vec{B}$ soit sortant $\vec{B}\odot$

2. Les forces de Laplace s'exerçant sur les portions AC et ED ont leur supports qui passent par l'axe de rotation (A) de la balance leurs moments sont nuls.

3. Etude de la condition d'équilibre de la balance.

- Système : la balance
- Référentiel : terrestre supposé galiléen.
- bilan des forces : le poids $\vec{P}$ de la masse, le poids $\vec{P_0}$ de la balance, les forces de Laplace $\vec{F}$, $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$; la réaction $\vec{R}$ du support de la balance.
- Condition d'équilibre : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}) = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P_0}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

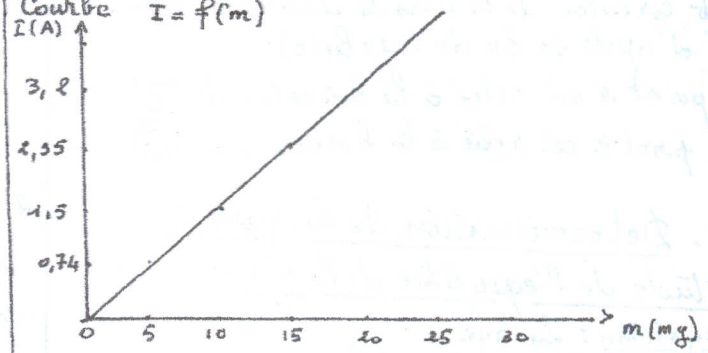
$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgL$; $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P_0}) = 0$; $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_2}) = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F.L = IlBL$; $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\Rightarrow -mgL + IlBL = 0 \Rightarrow$

$\boxed{I = \frac{mg}{lB} \Rightarrow I = \frac{g}{lB}.m}$

4. Courbe $I = f(m)$



5. I est une fonction linéaire de m $\Rightarrow$ l'expression de I est telle que $I = K.m$

avec $K = \frac{\Delta i}{\Delta m} = 16.10^4\ A/kg$.

par correspondance avec le résultat de la question 4

$K = \frac{g}{lB} \Rightarrow \boxed{B = \frac{g}{Kl}}$ AN : $B = 2{,}4.10^{-3}$ T

Exercice 8

1. $\vec{B}\otimes$; 2. $l' = \frac{d}{\cos\gamma}$; $F = \frac{IdB}{\cos\gamma}$; $OA = D\cos\gamma$

3. théorème des moments : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}) = 0$

4 : $l' = 0{,}98$ m ; $F = 10^{-2}$ N ; $OA = 0{,}77$ m ; $K = 0{,}19$

INDUCTION MAGNETIQUE

Exercice 1

1. Evolution linéaire de B en fonction de t

$B = at + b$

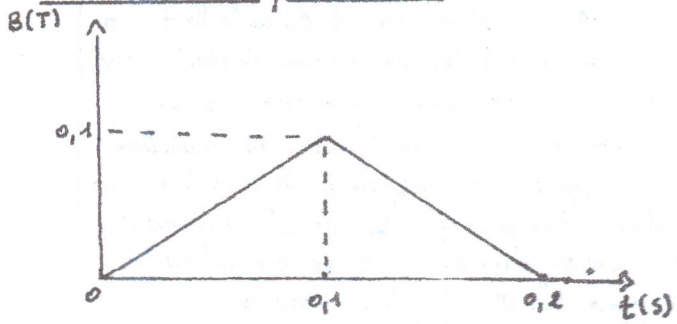
* pour $t \in [0 - 0,1s]$

$a = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,1 - 0}{0,1} = 1$ et $b = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = t}$

* pour $t \in [0,1s - 0,2s]$

$a = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0 - 0,1}{0,1} = -1$ et $b = 0,2$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = -t + 0,2}$

* Courbe correspondante



2. Evolution de U_{AC}

$U_{AC} = e = -\frac{d\phi}{dt}$; ϕ = flux magnetique

* pour $t \in [0 - 0,1s]$

$\phi = \vec{B}.\vec{S} = BS = St$ $\Rightarrow$ $U_{AC} = -S\frac{dt}{dt} = -S$

$\Rightarrow$ $\underline{U_{AC} = -1\,mV}$

* pour $t \in [0,1s - 0,2s]$

$\phi = \vec{B}.\vec{S} = BS = S(-t + 0,2)$ $\Rightarrow$ $U_{AC} = S$

$\Rightarrow$ $\underline{U_{AC} = 1\,mV}$

3.

* Pour $t \in [0 - 0,1s]$; $e = -1mV < 0$

le courant induit circule dans le sens inverse du sens positif arbitrairement choisi de C vers A de valeur $i = \frac{U_{AC}}{R} =$

* Pour $t \in [0,1 - 0,2s]$; $e = 1mV > 0$

le courant induit circule dans le sens positif choisi de A vers C de valeur $i = \frac{U_{AC}}{R} =$

Exercice 2

1. Expression du flux magnetique en fonction de B

$\phi = N\vec{B}\vec{S}$ $\Rightarrow$ $\phi = -NBS$ $\Rightarrow$ $\boxed{\phi = -1,2.B}$

2. Calcul de la f.é.m

$e = -\frac{d\phi}{dt} = 1,2\frac{dB}{dt} = 1,2\frac{\Delta B}{\Delta t}$ $\Rightarrow$ $e = 0,12V > 0$

le courant circule dans le sens positif arbitrairement choisi de valeur $i = \frac{e}{R} = 12mA$

Exercice 3

1. Calcul du flux magnetique

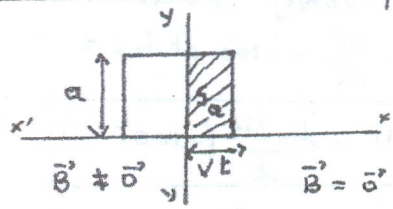
$\boxed{\phi = \vec{B}.\vec{S} = B.S = Ba^2}$ $\Rightarrow$ AN: $\underline{\phi = 2.10^{-3}\,Wb}$

il y a pas de courant induit car ϕ = constante

2. Calcul de t_1

$t_1 = \frac{\Delta c}{V} = \frac{a}{V}$ $\Rightarrow$ $t_1 = 0,5s$

Calcul de la f em induite lors du deplacement



A un instant t donné la surface non assurée est celle qui se trouve dans l'espace champ B elle a pour expression $S' = S - S_a$

avec $S = a^2$ et $S_a = avt$ $\Rightarrow$ $S' = a^2 - avt$

$\Rightarrow$ $\phi = BS'$ $\Rightarrow$ $\phi = B(a^2 - avt)$

$e = -\frac{d\phi}{dt} = -B\frac{d(a^2 - avt)}{dt}$ $\Rightarrow$ $\boxed{e = BVa}$ AN: $e = 4mV$

Le courant induit circule dans le sens positif choisi dans l'ordre A B C B car $e > 0$

Sa valeur est $\boxed{i = \frac{e}{R} = \frac{BVa}{R}}$ AN: $\underline{i = 16mA}$

Exercice 4

1. Calcul du flux magnetique

- pour une spire $\phi_0 = \vec{B}.\vec{S}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\phi_0 = BS\cos\theta}$

- pour l'ensemble des N spires de la bobine

$\phi = N\phi_0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\phi = NBS\cos\theta}$

2. Calcul de la f e m induite

La bobine tourne à la vitesse angulaire constante ω $\Rightarrow$ $\theta = \omega t + \varphi$

$\Rightarrow$ $\phi = NBS.\cos(\omega t + \varphi)$

$e = -\frac{d\phi}{dt}$ $\Rightarrow$ $\boxed{e = NBS\omega\sin(\omega t + \varphi)}$

fonction sinusoidale.

3. Calcul de l'amplitude

Soit e_{max} cette amplitude

$e = e_{max}\sin(\omega t + \varphi)$ $\Rightarrow$ $\boxed{e_{max} = NBS\omega}$

AN: $\omega = 300\,tr/min$ $\Rightarrow$ $e_{max} = 254,5V$

Exercice 4

1. Expression de l'intensité B du champ magnétique dans le solenoïde

$B = \mu_0 . n . i(t)$ avec $n = \frac{N_1}{\ell} \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} . i(t)}$

Il suffira de donner l'expression de B en fonction du temps sur une période c'est à dire $t \in [0 - 40ms]$

* Pour $t \in [0 - 20ms]$ $i = at + b$

avec $a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -100$ et $b = 1$

$$\boxed{B(t) = \frac{\mu_0 N_1}{\ell}(-100t + 1)}$$

* Pour $t \in [20ms - 40ms]$ $i = at + b$

avec $a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 100$ et $b = -3 \Rightarrow i = 100t - 3$

$$\Rightarrow \boxed{B(t) = \frac{\mu_0 . N_1}{\ell}(100t - 3)}$$

2. Calcul de la f.é.m induite dans la bobine

$e = -\frac{d\phi}{dt}$ avec $\phi = N_2 \vec{B} . \vec{S} = N_2 BS$

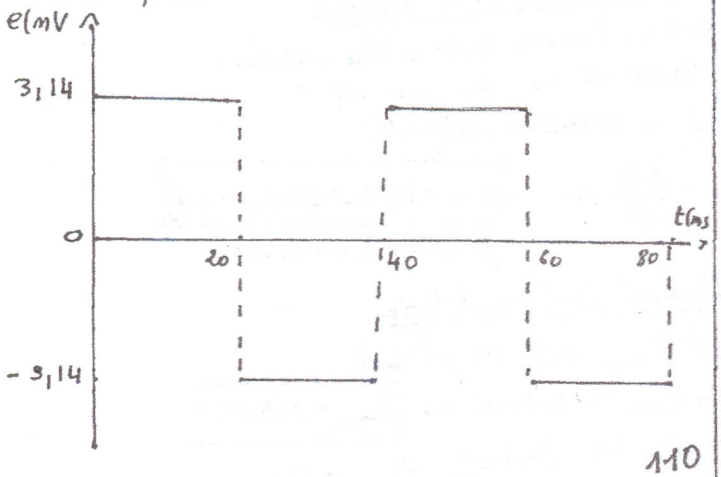
* Pour $t \in [0 - 20ms]$ $\phi = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S(-100t + 1)}{\ell}$

$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell} \times 100}$$ AN : $e = 3,14\ mV$

* Pour $t \in [20 - 40ms]$ $\phi = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell}(100t - 3)$

$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell} \times 100}$$ AN : $e = -3,14\ mV$

* Représentation graphique de e en fonction du temps t



Exercice 5

1.1. Montrons que le solenoïde est le siège d'une f.é.m induite

le solenoïde est placé dans un champ magnétique variable ⇒ il existe un flux magnétique variable à travers le solenoïde variation qui va faire naître une f.é.m induite

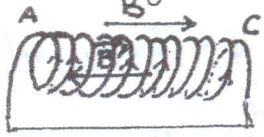
$$e = -\frac{d\phi}{dt} \neq 0$$

1.2. Sens du courant induit

les bornes A et C étant court-circuité, la f.é.m induite va faire circuler un courant induit dans le solenoïde qui va donner naissance à un champ magnétique induit $\vec{B'}$ dont la variation du flux s'oppose à la variation du flux inducteur. Le vecteur champ magnétique $\vec{B'}$ dû au courant induit s'oppose au vecteur champ magnétique $\vec{B}$

$\vec{B'}$ est pour cela orienté de C vers A

le courant induit est également orienté de C vers A



2.

