Exercice 1

Un solide (S) de masse m est lancé de A (qu'on prend comme origine des espaces), en haut d'un plan incliné infiniment long, avec une vitesse initiale $\vec{v}_A$. L'angle que fait le plan avec la verticale est noté α. Le solide glisse selon la ligne de plus grande pente de ce plan. Le contact solide-plan se fait avec des frottements équivalents à une force unique $\vec{f}$, parallèle à la ligne de plus grande pente du plan et de sens opposé à celui du mouvement.

1) Donne l'énoncé du théorème du centre d'inertie ($2^{ème}$ loi de Newton).
2) Fais à l'aide d'un schéma le bilan des forces qui s'exercent sur le solide.
3) En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide (S), détermine en fonction de α, f, g et m, l'expression de l'accélération du centre d'inertie du solide puis calcule sa valeur numérique.
4) En prenant pour origine des dates, la date où le solide a été lancé, détermine la loi horaire du mouvement.

On donne : $m = 3\ kg$; $f = 9\ N$; $v_0 = 7\ m.s^{-1}$; $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$; $\alpha = 60°$.

Top Exos Physique

Chérif H
Keita

Le Mouvement du centre d'inertie (T S E)

Exo1:

Indices:

$m = 3\ kg$

$f = 9\ N$

$\vec{v_0} = 7\ m.s^{-1}$

$g = 9,8\ N/kg$

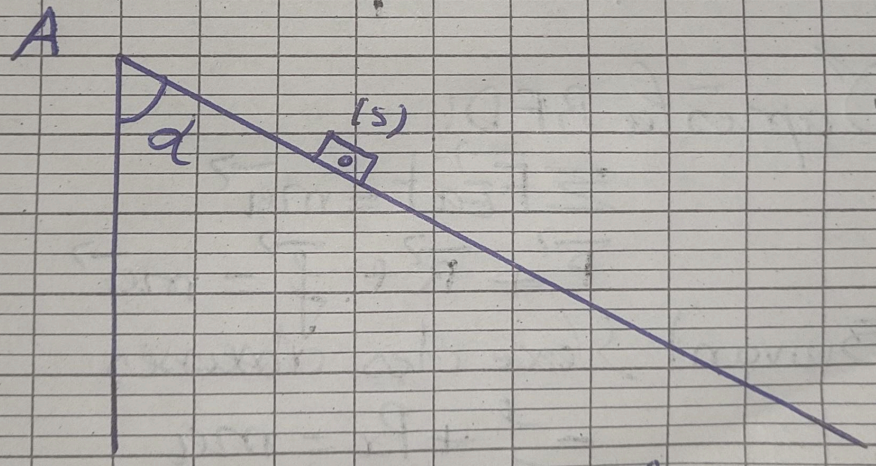
$\alpha = 60°$

Plan inliné infiniment long donc $\ell \longrightarrow \infty$

Figure:

Remarque

$AB = \ell \longrightarrow \infty$



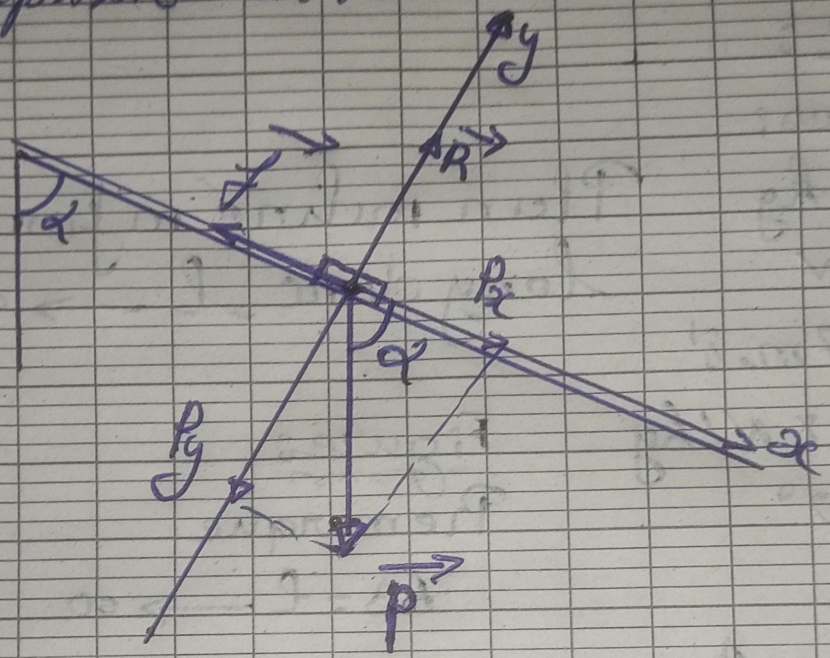
1.) Donnons l'énoncé du théorème du Centre d'inertie (2 ème loi de Newton)