2.1. Expression du flux propre ϕ et L

on a $\phi = N . \vec{B} . \vec{S} = N . S . \vec{B} . \vec{n} = NBS$

avec $N = n . \ell$; $B = \mu_0 n i$; $S = \pi r^2$

$\Rightarrow \boxed{\phi = \mu_0 \pi n^2 \ell r^2 i}$ or $\phi = Li$

$\Rightarrow \boxed{L = \mu_0 \pi n^2 \ell r^2}$ AN : $L = 1,18 . 10^{-3}\ H$

2.2. Expression i

* pour $t \in [0 - 10ms]$ $i = at$ avec $a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 20$

$$\boxed{i = 20t}$$

* pour $t \in [10 - 20ms]$ $i = at + b$ avec $a = -20$ $b = 0,4$

$$\boxed{i = -20t + 0,4}$$

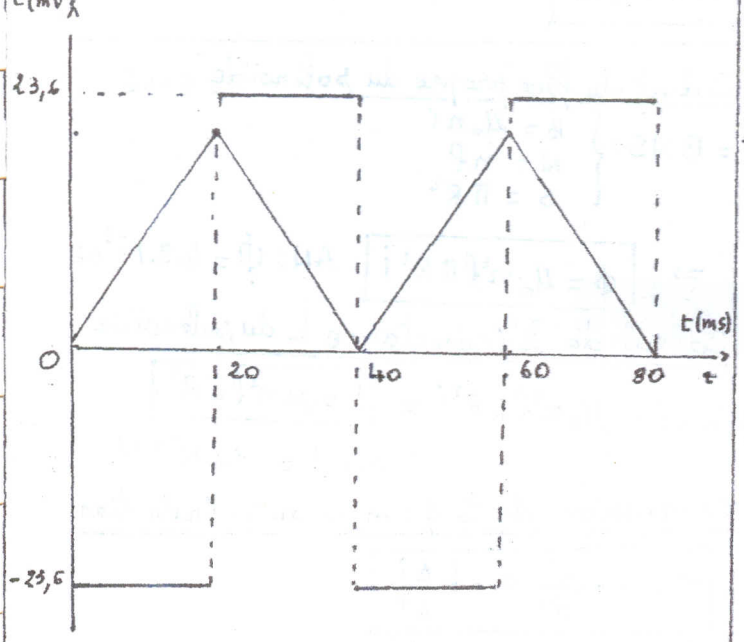
2.3. Expression de la f.é.m e

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \begin{cases} t \in [0 - 10ms] & e = -23,6\ mV \\ t \in [10 - 20ms] & e = 23,6\ mV \end{cases}$$

* $t \in [0 - 10ms]$ $e = -1,18 \times 20 \Rightarrow e = -23,6mV$

* $t \in [10ms - 20ms]$ $e = -1,18 \times (-20) \Rightarrow e = 23,6mV$

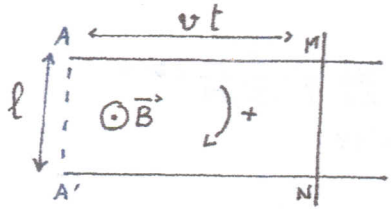
2.4. Representation graphique de la f.é.m e



Exercice

1.

1.1. Precisons le sens du courant induit



soit $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface S decrite par AMNA'

le flux à travers ulte surface est $\phi = \vec{B}.\vec{S}$

$\phi = S.\vec{B}.\vec{n} = SB\cos(\vec{B},\vec{n})$

l'orientation positive arbitrairement choisie est telle que $\vec{B}$ et $\vec{n}$ parallèles de sens opposés

$\cos(\vec{B},\vec{n}) = -1 \Rightarrow \phi = -BS$

$e = -\frac{d\phi}{dt} = B\frac{dS}{dt}$; S croit $\Rightarrow \frac{dS}{dt} > 0$

$\Rightarrow B\frac{dS}{dt} > 0$ d'ou la f e m induite $e > 0$

le courant induit circule dans le sens positif arbitrairement choisi de M vers N

1.2. Expression de la f.é.m induite

$e = B\frac{dS}{dt}$ avec $S = AM \times MN = vt.l$

$dS = vl\,dt \Rightarrow e = Bvl\frac{dt}{dt} \Rightarrow \boxed{e = Bvl}$

AN; $e = 2V$

1.3. Courant induit

$i = \frac{e}{\Sigma r} \Rightarrow \boxed{i = \frac{Bvl}{R+r}}$ AN; $i = 2A$

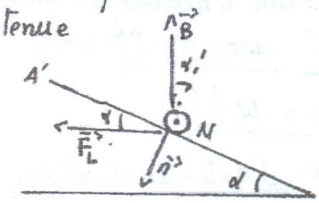
1.4. La tige MN plongée dans le champ magnetique $\vec{B}$ et traversée par le courant induit est soumise à l'action de la force de Laplace $\vec{F_L} = i\vec{MN} \wedge \vec{B}$ orientée de M vers A

$\boxed{F_L = IlB}$ AN: $F_L = 0,4N$

2.

2.1. Expression de la f e m induite

l'orientation positive de M vers N est supposée maintenue



on a $e = -\frac{d\phi}{dt}$ avec $\phi = \vec{B}.\vec{S} = S\vec{B}.\vec{n}$

$\phi = S.B.\cos(\pi - \alpha) \Rightarrow \phi = -BS\cos\alpha$

$e = -(-B\cos\alpha)\frac{dS}{dt} = B\cos\alpha\, vl\frac{dt}{dt}$

$\boxed{e = Bvl\cos\alpha}$ AN: $e = 1,7V$

2.2. $i = \frac{e}{\Sigma r} \Rightarrow \boxed{i = \frac{Bvl\cos\alpha}{R+r}}$ AN: $i = 1,7A$

2.3. (voir schema précédent)

- direction : horizontale
- sens $(\vec{F_L}, A'C') = +\alpha$

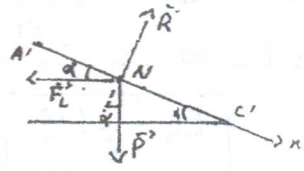
$F_L = IlB \Rightarrow \boxed{F_L = \frac{B^2l^2v\cos\alpha}{R+r}}$

2.4 AN; $F_L = 0,34N$

2.4. L'action de $\vec{F_L}$ s'oppose au deplacement creant une deceleration qui diminue la vitesse et le mouvement de la tige tend vers un MRU

si le mouvement de la tige est rectiligne uniforme

$\Rightarrow \vec{F_L} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$



Sur xx' $-F_L\cos\alpha + P\sin\alpha = 0$

$-\frac{B^2l^2v}{R+r}\cos^2\alpha + mg\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow \boxed{v_m = \frac{mg(R+r)\tan\alpha}{B^2l^2\cos\alpha}}$ AN: $v_m = 3,3\ m.s^{-1}$

111

AUTO - INDUCTION

Exercice 1

1. Calcul de l'inductance L de la bobine

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{l} \cdot S \quad (S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2}{l} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

AN: $L = 4{,}9.10^{-3}\,H = 4{,}9\,mH$

2. Expression de l'intensité en fonction de t

i subit une variation linéaire du temps

$\Rightarrow i(t) = K.t$ avec $K = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 12$

$$\boxed{i(t) = 12t}$$

Calcul de la f.é.m d'auto-induction

$e = -\frac{d\phi}{dt}$ (ϕ = flux magnétique à travers la bobine)

$\phi = L\,i(t) \Rightarrow e = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{e = -12.L}$

$e = -0{,}059\,V = -59\,mV$

Exercice 2

1. Calcul de l'inductance L de la bobine

$e = -L\frac{di}{dt}$ avec $i = 2(1 - e^{-0{,}5t})$

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = e^{-0{,}5t} \Rightarrow \boxed{e = -Le^{-0{,}5t}}$

à $t = 0$ $e = -0{,}5e^{-0} = -Le^{-0}$

$\Rightarrow -L = -0{,}5 \Rightarrow \underline{L = 0{,}5\,H}$

2. Energie stockée dans la bobine en régime permanent

* Le régime permanent est atteint lorsque i a sa plus grande valeur ou i = cste. $\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow e^{-0{,}5t} = 0$

$\Rightarrow t = \infty$ si $t = \infty$ $i = 2A$.

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} L I_m^2}$$

Exercice 3

1. Calcul du champ magnétique

$\boxed{B = \mu_0 ni}$ n = nbre de spires par mètre

AN: $B = 7{,}9.10^{-3}\,T$

2. Calcul du flux propre du solenoïde $\phi = NB\vec{.}S$

$\phi = BNS$ $\begin{cases} B = \mu_0 n i \\ N = nl \\ S = \pi R^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{\phi = \mu_0 n^2 l \pi R^2 i}$ AN: $\phi = 4{,}9.10^{-3}\,Wb$

Calcul de l'inductance L du solenoïde

$\phi = Li = \mu_0 n^2 l \pi R^2 i \Rightarrow \boxed{L = \mu_0 n^2 l \pi R^2}$

AN: $L = 1{,}1.10^{-3}\,H$

3. Expression de la fem d'auto-induction

$$\boxed{e = -L\frac{di}{dt} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}}$$

- pour $t \in [0; 2s]$ $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{1-0}{(2-0)10^{-3}} = 500\,A/s$

$e = -500L = -0{,}5\,V$

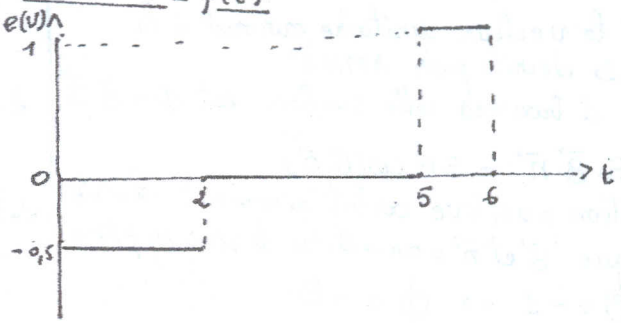
- pour $t \in [2s; 5s]$ $i = cste$ régime permanent

$e = 0V$

- pour $t \in [5s; 6s]$ $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0-1}{(6-5)10^{-3}} = -1000$

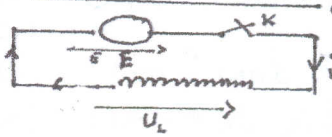
$e = 1000L$ $e = 1V$

Coube $e = f(t)$



Exercice N°4

1. Relation entre E, L, r, $\frac{di}{dt}$



K ferme on a $E - U_L = 0$ avec $U_L = ri + L\frac{di}{dt}$

$\Rightarrow E - ri - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{E = ri + L\frac{di}{dt}}$

en régime permanent $i = I_m = cste \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$\Rightarrow E = rI_m \Rightarrow \boxed{I_m = \frac{E}{r}}$ AN: $I_m = 3A$

2. Energie stockée dans la bobine

l'energie stockée dans ces conditions dans la bobine est $\boxed{E_m = \frac{1}{2} L I_m^2}$ AN: $E_m = 0,045\,J$

3. phenomène observé à l'ouverture de K

à l'ouverture de K des étincelles de rupture apparaissent entre les contact de cet interrupteur

4. L'energie précédemment dans la bobine est dissipée par les etincelles de rupture.

5. Rôle de la diode

La diode empêche le courant de circuler dans le conducteur ohmique lorsque l'interrupteur K est fermé.

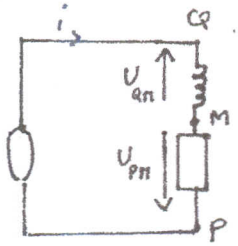
Rôle du Conducteur Ohmique

Le conducteur Ohmique permet de dissiper l'energie liberée par la bobine à l'ouverture de l'interrupteur et les étincelles de rupture ne sont plus observées.

Exercice 5

1. L'osillogramme d'une voie represente la tension aux bornes du dipôle se trouvant entre cette voie et la masse M.

- L'osillogramme de la voie Y_1 represente la tension aux bornes de la bobine
- L'osillogramme de la voie Y_2 represente la tension aux bornes du conducteur ohmique



2.

2.1. Expression de U_{PM}

$\boxed{U_{PM} = -Ri(t)}$ (voir l'orientation de cette tension par rapport à i)

2.2. $U_{QM} = L\frac{di(t)}{dt}$ or $i(t) = -\frac{U_{PM}}{R}$

$\Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{dU_{PM}}{dt} \Rightarrow \boxed{U_{QM} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{PM}}{dt}}$

3. Calcul de l'inoluctance L

$U_{QM} = -\frac{L}{R}\frac{dU_{PM}}{dt} = -\frac{L}{R}\cdot\frac{\Delta U_{PM}}{\Delta t}$

pour $t \in [0; 0,2\,ms]$ $\frac{\Delta U_{PM}}{\Delta t} = \frac{200-0}{0,2-0} = 1000\ V/s$

$\frac{1}{R}\cdot\frac{\Delta U_{PM}}{\Delta t} = \frac{1000}{1000} = 1 \Rightarrow \boxed{U_{QM} = -L}$

d'après l'osillogramme $U_{QM} = -2,5\,mV$

$\Rightarrow \underline{L = 2,5\,mH}$

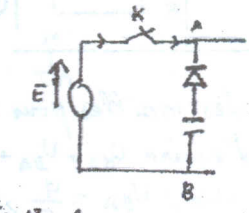
Exercice 6

1. Quand on ferme l'interrupteur K la tension U aux borne du condensateur est nulle

$U = 0$

justification :

K fermé, le générateur véhicule le courant de A vers B dans la branche contenant le condensateur dans ce sens la diode empêche le courant de circuler dans le condensateur (sens non passant de la diode) le condensateur n'etant pas alimenté sa tension est nulle.



2. L'energie E_m emmagasinée dans la bobine

$\boxed{E_m = \frac{1}{2} L I^2}$ AN: $E_m = 5,75\,mJ$

3. Quand on ouvre l'interrupteur K

$\boxed{E_C = \frac{1}{2} C U^2}$ AN: $E_C = 3,36\,mJ$

cette energie electrostatique est fournie au condensateur par la bobine.

4. Comparaison de E_m et E_c

on remarque que E_m est superieur à E_c

rendement $r = \frac{\text{energie restitué au condensateur}}{\text{energie emmagasinée dans la bobine}}$

$\boxed{r = \frac{E_C}{E_m} \times 100}$ AN: $r = 58,5\%$.

La difference $E_m - E_c$ est dissipé par la resistance interne de la bobine

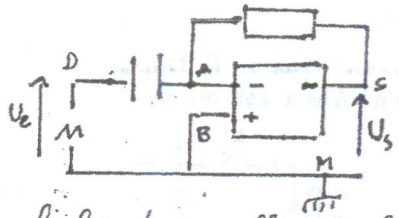
$E_m - E_C = rI^2 \Rightarrow \boxed{r = \frac{E_m - E_C}{I^2}}$

AN: $r = 2,39\,\Omega$

MONTAGE DERIVATEUR, MONTAGE INTEGRATEUR

Exercice 1

1. Relation entre U_e et U_s



- la loi des mailles pour la maille MDABM permet d'écrire $U_{MB} + U_{BA} + U_{AD} + U_{DM} = 0$

$U_{MD} = -U_e$; $U_{BA} = \frac{q}{C}$, $U_{AB} = U_{DM} = 0$

$\Rightarrow -U_e + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow q = CU_e$

$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{i = C\frac{dU_e}{dt}}$ (1)

- De même pour la maille MBASM on a

$U_{MB} + U_{BA} + U_{AS} + U_{SM} = 0$

$U_{MB} = U_{BA} = 0$; $U_{AS} = Ri$; $U_{SM} = U_s$

$\Rightarrow Ri + U_s = 0 \Rightarrow U_s = -Ri$ avec $i = C\frac{dU_e}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{U_s = -RC\frac{dU_e}{dt}}$

- On a un montage derivateur

2. Frequence N de la tension d'entrée

Sur l'oscillogramme la période $T = 2.10^{-3}$s

or la frequence $N = \frac{1}{T} \Rightarrow \underline{N = 500\,Hz}$

3

3.1. Expression de $U_e = f(t)$

pour $0 < t < 1$ms $U_e = f(t)$ est representé par une droite $U_e = at + b$

avec $a = \frac{\Delta U_e}{\Delta t}$ $\Delta U_e = 0 - U_{em}$ $\Delta t = \frac{T}{2}$

$a = -\frac{2U_{em}}{T}$ avec $T = \frac{1}{N} \Rightarrow$

$a = -2NU_{em}$ et $b = U_{em}$.

$\Rightarrow \boxed{U_e = -2NU_{em}t + U_{em}}$

3.2. Expression de U_s

$U_s = -RC\frac{\Delta U_e}{\Delta t}$

$\frac{\Delta U_e}{\Delta t} = \frac{dU_e}{dt} = -2NU_{em}$.

$\Rightarrow \boxed{U_s = 2RCNU_{em}}$

3.3. Détermination de U_0

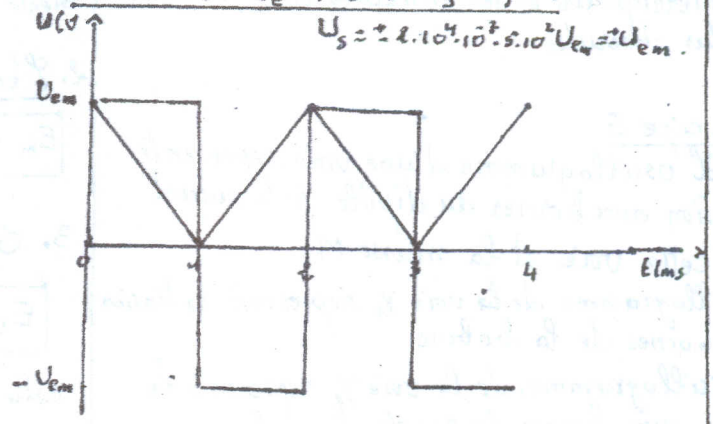
En regime saturé $U_s = \pm V_{sat}$

mais en regime linéaire $U_s < V_{sat}$

$\Rightarrow 2NRCU_{em} < V_{sat} \Rightarrow \boxed{N < \frac{V_{sat}}{2RCU_{em}}}$

$\Rightarrow \boxed{N_0 = \frac{V_{sat}}{2RCU_{em}}}$ AN: $\underline{N_0 = 1625\,Hz}$

4. Courbe de $U_e = f(t)$ et $U_s = f(t)$



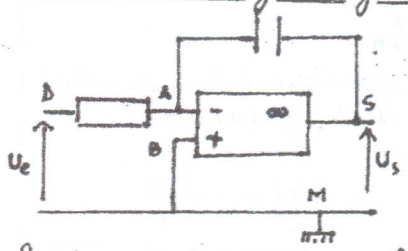
Exercice 2

1. amplitude et periode

- l'amplitude $U_{em} = 2$V
- la periode $T = 2$ms $= 2.10^{-3}$s

2. Etude du montage integrateur

2.1



- La loi des mailles pour la maille MDABM permet d'écrire $U_{MD} + U_{DA} + U_{AB} + U_{BM} = 0$

$-U_e + Ri = 0 \Rightarrow i = \frac{U_e}{R}$

- De même pour la maille MBASM

$U_{MB} + U_{BA} + U_{AS} + U_{SM} = 0$

$0 + 0 + \frac{q}{C} + U_s = 0$

$U_s = -\frac{q}{C}$

$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{U_e}{R} = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = \frac{U_e}{R} dt$

$\Rightarrow q = \frac{1}{R}\int U_e\, dt \Rightarrow \boxed{U_s = -\frac{1}{RC}\int U_e\, dt}$

2.2. Expression de U_s pour $t \in [0; \frac{T}{2}]$

pour $t \in [0; \frac{T}{2}]$ U_e = cste = 2V.

$\Rightarrow U_s = -\frac{1}{RC}\int_0^t U_e\, dt \Rightarrow \boxed{U_s = -\frac{U_e}{RC}t = -\frac{2}{RC}t}$

3. d'après la courbe U_s prend sa valeur minimale pour la première fois pour $t_{min} = 1ms = 10^{-3}s$

pour t_{min} ; $U_s = U_{sm} = -10V$.