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

2. bilan des forces qui s'exercent sur (S)

Le solide est soumis à $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{f}$

3. En appliquant T.C.I, déterminons l'expression de l'accélération a:



D'après le RFD:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

Suivant l'axe des abscisses

$$-f + Px = ma$$

Recherche de Px

$$\cos\alpha = \frac{P_x}{P}$$

$P_x = mg\cos\alpha$

donc

$$ma = -f + mg\cos\alpha$$

$$\left\{ a = g\cos\alpha - \frac{f}{m} \right\}$$

AN $\begin{cases} g = 9,8\ m.s^{-2} \\ \alpha = 60° \\ f = 9N \end{cases}$ $\quad a = 1,9\ m.s^{-2}$

4) Déterminons la loi horaire du mouvement:

$a = cste$ donc le mvt est R.U.A

Donc $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_A$

à $t = 0$; $x_A = 0$

Alors:

$$x(t) = \frac{1}{2}(1,9)t^2 + 7t + 0$$

$$x(t) = 0,95t^2 + 7t \quad (m)$$

Exercice 2

On réalise un essai de freinage sur piste horizontale rectiligne d'un véhicule de masse $m = 1300$ kg. Lors d'un parcours $AB = 68{,}75$ m, on registre en A une vitesse $V_A = 108\ km.h^{-1}$ et en B une vitesse $V_B = 90\ km.h^{-1}$.

L'ensemble des forces résistantes est équivalent à une force de freinage unique $\vec{f}$ de valeur f constante, de sens opposé à la vitesse.

1) a) Enonce le théorème de l'énergie cinétique.
   b) En déduis la valeur f de la force de freinage et la distance AC nécessaire pour obtenir l'arrêt du véhicule.
2) a) En utilisant le théorème du centre d'inertie, montre que l'accélération du véhicule a pour valeur $a = 2\ m.s^{-2}$.
   b) Quelle est la nature du mouvement du véhicule ?
3) On choisit comme origine des espaces le point A et comme origine des dates l'instant de passage en A.
   a) Donne les expressions littérales et numériques de la vitesse du véhicule et de son équation horaire.
   b) Déduis de ces expressions la date de passage en B et la durée nécessaire pour obtenir l'arrêt du véhicule.

Exo 2 : essai de freinage

Indices :

$AB = 68,75\ m$

$v_A = 108\ km.h^{-1} = 30\ m.s^{-1}$

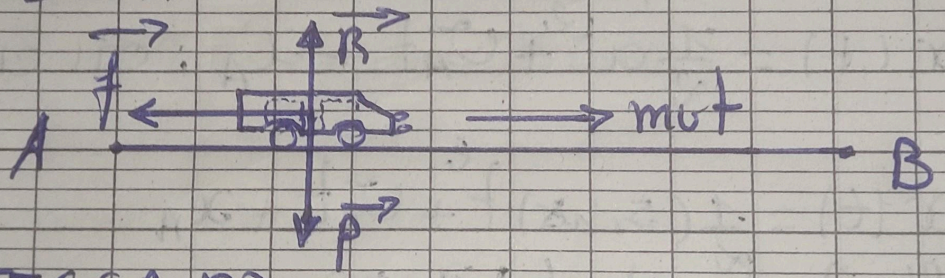
$v_B = 90\ km.h^{-1} = 25\ m.s^{-1}$

Le système est non conservatif :
D'après l'énoncé le véhicule s'arrête à C donc $v_C = 0\ m.s^{-1}$

1.a) Enonçons

TEC : $\Delta E_C (\quad) = \sum W F_{ext} (\quad)$

b. déduisons la valeur de f et la distance AC nécessaire pour obtenir l'arrêt du véhicule.



TEC (A;B)

$\Delta E_C (A;B) = \sum W \vec{F}_{ext} (A,B)$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W_{\vec{P}}(A,B) + W_{\vec{R}}(A,B) + W_{\vec{f}}(A,B)$

$W_{\vec{P}}(A,B) = 0$ (car $h = 0$)

$W_{\vec{R}}(A,B) = 0$ (car $\vec{R}$ est toujours $\perp$ au mvt)

$W_{\vec{f}}(A,B) = -f \times AB$

Donc

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -f\,AB$$

$$\frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2) = -f\,AB$$

$$\left\{ f = -\frac{m(V_B^2 - V_A^2)}{2AB} \quad (N) \right\}$$

AN

$m = 1300\ kg$

$V_B = 25\ m.s^{-1}$

$V_A = 30\ m.s^{-1}$

$AB = 68{,}75\ m$

$$\left\{ f = 2600\ N \right\}$$

. La distance AC

Le véhicule s'arrête en C (V_C)

Appliquons TEC (A; C)

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -f \times AC$$

$V_C = 0$

alors : $-\frac{1}{2}mV_A^2 = -f\,AC$

$$\boxed{AC = \frac{mV_A^2}{2f}\ (m)}$$

AM | $m = 1300\ kg$
| $v_A = 30\ m.s^{-1}$
| $f = 2600\ N$

$AC = 225\ m$

2) a. En utilisant T. C. I

Montrons que l'accélération du véhicule a pour valeur $a = 2\ m.s^{-2}$

BFD :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Suivant le mouvement

$$-f = ma$$

$$f = m|a|$$

$$|a| = \frac{f}{m}$$

$$|a| = \frac{2600}{1300} = 2$$

$$\{|a| = 2\ m.s^{-2}\}$$

b/ La nature du mouvement est rectiligne uniformément varié (décéléré)

3. à $t = 0$ le véhicule se trouve en A, $x_A = x_0 = 0$

a. ② Donnons les expressions de la vitesse et de son équation horaire

$v = at + v_A$

$v = -2t + 30$ $m.s^{-1}$

$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_A t + x_A$; $\begin{cases} v_A = 30 \\ x_A = 0 \end{cases}$; $a = -2$

$x(t) = -t^2 + 30t$ m

b. ② Déduisons la date de passage en B et la durée pour obtenir l'arrêt du véhicule:

Pour B:

$x_B = -t^2 + 30t$

$-t^2 + 30t - x_B = 0$

$-t^2 + 30t - 68,75 = 0$

$\sqrt{\Delta} = 25$

$t_1 = \frac{-30 - 25}{2(-1)} \Rightarrow t_1 = 27,5$ s

$t_2 = \frac{-30+25}{-2} = 2,5$

$t_2 = 2,5$

Donc $t_B = t_2$

$t_B = 2,5$ s

Autre methode:

$v_B = at + 30$

$v_B = -2t + 30$

$t = \frac{25-30}{-2}$

$t_B = 2,5$ s

La durée pour obtenir l'arrêt:

$v_c = at + 30$

$v_c = -2t + 30$

$t = \frac{v_c - 30}{-2}$; $v_c = 0$ (Arrêt)

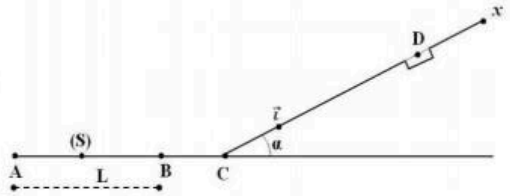
$t = \frac{0 - 30}{-2}$

$t = 15$ s

Exercice 3

Dans tout l'exercice, on suppose que les frottements sont négligeables. On donne g = 10 m/s^2.
Une piste de jeu de kermesse est constituée de deux parties :
- la partie AC est horizontale ;
- la partie CD de longueur $l = 1$ m, fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

Pour gagner, le joueur doit faire arriver le solide (S) de masse m = 5 kg dans le réceptacle en D en partant du point A.
Un élève de Terminale pousse le solide (S) à partir du point A sur une distance L = AB = 4,5 m, en exerçant une force constante et horizontale pendant une durée Δt = 3 s. Le solide part du point A sans vitesse (voir figure ci-dessous).