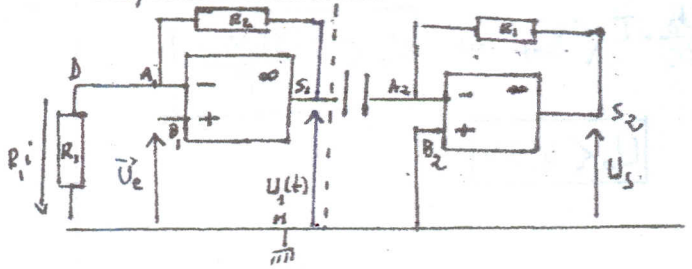
$\Rightarrow -\frac{2}{RC}.t_{im} = U_{sm} \Rightarrow \boxed{C = \frac{-2t_{im}}{R.U_{sm}}}$

AN: $C = \frac{-2.10^{-3}}{4.10^{+3}(-10)} \Rightarrow \underline{C = 5.10^{-8}F}$

$C = 50nF$

Exercice 3

1- Expression de $U_1(t)$



1. Expression de $U_1(t)$

- loi des mailles sur la maille M D A_1 B_1 M

$U_{MD} + U_{DA_1} + U_{A_1B_1} + U_{B_1M} = 0$

$+R_1 i + 0 + 0 + U_e = 0 \Rightarrow \boxed{i = -\frac{U_e}{R_1}}$ (1)

- De même pour la maille M B_1 A_1 S_1 M

$U_{MB_1} + U_{B_1A_1} + U_{A_1S_1} + U_{S_1M} = 0$

$-U_e + 0 + R_2 i + U_1(t) = 0$

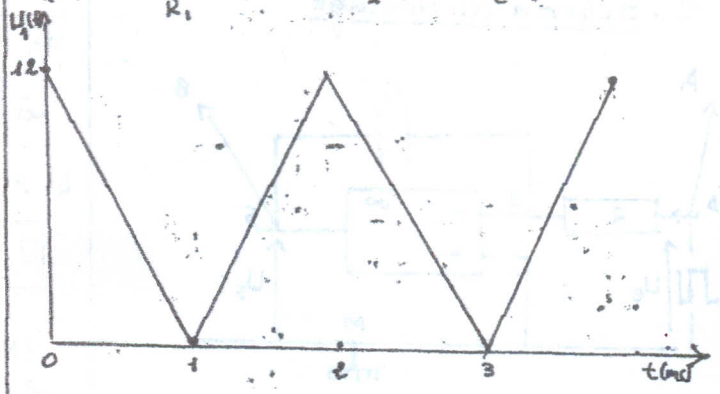
$\Rightarrow U_1(t) = U_e - R_2 i$ d'après (1) $i = \frac{-U_e}{R_1}$

$\Rightarrow U_1(t) = U_e - R_2\left(-\frac{U_e}{R_1}\right) \Rightarrow \frac{R_1U_e + R_2U_e}{R_1} = U_1(t)$

$\Rightarrow \boxed{U_1(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_e(t)}$

2. Représentation graphique de $U_1(t)$

$U_1(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_e(t) \Rightarrow U_1(t) = 3U_e(t)$



3. Relation entre $U_s(t)$ et $U_1(t)$

- loi des mailles sur M S_1 A_2 B_2 M

$U_{MS_1} + U_{S_1A_2} + U_{A_2B_2} + U_{B_2M} = 0$

$-U_1(t) + U_C + 0 + 0 = 0 \Rightarrow U_1(t) = U_C = \frac{q}{C}$

$\Rightarrow \boxed{q = CU_1(t)}$

- De même pour la maille M B_2 A_2 S_2 M

$U_{MB_2} + U_{B_2A_2} + U_{A_2S_2} + U_{S_2M} = 0$

$0 + 0 + R_1 i + U_s = 0 \Rightarrow U_s = -R_1 i$

avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = C\frac{dU_1(t)}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{U_s = -R_1 C \frac{dU_1(t)}{dt}}$

Relation entre U_s et $U_e(t)$

$U_1(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_e(t) \Rightarrow U_s = -R_1 C \frac{d}{dt}\left(\frac{R_1+R_2}{R_1} U_e\right)$

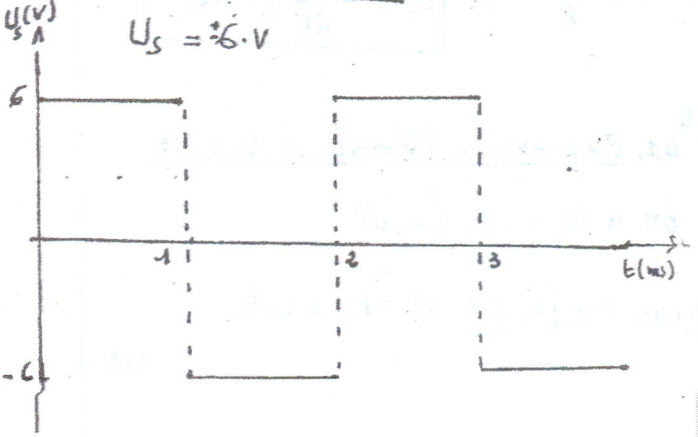
$\Rightarrow \boxed{U_s = -(R_1 + R_2) C \frac{dU_e(t)}{dt}}$

4 - Représentation de U_s

pour $t[0, 1ms]$ $\frac{dU_e}{dt} = -4.10^3\ SI$

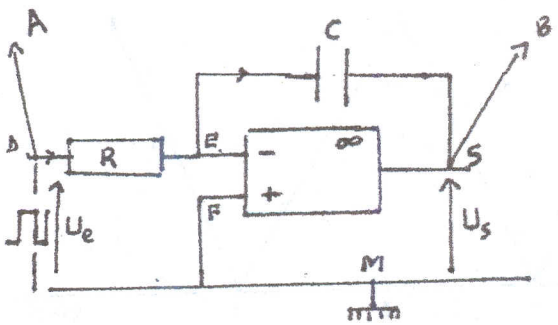
$\Rightarrow U_s = 4.10^3 (R_1 + R_2) C = 4.10^3 . 3.10^3 . 0,1.10^{-6}$

$U_s = +6.V$



Exercice 4

1 - Schéma du montage



2. Forme de la tension d'entrée

La tension d'entrée a une forme rectangulaire.

- Période et fréquence de la tension d'entrée

Sur la courbe $U_e = f(t)$ la période $T = 6\,ms = 6.10^{-3}\,s$ donc la fréquence

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{6.10^{-3}} \approx 167\,Hz$$

3. Expression de la tension de sortie U_s

- Soit la maille MDEFM sur le schéma

$U_{MD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FM} = 0$

$-U_e + Ri + 0 + 0 = 0 \Rightarrow U_e = Ri$

$$\boxed{i = \frac{U_e}{R}}$$

- Soit la maille MFESM

$U_{MF} + U_{FE} + U_{ES} + U_{SM} = 0$

$0 + 0 + U_c + U_s = 0 \Rightarrow U_s = -U_c$

$U_c = \frac{q}{C}$ avec $q = \int i\,dt$.

$\Rightarrow U_c = \frac{1}{C}\int i\,dt \Rightarrow U_s = -\frac{1}{C}\int i\,dt$

$i = \frac{U_e}{R} \Rightarrow \boxed{U_s = -\frac{1}{RC}\int U_e\,dt}$

4

4.1. Expression littérale de $U_s = f(t)$

on a $U_s = -\frac{1}{RC}\int U_e\,dt$

pour $t \in [0; \frac{T}{2}]$ $U_e = U_0 = cste$

$\Rightarrow U_s = -\frac{1}{RC}\int U_0\,dt$

$\Rightarrow U_s = -\frac{U_0}{RC}t + K$

à $t = 0$ $U_s = K = 0 \Rightarrow \boxed{U_s = -\frac{U_0}{RC}.t}$.

4.2. Valeur de U_s pour $t = \frac{T}{2}$

$$\boxed{U_s\left(\frac{T}{2}\right) = -\frac{U_0}{2RC}.T}$$

AN: $U_s\left(\frac{T}{2}\right) = -18\,V = U_s$ (théorique)

La valeur lue sur la courbe $U_s = f(t) = U_s$ (pratique)

U_s (pratique) $= -12\,V$

on remarque que $|U_{s\,th}| > |U_{s\,prt}|$

cette différence provient de la perte d'énergie au niveau des conducteurs électriques par effet joule pendant le fonctionnement de l'AO

5. Comment modifier U_0?

En régime linéaire $|U_s|_{max} < V_{sat}$

$\Rightarrow \frac{U_0}{2RC}.T < V_{sat} \Rightarrow \boxed{U_0 < \frac{2RC\,V_{sat}}{T}}$.

AN $\boxed{U_0 < 4{,}3\,V}$

OSCILLATIONS ELECTRIQUES DANS UN CIRCUIT LC

Exercice 1

1.

1.1. Charge Q_0 du condensateur en régime permanent

Le régime permanent est établi pour $t \geq T_0$

$\Rightarrow U_{AB} = U_0 = cste \Rightarrow \boxed{Q_0 = C U_0}$

AN: $Q_0 = 0,12.10^{-3} C$

1.2. Energie emmagasinée par le condensateur.

$\boxed{W = \frac{1}{2} Q_0 . U_0}$ AN: $W = 0,72.10^{-3} J$

2. Expression de $U_{AB} = f(t)$ pour $t \in [0; T_0]$

$U_{AB} = f(t)$ a pour représentation graphique une droite qui passe par l'origine

$\Rightarrow U_{AB} = kt$ avec $k = \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = \frac{U_0}{T_0} = \frac{I_0}{C}$

$\Rightarrow \boxed{U_{AB} = \frac{I_0}{C} t}$

Valeur de I_0

à $t = T_0$; $U_{AB} = U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{I_0}{C} . T_0$

$\Rightarrow \boxed{I_0 = \frac{C U_0}{T_0}}$ AN: $I_0 = 2.10^{-3} A$

3. Etude du circuit lorsque K est en position 2

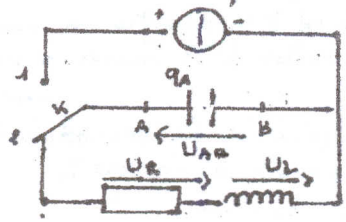


Schéma de la décharge du condensateur dans la bobine

Loi des mailles: $U_{AB} + U_R + U_L = 0$

$U_{AB} = \frac{q_A}{C}$; $U_R = Ri = R\frac{dq_A}{dt}$; $U_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q_A}{dt^2}$

$\Rightarrow \frac{q_A}{C} + R\frac{dq_A}{dt} + L\frac{d^2q_A}{dt^2} = 0$

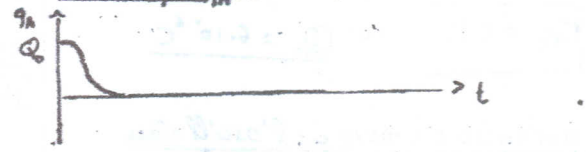
$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2q_A}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq_A}{dt} + \frac{1}{LC} q_A = 0}$ équation différentielle de la décharge.

4.

4.1. Lorsque R est très grande on a un régime apériodique: la décharge est apériodique à cause d'une grande perte d'énergie au niveau du conducteur Ohmique.

117

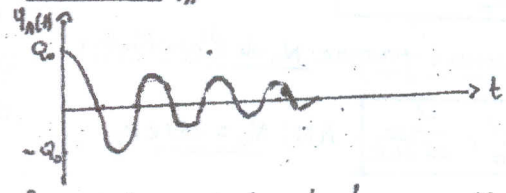
- allure de $q_A(t)$



4.2. Lorsque R est très faible

L'énergie perdue au niveau du conducteur Ohmique est très faible: on a un régime pseudo-périodique les oscillations électriques sont faiblement amorties

l'allure de $q_A(t)$



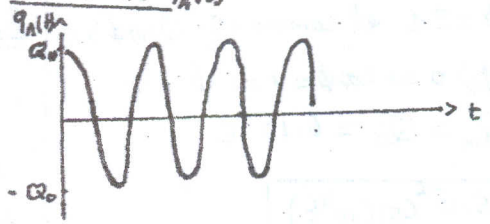
La pseudo-période est observée elle correspond à $T_0 = 8ms = 8.10^{-3}s$

or $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow \boxed{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$

AN: $L = 0,16 H$

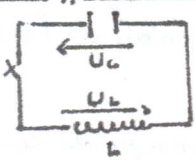
4.3. pour avoir un régime périodique d'oscillations électriques libres il faut éviter les pertes d'énergie: il faut donc supprimer la résistance et l'équation diff: $\frac{d^2q_A}{dt^2} + \frac{1}{LC} q_A = 0$

allure de $q_A(t)$



Exercice 2

1. Equation différentielle de la charge q.



décharge du condensateur dans la bobine

d'après la loi des mailles: $U_C + U_L = 0$

$U_C = \frac{q}{C}$; $U_L = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow U_L = L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) \Rightarrow U_L = L\frac{d^2q}{dt^2}$

$\Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0}$

2. Détermination de la charge initiale Q_0

on a $q = CU$ à $t=0$ $q = Q_0$ et $U = U_0$

$\Rightarrow \boxed{Q_0 = CU_0}$ AN: $Q_0 = 6.10^{-6}$ C

3. - La pulsation propre de l'oscillateur

$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \Rightarrow \omega_0 = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$

- La période propre T_0 de l'oscillateur

$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}}$

- La fréquence propre N_0 de l'oscillateur

$\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ AN: $N_0 = 1592$ Hz.

4. Détermination de l'amplitude Q_m et la phase à l'origine ϕ

$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \phi)$

$\Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = -Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$

à $t=0$ $q = Q_0 = Q_m \cos\phi$

$i = 0 = -Q_m \omega_0 \sin\phi$

$-Q_m \omega_0 \sin\phi = 0 \Rightarrow \sin\phi = 0 \Rightarrow \phi = 0$ ou $\phi = \pi$

$\Rightarrow \cos\phi = \pm 1$ et comme $Q_0 = Q_m \cos\phi > 0$

$\Rightarrow \cos\phi > 0 \Rightarrow \cos\phi = 1 \Rightarrow \phi = 0$

et $Q_m = Q_0 = 6.10^{-6}$ C

$\Rightarrow \boxed{q(t) = 6.10^{-6}\cos(10^4 t)}$

$\Rightarrow \boxed{i(t) = -6.10^{-2}\sin(10^4 t)}$

5. - Variation de l'énergie de l'oscillateur

Soit E l'énergie totale de l'oscillateur

$E = E_c + E_b$

avec $E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ = énergie du condensateur

$E_b = \frac{1}{2}Li^2$ = énergie de la bobine

$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_b}{dt} = \frac{1}{2C}\frac{dq^2}{dt} + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}$

$\frac{dq^2}{dt} = 2q\frac{dq}{dt}$

$\frac{di^2}{dt} = 2i\frac{di}{dt}$ $\left\{\begin{array}{l} i = \frac{dq}{dt} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \end{array}\right\}$ $\frac{di^2}{dt} = 2\frac{dq}{dt}\cdot\frac{d^2q}{dt^2}$

$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2C}\left(2q\frac{dq}{dt}\right) + \frac{1}{2}L\left(2\frac{dq}{dt}\cdot\frac{d^2q}{dt^2}\right)$

$\frac{dE}{dt} = \frac{dq}{dt}\left(\frac{1}{C}q + L\frac{d^2q}{dt^2}\right) = \frac{dq}{dt}\left(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q\right)$

$\frac{1}{L}\frac{dE}{dt} = \frac{dq}{dt}\left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q\right)$

D'après l'équation différentielle de la première question $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E = \text{cste}$

L'énergie de l'oscillateur est constante

- Calcul de l'énergie de l'oscillateur

$E = E_c + E_b$ $\left\{\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C}Q_m^2\cos^2(\omega_0 t + \phi) \\ E_b = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LQ_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \phi) \end{array}\right.$

$E = \frac{1}{2C}Q_m^2\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \frac{Q_m^2}{2C}L\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \phi)$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow E = \frac{1}{2C}Q_m^2\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \frac{1}{2C}Q_m^2\sin^2(\omega_0 t + \phi)$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2C}Q_m^2\left[\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi)\right]$

$\Rightarrow \boxed{E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2}LI_m^2}$

AN: $E = 18.10^{-6}$ J

Exercice 3

1.

1.1. On ferme d'abord l'interrupteur K_1 pour permettre au condensateur de se charger à partir du générateur (pile P).

1.2. L'oscilloscope visualise la tension aux bornes du dipôle se trouvant entre la masse et la voie Y_1 ce dipôle est le condensateur

1.3. on remarque que l'amplitude de l'oscillogramme diminue avec le temps c'est le siège d'oscillations électriques amorties pseudo-périodiques. pseudo-période $T = 0,3 \text{ à } 5.10^{-3}$ s

1.4. Variation d'énergie

$\Delta E = E_m(\text{er}) - E_m(0)$

$E_m(\text{er}) = \frac{1}{2}CU_m^2$ avec $U_m = \text{ex} \times 4 = 4$V

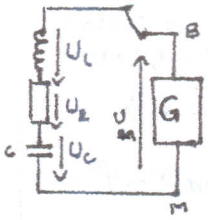
$E_m(0) = \frac{1}{2}CU_m^2$ avec $U_m = \text{ex} \times 3 = 6$V

$\Delta E = \frac{1}{2}C\left(U_m^2(\text{er}) - U_m^2(0)\right)$

$\Delta E = -3.10^{-6}$ J

Cette energie s'est dissipée sous forme de chaleur par effet joule.

2. Etude du circuit lorsque K_2 est en position B



loi des mailles.

$U_L + U_R + U_c + U_{BM} = 0$

$U_L = L\frac{di}{dt}$; $U_R = Ri$; $U_c = \frac{q}{C}$

$U_{BM} = -R_0 i$

$i = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri - R_0 i = 0$

$\Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} + (R - R_0)i = 0$

$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q + \frac{R-R_0}{L}i = 0$

2.1. pour que le circuit soit le siege d'oscillation electrique libre l'equation differentielle doit être sous la forme $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$

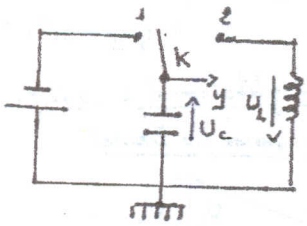
$\Rightarrow R - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = R = 13\,\Omega$

2.2. Détermination de L

sur l'oscillogramme la periode est representée par les deux minimum $\Rightarrow T_0 = 3.10^{-4}$S

or $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \boxed{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$ AN: $L = 7,6.10^{-3}$H

Exercice 4



1- Lorsqu'on place l'interrupteur K sur la position 1 le condensateur se charge a partir du generateur de fem E

2. L'interrupteur en position 1

2.1. On observe la decharge du condensateur dans la bobine.

- La tension visualisée est celle aux bornes du condensateur

2.2. Equation differentielle

d'après la loi des mailles: $U_c + U_L = 0$

avec $U_c = \frac{q}{C}$; $U_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0}$

2.3. $\boxed{q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}$

- Détermination de la période propre T_0

Sur l'oscillogramme T_0 est representée par 4 divisions: $T_0 = 4 \times 1 = 4\,ms = 4.10^{-3}$S

- Détermination de ω_0 (pulsation propre)

$\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}}$ AN: $\omega_0 = 1570$ rad/s

2.4. Détermination de la capacité C du condensateur

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \boxed{C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}}$

AN: $C = 3,37.10^{-7}$F

2.5. Expressions de $q(t)$ et $i(t)$

$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

à $t = 0$ $q = Q_0 = Q_m \cos\varphi$

avec $Q_0 = CU_m$

à $t = 0$ $i_0 = 0 = -Q_m \omega_0 \sin\varphi$

$\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow Q_m = Q_0 = CU_m$

$Q_m = 6,74.10^{-6}$C ($U_m = 2 \times 10 = 20$V)

$\Rightarrow q(t) = 6,74.10^{-6}\cos(1570t)$

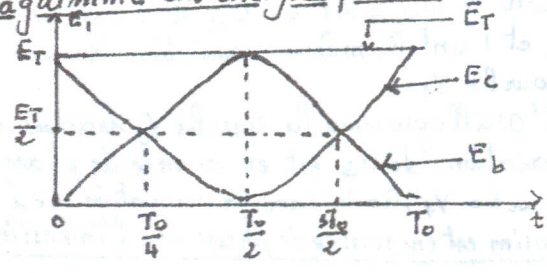
$i(t) =$

3. Calcul de l'energie totale E_T

$E_T = E_c + E_b = \frac{1}{2C}Q_m^2\cos^2\omega_0 t + \frac{1}{2}LI_m^2\sin^2\omega_0 t$

$\Rightarrow \boxed{E_T = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2}LI_m^2}$ AN: $E_T = 6,74.10^{-5}$J

4. Diagramme des energie pendant



CIRCUIT RLC EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

Exercice 1

1. Identification des tensions visualisées

La tension visualisée sur une voie est la tension aux bornes du dipôle se trouvant entre cette voie et la masse.

- Sur la voie Y_1 c'est la tension aux bornes du conducteur Ohmique.
- Sur la voie Y_2 c'est la tension aux bornes du générateur

2.

2.1. Détermination de la période T et la fréquence N

- Sur la base des temps la période est représentée par 6,3 divisions =>

$T = 6,3 \times 2 \Rightarrow \underline{T = 12,6\ ms = 0,0126\ s}$

- La fréquence N est-telle que

$$N = \frac{1}{T(s)} \Rightarrow \underline{N = 79,4\ Hz}$$

2.2. Amplitude U_m et valeur efficace U de U_G

- La valeur maximale ou Amplitude de U_G sur la voie Y_2 est représenté par 3 divisions

$\Rightarrow U_m = 3 \times 5 \Rightarrow \underline{U_m = 15\ V}$

- La valeur efficace est telle que $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \underline{U = 10,6\ V}$

2.3. Détermination de l'impédance Z du circuit

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$$

Calcul de I_m

On a $U_{Rm} = RI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$

Sur la voie Y_1 U_{Rm} est représentée par 5 div

$\Rightarrow U_{Rm} = 5 \times 1 \Rightarrow \underline{U_{Rm} = 5\ V}$

$\Rightarrow I_m = \frac{5}{20} = 0,25\ A$

$\Rightarrow Z = \frac{15}{0,25} \Rightarrow \underline{Z = 60\ \Omega}$

3. On a $U_R = RI \Rightarrow U_R$ et I sont en phase

$\Rightarrow U_R$ et I ont la même variation traduite par la courbe Y_1

Sur l'oscillogramme la courbe Y_2 traduisant la variation de U_G est en avance de phase sur la courbe Y_1 traduisant la variation de i

$\Rightarrow$ La tension est en avance de phase sur l'intensité

4. Détermination de la différence de phase φ

Soit τ le décallage horaire entre les deux courbe

τ est représenté par 0,6 division $\Rightarrow \tau = 1,2\ ms$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$$

ici la tension est en avance sur l'intensité $\Rightarrow \varphi > 0$

$\Rightarrow \underline{\varphi = \frac{\pi}{4}\ rad}$.