I/ Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet AB

Le mouvement du solide sur le trajet AB est uniformément accéléré.
1) Détermine la valeur algébrique a de l'accélération du mouvement du solide (S).
2) Calcule la valeur de la vitesse au point B.
3) Fais l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide (S) et représente les sur un schéma.
4) Détermine la valeur de la force.

II/ Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet BC

Au point B, l'action de la force cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne.
1) Fais l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.
2) Détermine la nature du mouvement de (S) en appliquant le théorème du centre d'inertie.
3) En déduis la vitesse du mouvement du solide au point C.

III/ Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet CD

Le solide (S) aborde le trajet CD avec la vitesse de valeur $v = 3$ m/s et s'arrête en un point D'.
L'accélération du mouvement est notée
1) Fais l'inventaire des forces extérieures appliquées au solide et les représenter sur un schéma.
2) Détermine :
   a) la valeur algébrique de l'accélération du mouvement en fonction de α et g ;
   b) la nature du mouvement.

3) Détermine la longueur $l' = CD'$.
4) Dis si l'élève a gagné à ce jeu. Justifie la réponse.

Exercice 3: jeu de kermesse

Inclite

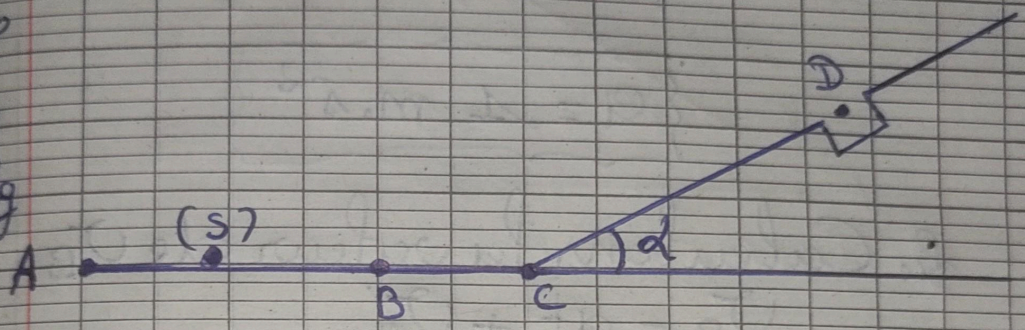
$v_A = 0$ $L = AB = 4,5\ m$

$\Delta t = 3\ s$

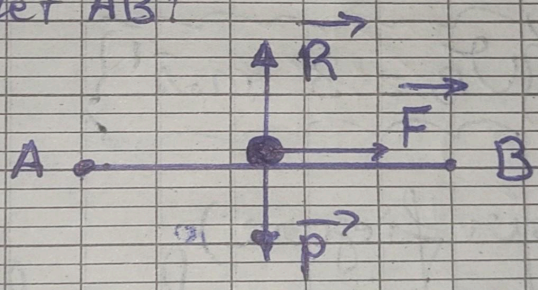
$\alpha = 30°$

$l = 1\ m$

$m = 5\ kg$



I/ Etude du mouvement du solide (S) sur le trajet AB:



1) ② déterminons a:

Le mouvement est R.U.A

donc $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_A t + x_A$

$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_A t + x_A$

$x_B - x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_A t$; $v_A = 0$

$x_B - x_A = AB$

Alors $AB = \frac{1}{2}at^2$

$$a = \frac{2AB}{t^2} \quad m.s^{-2}$$

AN $\quad a = \frac{2 \times 4,5}{3^2}$

$$\boxed{a = 1 \ m.s^{-2}}$$

2. Calculons la valeur de v_B.

$$v_B = at + v_A$$

$$v_B = (1 \times 3) + 0$$

$$\boxed{v_B = 3 \ m.s^{-1}}$$

3. (Voir figure)