Exercice 2

1. Expression de:

1.1. l'impédance Z_{AB} du circuit

$$Z_{AB} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

1.2. La valeur efficace I de l'intensité du courant

$$I = \frac{U}{Z_{AB}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

1.3. La phase φ de U par rapport à I

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

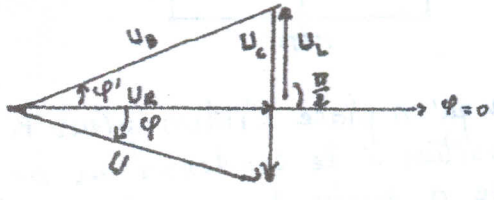
2. Applications numériques

$Z_{AB} = 65,8\ \Omega$; $I = 1,52\ A$; $\tan\varphi = -0,45$

$\Rightarrow \varphi = -0,57\ rad$

3. $\varphi < 0 \Rightarrow$ le circuit est globalement capacitif.

Représentation du diagramme de Fresnel.



4

4.1. Calcul de U_{PB} et U_{AP}

- $U_{PB} = U_C = Z_C I$ avec $Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow U_{PB} = \frac{I}{C\omega}$

AN: $\underline{U_{PB} = 238,85\ V}$

- $U_{AP} = Z_{AP} \cdot I$ avec $Z_{AP} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

$\Rightarrow U_{AP} = \sqrt{R^2 + L\omega^2} \cdot I$ AN: $\underline{U_{AP} = 142,1\ V}$

4.2. Expressions instantanées de u_{PB} et u_{AP}

- Expression de u_{PB}

$u_{PB} = u_c = \frac{q}{C}$ avec $dq = i\,dt \Rightarrow q = \int i\,dt$.

$\Rightarrow u_{PB} = \frac{1}{C}\int i\,dt = \frac{I\sqrt{2}}{C}\int \sin(\omega t)\,dt$

$$\Rightarrow \boxed{u_{PB} = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

AN: $u_{PB} = 337{,}7\sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right)$

- Expression de u_{AP}

$u_{AP} = u_B = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$

$Ri(t) = RI\sqrt{2}\sin\omega t$

$L\frac{di(t)}{dt} = LI\sqrt{2}\frac{d\sin(\omega t)}{dt}$

$L\frac{di(t)}{dt} = LI\sqrt{2}\,\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{u_{AP} = RI\sqrt{2}\sin\omega t + LI\sqrt{2}\,\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$u_{AP} = 21{,}21\sin 314t + 200\sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$

autre expression de u_{AP}

$u_{AP} = Z_b \cdot I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi')$

- Z_b = impedance liée à la bobine $\Rightarrow Z_b = \sqrt{R^2 + L\omega^2}$

φ' = difference de phase entre u_{AP} et i $\tan\varphi' = \frac{L\omega}{R}$

AN: $Z_b = 94{,}73\,\Omega$, $\tan\varphi' = 9{,}42 \Rightarrow \varphi' = 1{,}46$ rad

$\Rightarrow u_{AP} = 200{,}1\sin(314t + 1{,}46)$

Exercice 3

1.

1.1. C'est le phenomene de la resonnance.

1.2. Impedance total

Dans ce cas l'impedance $Z_0 = R = 40\,\Omega$

1.3. Valeur efficace I_0 de l'intensité

$$\boxed{I_0 = \frac{U}{R}} \quad \text{AN: } I_0 = 0{,}025\,A$$

1.4. Détermination de la capacité

A la resonnance $LC\omega_0^2 = 1$ ($\omega_0 = 2\pi N_0$)

$\Rightarrow LC4\pi^2 N_0^2 = 1 \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{4\pi^2 L N_0^2}}$

AN: $C = 0{,}54\,\mu F$

2. La fréquence a la valeur N_1

2.1. Dans ce cas

2.1.1. L'impedance Z est telle que

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L2\pi N_1 - \frac{1}{C2\pi N_1}\right)^2}} \quad \text{AN: } Z = 223{,}33\,\Omega$$

2.1.2. L'intensité efficace I du courant est

$$\boxed{I = \frac{U}{Z}} \quad \text{AN: } I = 4{,}47.10^{-3}\,A$$

2.1.3. La valeur efficace

- de la tension U_R aux bornes du conducteur

$U_R = Z_R I$ ($Z_R = R$) $\Rightarrow \boxed{U_R = RI}$ AN: $U_R = 0{,}18\,V$

- de la tension U_L aux bornes de la bobine

$U_L = Z_L I$ ($Z_L = L\omega_1 = L2\pi N_1$) $\Rightarrow \boxed{U_L = 2\pi L N_1 I}$

AN: $U_L = 2{,}3\,V$

- de la tension aux bornes du condensateur

$U_c = Z_c I$ ($Z_c = \frac{1}{C\omega_1} = \frac{1}{C2\pi N_1}$) $\Rightarrow \boxed{U_c = \frac{I}{2\pi C N_1}}$ AN: $U_c = 2{,}13\,V$

2.2.

2.2.1. Calcul de la phase ϕ de U par rapport à I

$$\boxed{\tan\phi = \frac{L2\pi N_1 - \frac{1}{C2\pi N_1}}{R}} \quad \tan\phi = 0{,}93 \Rightarrow \phi = 0{,}75\,rad$$

2.2.2. Expression de

$$\boxed{u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi N_1 t + \phi)}$$

$\Rightarrow u(t) = 7{,}41\cos(3956{,}4t + 0{,}75)$

$$\boxed{i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi N_1 t)}$$

$\Rightarrow i(t) = 6{,}32.10^{-3}\cos(3956{,}4t)$

Exercice 4

1. Identification des tensions visualisées

1.1. sur la voie 1 : C'est la tension aux bornes du générateur

1.2. Sur la voie 2 : C'est la tension aux bornes du conducteur Ohmique

2. Etude des oscillogrammes

2.1. Oscillogramme a

2.1.1. Cet oscillogramme correspond à la résonance

Justification : La courbe représentant la variation de la tension sur la voie 1 et celle représentant la tension aux bornes du conducteur d'où l'intensité sont en phase => la tension et l'intensité sont en phase.

2.1.2. Détermination de r et L

A la résonance $Z = R + r$ or $Z = \frac{U_{max}}{I_{max}}$

$I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R}$ => $\boxed{Z = \frac{R.U_{max}}{U_{Rmax}}}$

Sur l'oscillogramme

- $U_{max} = 5 \times 0,2$ => $U_{max} = 1V$
- $U_{Rmax} = 4 \times 0,2$ => $U_{Rmax} = 0,8V$

} $Z = 50\Omega$

$Z = R + r$ => $\boxed{r = Z - R}$ => $r = 10\Omega$

A La résonance $LC\omega_0^2 = 1$ => $L = \frac{1}{C\omega_0^2}$

avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ => $\boxed{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}}$

Sur l'oscillogramme T_0 est représenté par 6 div

$T_0 = 6 \times 0,05$ => $\underline{T_0 = 3.10^{-4} s}$ => $\underline{L = 2,75\ mH}$

2.2. Oscillogramme b

2.2.1. Le circuit est globalement capacitif

La courbe représentant la variation de l'intensité sur la voie 2 est en avance de phase sur la courbe représentant la variation de la tension sur la voie 1 => l'intensité est en avance sur la tension

2.2.2. Calcul de la phase φ

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau$

τ = décallage horaire entre les deux courbes.

ici τ est représenté par une division

$\tau = 1 \times 0,1 = 0,1\ ms = 10^{-4} s$ => $\tau =$

T est représentée par 6 divisions : $T = 0,1 \times 6 = 0,6\ ms = 6.10^{-4} s$

=> $|\varphi| = \frac{\pi}{3}$ et comme le circuit est capacitif => $\varphi < 0$

=> $\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{3}\ rad}$

2.2.3. Détermination des expressions instantanée des tensions et l'intensité

- $u(t) = U_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$

avec $U_m = 5 \times 0,2 = 1V$ et $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10466,66\ rad/s$

=> $\boxed{u(t) = \cos(10466,66t - \frac{\pi}{3})}$

- $u_{BH}(t) = U_{Rm} \cos(\omega t)$ avec $U_{Rm} = 4 \times 0,1 = 0,4V$

=> $\boxed{u_{BH}(t) = 0,4 \cos(10466,66t)}$

$i(t) = \frac{U_{Rm}}{R} \cos(\omega t)$ => $\boxed{i(t) = 10^{-2} \cos(10466,66t)}$

$u_{DB}(t)$ peut avoir deux expression

$\boxed{u_{DB}(t) = r\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt}}$

=> $u_{DB}(t) = rI_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$\boxed{u_{DB}(t) = 10^{-1} \cos(10466,66t) + 0,29 \cos(10466,66t + \frac{\pi}{2})}$

ou

$\boxed{u_{DB}(t) = u_{DBmax} \cos(\omega t + \varphi')}$

- $U_{DBmax} = Z_{DB} \cdot I_{max}$ avec $Z_{DB} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = 30,47\Omega$

$U_{DBmax} = 0,304V$

avec $\boxed{\tan\varphi' = \frac{L\omega}{r} = 2,88}$ => $\varphi' = 1,23\ rad$

$\boxed{u_{DB}(t) = 0,3 \cos(10466,66t + 1,23)}$

- $u_{AB}(t) = u_c(t) = Z_c I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

avec $Z_c = \frac{1}{C\omega} = 115,11\Omega$ => $\boxed{u_{AB}(t) = 1,15 \cos(10466,66t - \frac{\pi}{2})}$

2.2.4. Représentation du diagramme de Fresnel.

$U_{BH} = \frac{U_{Rmax}}{\sqrt{2}} = \frac{0,4}{\sqrt{2}} = 0,28V$

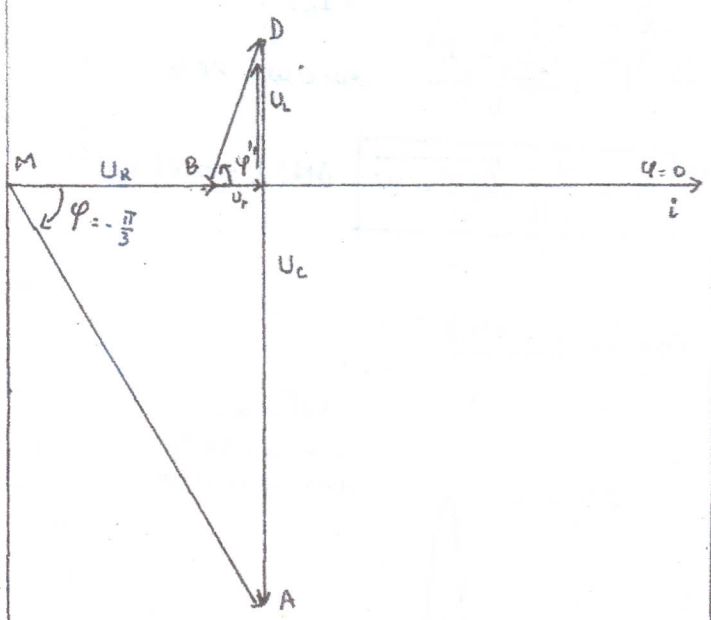
$U_{BD} = \frac{U_{BDmax}}{\sqrt{2}} = 0,21V$; $U_{AD} = \frac{1,15}{\sqrt{2}} = 0,81V$

$U_{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7V$

* chaque tension sera représentée par un vecteur de norme correspondant à sa valeur et d'angle orienté correspondant à sa différence de phase par rapport à l'intensité

- U_{PM} représentée par $\vec{MB}(2,8\,cm ; 0)$
- U_{DB} " " par $\vec{BD}(2,1cm ; 1,23)$
- U_{AD} " " $\vec{DA}\left(8,1 ; -\frac{\pi}{2}\right)$
- U_{AM} " " $\vec{MA}\left(7 ; -\frac{\pi}{3}\right)$

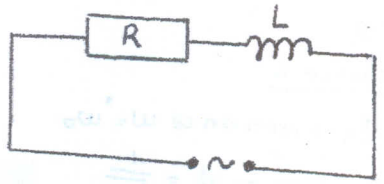
Représentation



Exercice 5

1.

1.1. Schéma du circuit



1.2

1.2.1. Calcul de l'impedance Z

$$Z = \frac{U}{I} \qquad U = 10V \quad I = 0,025A \Rightarrow Z = 400\,\Omega$$

1.2.2. Expression de Z en fonction de R, L, ω

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

1.2.3. Calcul de

a. l'inductance L :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + L^2\omega^2$$

$$\Rightarrow L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{Z^2 - R^2}$$

AN: $L = 0,126H$

b. la phase φ.

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R} \qquad \text{AN: } \varphi = 0,72 \text{ rad}$$

$\varphi > 0$

1.2.4. Expression de $i(t)$

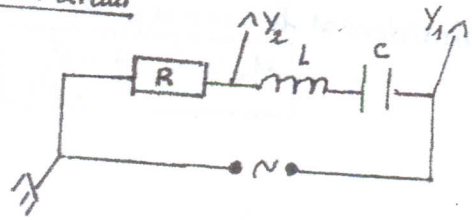
$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ car l'intensité est en retard sur la tension qui a pour expression $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

AN: $I_m = I\sqrt{2} = 0,034A$

$$i(t) = 0,034 \cos(1005,3t - 0,72)$$

2.

2.1. Schema du circuit



2.2.

2.2.1. Cette valeur N_0 correspond à la résonnance d'intensité

2.2.2. Calcul de

a. l'inductance L

$N = \frac{\omega}{2\pi}$ à la resonance $\omega = \omega_0$

ω_0 = pulsation propre $\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}}$

$L = 4.10^{-2} H$

b. l'intensité éfficace

$I = \frac{U}{Z}$ à la résonnance $Z = R$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{U}{R}}$ AN: $I = 0,04A$

C - tensions éfficaces

- $U_L = Z_L I = L\omega_0 I = 2\pi N_0 L I$

AN: $U_L = 15,99V \simeq 16V$

- $U_C = Z_C I = \frac{I}{C\omega_0} \Rightarrow U_C = 15,99V \simeq 16V$

- $U_R = Z_R I = RI \Rightarrow U_R = 12V$

2.2.3. Calcul du facteur de qualité Q

$\boxed{Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}}$ car $U_L = U_C$

AN: $Q = 1,33$

Calcul de la largeur de la bande passante ΔN

$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \Rightarrow \boxed{\Delta N = \frac{N_0}{Q}}$

AN: $\Delta N = 1196,99 Hz$

$\Delta N \simeq 1197 Hz$.

Exercice 6

1. Détermination de R et L

Considerons le montage a)

$\boxed{u_1 = RI + L\frac{di}{dt}}$

Ce montage fonctionne en régime permanent (generateur à courant continu) $\Rightarrow I = cste \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$\Rightarrow U_1 = RI_1 \Rightarrow \boxed{R = \frac{U_1}{I_1}}$ AN: $R = 20\Omega$

Considerons le montage b)

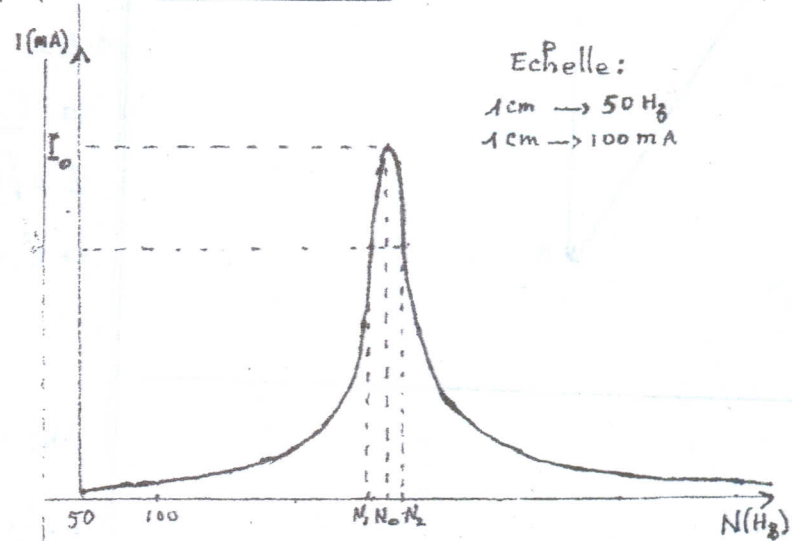
$Z = \frac{U_2}{I_2} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \Rightarrow \left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 = R^2 + L^2\omega^2$

$\Rightarrow L^2 = \frac{\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - R^2}{\omega^2}$ avec $\omega = 2\pi N$.

$\Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{2\pi N}\sqrt{\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - R^2}}$ AN: $L = 0,15 H$

2.

2.1. Courbe $I = f(N)$



2.2. Valeur N_0 correspondant à l'intensité maximale

La valeur maximale de l'intensité est 500mA

Ce qui correspond à la frequence $N_0 = 260 Hz$.

Ce phenomène correspond à la resonnance

N_0 = frequence de resonnance

2.3. Calcul de la tension efficace U_0

$Z = \frac{U_0}{I_0} \Rightarrow \boxed{U_0 = ZI_0}$ à la resonnance $Z = R$

$I_0 = 500mA = 0,5A$.

AN $U_0 = 10V$

Calcul de la capacité C

$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{4\pi^2 L N_0^2}}$

AN; $C = 2,5.10^{-6} F$

2.4. Détermination de la largeur de la bande passante ΔN (voir courbe)

La largeur de la bande passante est délimité par les fréquences N_1 et N_2 pour lesquelles

$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{500}{\sqrt{2}} = 353{,}55\,mA$ $\begin{cases} N_1 = 250\,Hz \\ N_2 = 270\,Hz \end{cases}$

$\boxed{\Delta N = N_2 - N_1}$ $\Rightarrow$ $\Delta N = 20\,Hz$.

Calcul du facteur de qualité Q

$\boxed{Q = \frac{N_0}{\Delta N}}$ AN: $Q = 13$

2.4.1. Ce facteur de qualité caractérise la sélectivité du circuit RLC

- Lorsque Q est élevé, la résonnance est dite aiguë le circuit est sélectif
- Lorsque Q est faible la résonnance est dite floue le circuit n'est pas sélectif.

2.4.2. Calculons la tension d'alimentation aux bornes du générateur

$U_0 = RI_0 = 10\,V$

Calculons la tension U_C aux bornes du condensateur

$U_C = Z_C I_0 \Rightarrow \boxed{U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}}$

$\boxed{U_C = \frac{I_0}{2\pi C N_0}}$ AN: $U_C = 122{,}42\,V$

on remarque que $U_C > U_0$ donc le condensateur fonctionne en surtension

Calculons $\frac{U_C}{Q} = \frac{I_0}{2\pi C N_0 Q} \not< U_0$.

on remarque aussi que $\frac{U_C}{Q} \not< U_0$

$\Rightarrow U_C \not< QU_0$ $\Rightarrow$ Q sert à corriger la surtension aux bornes du condensateur

Exercice 7

1. répondre par "vrai" et "faux"

1.1. vrai
1.2. faux
1.3. faux
1.4. faux

2. Expressions de Z_1, Z_2 et Z en fonction de R_1, R_2 L et ω

Z_1 = impedance liée au conducteur Ohmique

$\boxed{Z_1 = R_1}$

Z_2 = impedance liée à la bobine

$\boxed{Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (L\omega)^2}}$

Z = impedance du circuit

$\boxed{Z = \sqrt{(R_1+R_2)^2 + L^2\omega^2}}$

3.

3.1. Calcul

- de Z_1 $Z_1 = R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{5{,}6}{0{,}7} \Rightarrow Z_1 = 8\,\Omega$
- de Z_2 ; $Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{4{,}76}{0{,}7} \Rightarrow Z_2 = 6{,}8\,\Omega$
- de Z ; $Z = \frac{U}{I} = \frac{8{,}4}{0{,}7} \Rightarrow Z = 12\,\Omega$

3.2 Calcul de R_2 et L

$Z^2 = (R_1+R_2)^2 + L^2\omega^2$ et $Z_2^2 = R_2^2 + L^2\omega^2$

$\Rightarrow Z^2 - Z_2^2 = (R_1+R_2)^2 - R_2^2 = R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2 - R_2^2$

$Z^2 - Z_2^2 = R_1^2 + 2R_1R_2 \Rightarrow Z^2 - Z_2^2 - Z_1^2 = 2Z_1R_2$

$\Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^2 - Z_1^2}{2Z_1}}$

AN: $R_2 = 2{,}11\,\Omega$

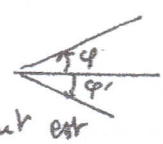
Calcul de L

$Z_2^2 = R_2^2 + L^2\omega^2 \Rightarrow L^2 = \frac{Z_2^2 - R_2^2}{\omega^2}$

$\boxed{L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_2^2 - R_2^2}}$ $\Rightarrow L = 0{,}02\,H$

3.3. $\tan\varphi = \frac{L\omega}{R_1+R_2} \Rightarrow \varphi = 0{,}66\,rad$

4.1.