4. Déterminons la valeur de la force

D'après RFD

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

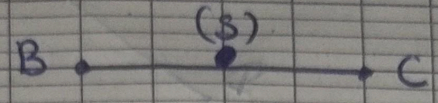
Suivant $\vec{AB}$

$$F = ma$$

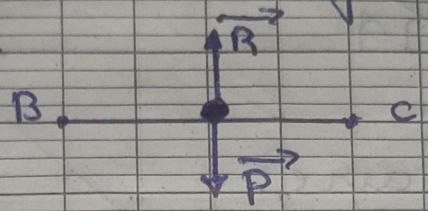
$$= 5 \times 1$$

$$\boxed{F = 5 \ N}$$

II / Trajet BC



1) Inventaire des forces :



2) Déterminons la nature du mouvement

RFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{BC}$

$0 = ma$

$a = 0$ le mouvement est R.U donc la vitesse est cste

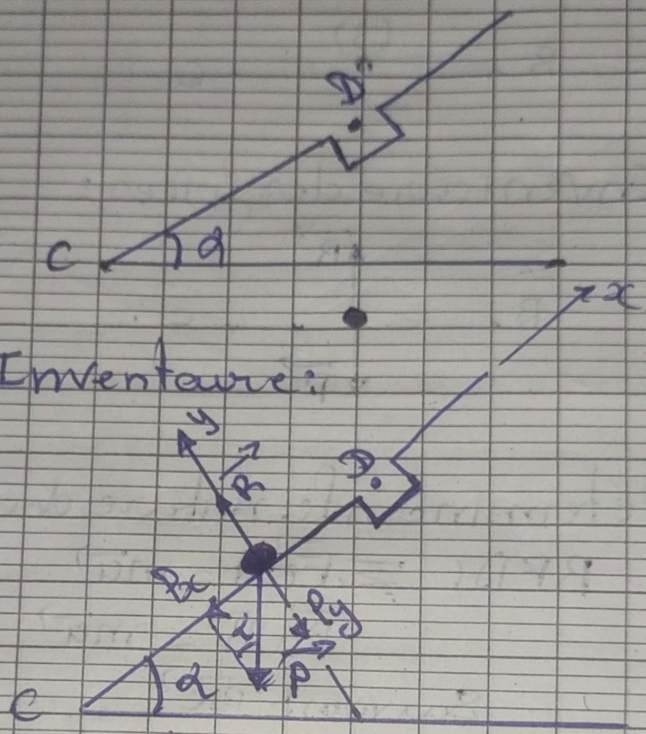
3) Déduisons v_C

$v_C = v_B$

$v_C = 3 \ m.s^{-1}$

III / Etude du mouvement du solide (S)

Sur le trajet CD



1) Inventaire :

2) a- Expression algébrique de a

D'après le PFD :

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Suivant $\vec{CD}$ $\quad -P_x = ma$

or $P_x = mg\sin\alpha$

$-mg\sin\alpha = ma$

$$a = -g\sin\alpha$$

b- La nature : R.U.D

3) ⓐ Déterminons la longueur $l' = CD'$

Remarque $v_{D'} = 0$

TEC(C, D)

$$\frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$$

$$\begin{cases} W_{\vec{R}} = 0 \quad ; v_D = 0 \\ W_{\vec{P}} = -mgh \quad ; h = l' \sin\alpha \end{cases}$$

Ainsi on obtient:

$$-\frac{1}{2}mv_C^2 = -mgl' \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}v_C^2 = gl' \sin\alpha$$

$$l' = \frac{v_C^2}{2g \sin\alpha}$$

$$l' = CD' = \frac{3^2}{2 \times 10 \times \sin 30}$$

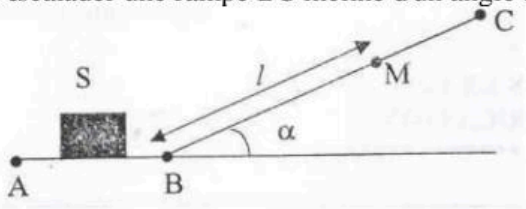
$$\underline{l' = CD' = 0,9 \approx 1}$$

$$\underline{\{l' = 1\ m\}}$$

4) Oui, puisque $l = l'$

Exercice 4

Un jeu de fête foraine consiste à pousser un solide S, de masse m = 5,0 kg, sur une glissière AB afin qu'il puisse grâce à l'énergie cinétique reçue escalader une rampe BC incliné d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale.



Lors de cette escalade, les frottements sont équivalents à une force f, parallèle à la rampe inclinée dirigée en sens contraire du mouvement et de valeur constante $f = 5,0$ N.

A la fin de la période de lancement (passage en B) l'énergie cinétique acquise par le solide S est égale à 90J

l) a) Quel référentiel doit-on choisir pour faire cette étude ?

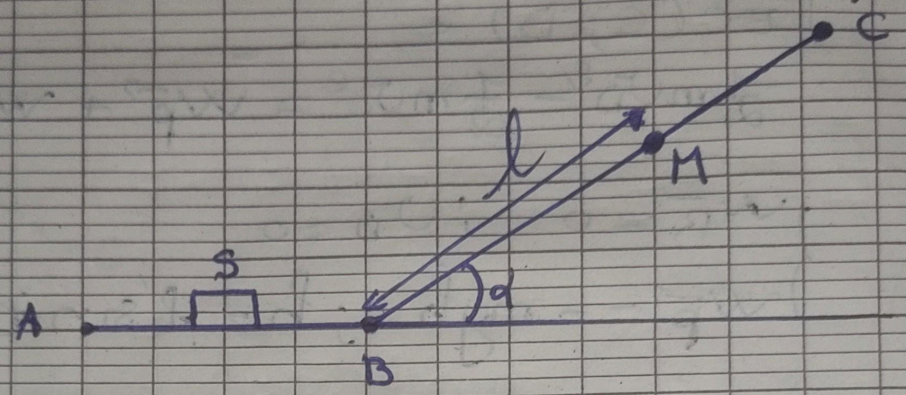
b) Enonce le théorème de l'énergie cinétique pour un solide de masse m en translation.

2) Evalue la variation d'énergie cinétique entre les points B et M (point auquel le solide s'arrête à cause des frottements)

3) a) Fais sur un schéma clair le bilan des forces extérieures appliquées au solide.

b) Quelle distance (BM = l) le centre d'inertie du solide peut-il parcourir sur la rampe BC avant de s'arrêter à cause des frottements ? On donne : g = 9,8 m/s^2.

Exo4: fête foraine



Indices:

$m = 5\ kg$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 90\ J$.

$\alpha = 30°$

$f = 5\ N$

1) a- Le référentiel : terrestre (galiléen)

b) Enonçons le théorème

$$\Delta E_c(\ ) = \sum W\vec{F}_{ext}(\ )$$

2.) Evaluons la variation de l'énergie entre les points B et M.

$v_M = 0$ (D'après l'énoncé)