$\varphi = -\varphi'$

$\Rightarrow \tan\varphi = -\tan\varphi'$

$\Rightarrow \frac{L\omega}{R_1+R_2} = -\frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{R_1+R_2}$

le circuit est capacitif

$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{2L\omega^2}}$ $\Rightarrow C = 253\,\mu F$

4.2 $P = U.I\cos\varphi = (R_1+R_2)I^2 \Rightarrow P = 4{,}95\,W$

REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANEES ET PROVOQUEE

Exercice 1

.La radioactivité d'un élement est la desintegration de son noyau instable en emettant d'un part des particules et d'autre part un rayonnement γ très energetique penetrant.

2. Complètons les équations des réactions

a. $^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}B + {}^{0}_{-1}e$

b. $^{12}_{7}N \longrightarrow {}^{12}_{8}C + {}^{0}_{-1}e$

c. $^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$

d. $^{107}_{48}Cd \longrightarrow {}^{107}_{47}Ag + {}^{0}_{+1}e$

3.1 Determination de A et Z

$^{234}_{92}U \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{230}_{90}Th$

$234 = A + 230 \Rightarrow A = 234 - 230 \Rightarrow A = 4$

$92 = Z + 90 \Rightarrow Z = 92 - 90 \Rightarrow Z = 2$

X = particule α $\left({}^{4}_{2}He\right)$

3.2. Il s'agit d'une radioactivité α

4. Désintégration du phosphore

4.1. $^{32}_{15}P \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{32}_{16}S$

4.2 Période radioactive

4.2.1. Définition

La période radioactive T ou demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement presents dans un échantillon a été desintegré il en reste $N = \frac{N_0}{2}$

4.2.2. Calcul de λ.

Dans un échantillon radioactif, le nombre N de noyau restant est tel que $N = N_0 e^{-\lambda T}$

à la demi-vie $N = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$

$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T \Rightarrow$ de 126

$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T}}$ avec $T = 14{,}3 \times 24 \times 3600$

$T =$

AN : $\lambda =$

Exercice 2

1. Equations de desintegration

$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{208}_{82}Pb$ $\begin{cases} A = 208 \\ Z = 82 \end{cases}$

$^{208}_{82}Pb \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{208}_{83}Bi$ $\begin{cases} A = 208 \\ Z = 83 \end{cases}$

2 Calcul du nombre de desintegrations α et β^-

Soi x = nbre de desintegration α

y = nombre de desintégrations β^-

pour passer de $^{238}_{92}U$ à $^{206}_{82}Pb$

$\Rightarrow 4x + 0y = 238 - 206 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$

$2x - 1 \times y = 92 - 82 \Rightarrow 2 \times 8 - y = 10 \Rightarrow y = 6$

il faut 8 desintegrations de Type α et 6 desintegrations de type β^-

Exercice 3

1. Equation de desintegration de type α

$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}X$

dans le tableau $X = {}_{86}Rn$

2. Equation de désintegration β^- de $^{212}_{82}Pb$

$^{212}_{82}Pb \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{212}_{83}X \quad X = {}_{83}Bi$

3. Calcul du nombre de noyau non desintegré

- au bout de 11 jours

on a la periode T = 11 jours = temps au bout duquel la moitié de l'echantillon reste.

$\Rightarrow \boxed{N' = \frac{N}{2}}$

- au bout de 22 jours

il y a un ajout de 11 jours = T

$\Rightarrow \boxed{N'' = \frac{N'}{2} = \frac{N}{4}}$

au bout de 33 jours

il y a un ajout de 11 jours = T

$N''' = \frac{N''}{2} = \frac{N'}{4} = \frac{N}{8} \Rightarrow \boxed{N''' = \frac{N}{8}}$

Exercice 4

1. Equation de la desintegration du noyau de polonium

Le numero atomique du polonium est Z = 84 (d'après le tableau)

sa desintegration emet des particule α (^4_2He)

$$^{210}_{4}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}X \Rightarrow (X = {}^{206}_{82}Pb)$$

$$\boxed{^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb}$$

2. Etude de la desintegration du polonium

2.1. Periode radioactive

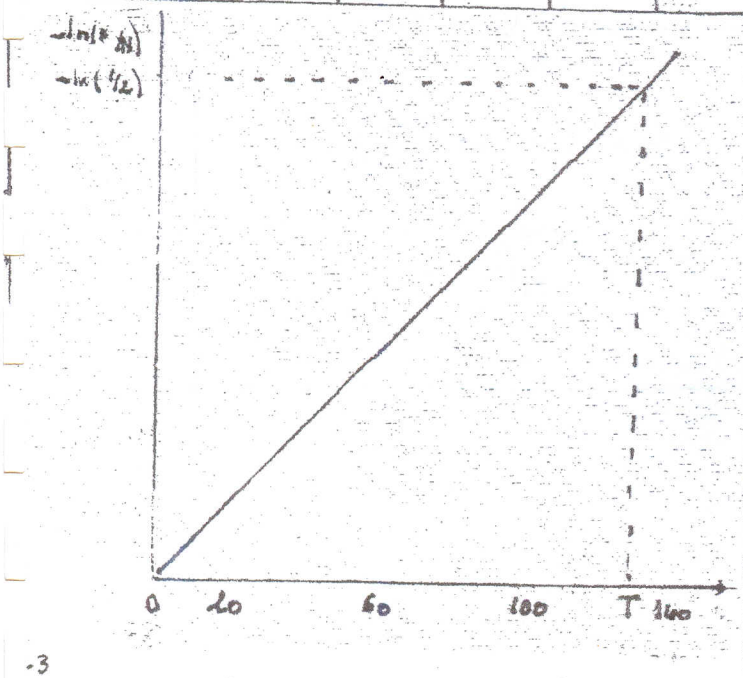
C'est la durée T au cours de laquelle la moitié des noyaux initialement presents dans un échantillon a été desintegré et il en reste $N_t = \frac{N_0}{2} \Rightarrow N_t/N_0 = 0,5$

ici $0,55 < N_2/N_0 < 0,47 < N_1/N_0 < 0,55$

$\Rightarrow \boxed{120j < T < 150j}$

2.2. Courbe $-\ln(N/N_0) = f(t)$

t (jours)	0	40	80	100	120	150
$-\ln(N/N_0)$	0	0,20	0,40	0,50	0,60	0,75



2.3 T correspond à $N = N_0/2 \Rightarrow N/N_0 = \frac{N_0}{2N_0} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ T correspond à $-\ln(1/2) \Rightarrow T = 138 \pm 1$ jour

2.4 Valeur de la constante radioactive λ

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T(s)}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{138 \times 24 \times 3600}$$

127

Exercice 5

1. Definition de l'activité d'un nucléide

L'activité d'une substance radioactive est le nombre de desintegration par seconde.

elle notée $\boxed{a = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t}}$ avec $a_0 = \lambda N_0$

elle s'exprime en becquerel (Bq)

2. Equation de la reaction nucléide

$$^{87}_{37}Rb \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{87}_{38}Sr$$

avec $A = 87 - 87 = 0$ et $Z = 37 - 38 = -1$

$\Rightarrow$ X = particule β^- ($^0_{-1}e$)

$$\boxed{^{87}_{37}Rb \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{87}_{38}Sr}$$

C'est une radioactivité β^-

3. Activité de 1g du noyau Rb

$\boxed{a_0 = \lambda . N_0}$ N_0 = nombre de noyau dans 1g.

$N_0 = \frac{m}{M} . \mathcal{N} \Rightarrow a_0 = \frac{\lambda . m . \mathcal{N}}{M}$ $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

$\Rightarrow \boxed{a_0 = \frac{m . \mathcal{N} . \ln 2}{M . T}}$ AN : $a_0 = \frac{1.6,02.10^{23}.\ln 2}{87 \times 47.10^9 \times 365 \times 3600}$

$a_0 = 7766 2,16$ Bq

Exercice 6

1. Equation de la réaction

$$^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}X$$

Nature de X : $X = {}^{1}_{0}n$ X est un neutron

ici nous avons appliqué la conservation du nombre de masse A et la conservation de la charge Z

2. Calcul du défaut de masse

$\Delta m = [m(^{30}_{15}P) + m_x] - [m(^{27}_{13}Al) + m(^{4}_{2}He)]$

$= (29,9764 + 1,0085)u - (26,9744 + 4,0015)u$

$\Delta m = 0,007u$

$\Delta m > 0$ Cette réaction consomme de l'énergie

Calcul de l'énergie consommée

$E = \Delta m C^2$

$E = 0,007 \times 931,5$

$E = 6,52$ MeV

xercice 7

Calcul en MeV de l'energie de liaison du noyau 'uranium

$E_\ell = \Delta m\, c^2$

wec $\Delta m = (Z m_p + N m_N) - m_1$

$A = Z + N \Rightarrow N = A - Z = 235 - 92 = 143$

$E_\ell = [92 \times 1,00728\,u + 143 \times 1,00866\,u] - 235,04394\,u]\, c^2$

$E_\ell = 1,8642\,u \cdot c^2 \Rightarrow E_\ell = 1735,57$ MeV

L'energie de liaison par nucléide

L'energie de liaison par nucléide est $\frac{E_\ell}{A}$

$\frac{E_\ell}{A} = \frac{1735,57}{235} \Rightarrow \frac{E_\ell}{A} = 7,385$ MeV/nucléide

1. Valeurs de x et y.

$235 + 1 = x + 142 + 3 \Rightarrow x = 236 - 145$

$\Rightarrow x = 91$

$92 = 40 + 58 - y \Rightarrow y = 40 + 58 - 92$

$y = 6$

2. La variation de masse du système

$\Delta m = (m_{Zr} + m_{Ce} + 3m_n + 6m_e) - (m_U + m_n)$

$\Delta m = [(90,90565 + 141,90931 + 3 \times 1,00866 + 6 \times 5,5 \cdot 10^{-4}) - 235,04394 + 1,00866)]\,u$

$\boxed{\Delta m = -0,20836\,u}$

Déduisons l'énergie libérée

$\boxed{E = \Delta m\, c^2} \Rightarrow E = -0,20836 \times 931$

$E = -193,98$ MeV

2.3.

γ est un rayonnement electromagnetique très pénétrant

Interpretation de sa formation

Le noyau fils se trouvant dans son état excité, revient dans son état fondamental en émettant un rayonnement electromagnetique γ

3.

3.1. Equation nucleaire

$$^{238}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{239}_{92}U$$

3.2. Détermination de x et y

$$^{239}_{92}U \longrightarrow {}^{239}_{93}X + {}^{0}_{-1}e$$

donc X est le Neptunium (Np)

$$^{239}_{93}Np \longrightarrow {}^{239}_{94}Y + {}^{0}_{-1}e$$

donc Y = le plutonium (Pu)

$$\Rightarrow {}^{239}_{93}Np \longrightarrow {}^{239}_{94}Pu + {}^{0}_{-1}e$$