~~$\Delta E_c(B;M) = \sum W\vec{F}_{ext}(B,M)$~~

~~$\Delta E_c(B;M) = W_p(B;M) + W$~~

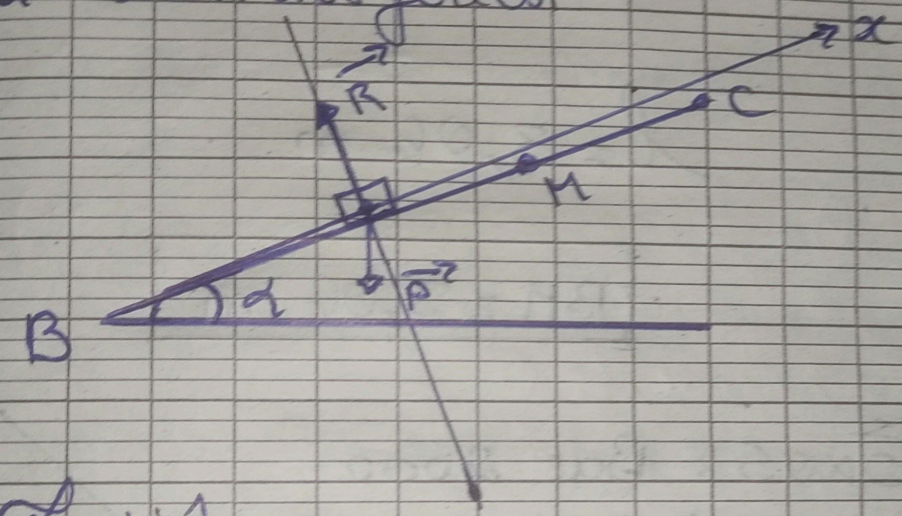
$v_M = 0 \Rightarrow E_{c_M} = 0$

$\Delta E_c(B;M) = E_{c_M} - E_{c_B}$

$= -E_{c_B}$

$\boxed{\Delta E_c(B;M) = -90}$

3) a- bilan des forces



b) la distance BM

$\Delta E_c(B;M) = \sum W_{\vec{F}ext}(B;M)$

$= W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_{\vec{f}}(B;M)$

$\Delta E_c(B;M) = -mgh - fx\ell$

$\sin\alpha = \frac{h}{\ell} \Rightarrow h = \ell\sin\alpha$

$\Delta E_c(B;M) = -mg\ell\sin\alpha - f\ell$

$-90 = -mg\ell\sin\alpha - f\ell$

$90 = mg\ell\sin\alpha + f\ell$

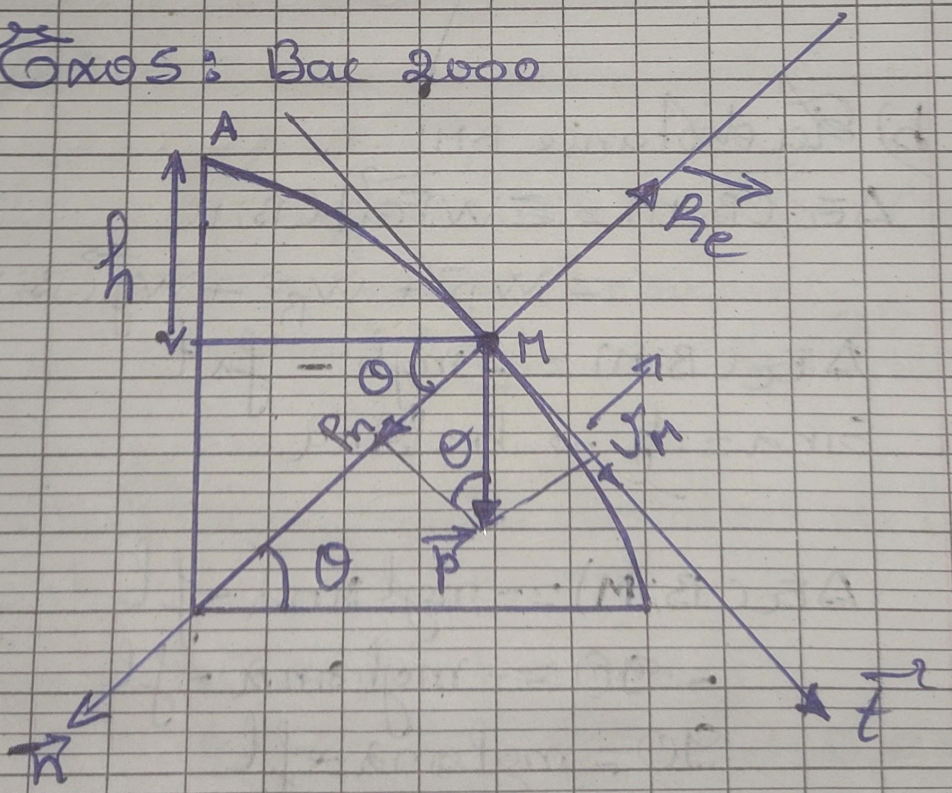
$$l = \frac{90}{mg\sin\alpha + f}$$

$$l = \frac{90}{5\times 9{,}8\times \sin 30 + 5}$$

$$l = 3{,}06 \text{ m}$$

$$\boxed{BM = 3{,}06 \text{ m}}$$

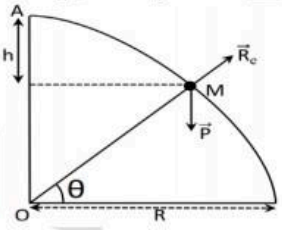
Exo5 : Bac 2000



Exercice 5

Un solide S de petite dimension de masse 10 g assimilable à un point matériel, placé au sommet A d'une sphère de rayon $R = 1$ m. On déplace légèrement le point matériel de sorte qu'il quitte la position A avec une vitesse nulle, puis glisse sans frottement le long de la sphère.

1) La position du mobile étant repérée par l'angle θ, exprime le module du vecteur vitesse en fonction de θ, avant que le point matériel, ne quitte la sphère.
2) Exprime en fonction de θ, le module de la réaction $\vec{R}_0$ exercée par la sphère sur le point matériel. En déduis la valeur de l l'angle θ, lorsque le point matériel quitte la sphère. Quelle est alors sa vitesse ? On prendra $g = 10$ m/s^2.



Exercice 6

Remarque : $P_n = mg\sin\theta$:

$h = R(1-\sin\theta)$

1) Exprimons v_M

TEC(A;M)

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{\vec{P}}(A;M) + W_{\vec{R}}(A;M)$

$\begin{cases} W_{\vec{P}}(A;M) = mgh = mgR(1-\sin\theta) \\ W_{\vec{R}}(A;M) = 0 \end{cases}$

$v_A = 0$

$\frac{1}{2}mv_M^2 = mgR(1-\sin\theta)$

$v_M = \sqrt{2gR(1-\sin\theta)}$

$\boxed{v_M = \sqrt{2g(1-\sin\theta)}} \ (m.s^{-1})$

2) Exprimons $\vec{R_0}$

a) après la RFD

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R_0} = m\vec{a}$

~~Sont les mêmes~~

Suivant $\vec{n}$

$P_n - R_0 = ma_n$; $a_n = \frac{v_M^2}{R}$

$$R_0 = P_n - m\frac{v_M^2}{R}$$

$$R_0 = mg\sin\theta - \frac{m}{R}(2g(1-\sin\theta))$$

$$= mg\sin\theta - \frac{m}{R}[2gR(1-\sin\theta)]$$

$$= 3mg\sin\theta - 2mg$$

$$R_0 = mg(3\sin\theta - 2) \quad (N)$$

La valeur de θ

Le point matériel quitte si $R_0 = 0$

$R_0 = 0 \Rightarrow mg(3\sin\theta - 2) = 0$

$3\sin\theta - 2 = 0$

$\sin\theta = \frac{2}{3}$

$\theta = \sin^{-1}(2/3)$

$\theta = 42°$

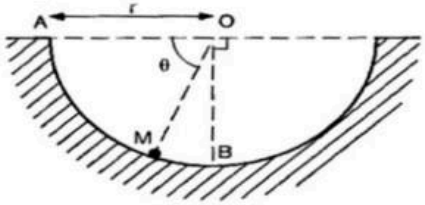
La vitesse au point M

$v_M = \sqrt{2g(1-\sin\theta)}$

$v_M = 2{,}57 \ m.s^{-1}$

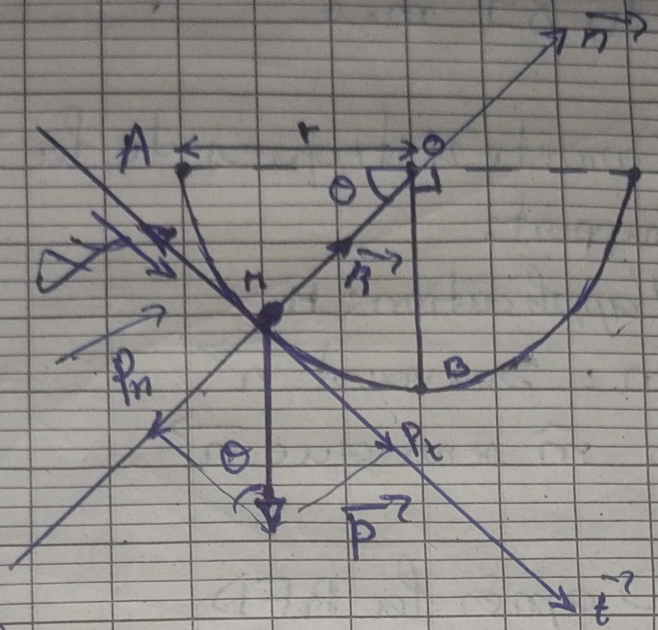
Exercice 6

Un solide S, assimilable à un point matériel de masse m = 10 g, peut glisser à l'intérieur d'une demi-sphère de centre O et de rayon $r = 1{,}2$ m. On le lâche du point A sans vitesse initiale. Sa position à l'intérieur de la demi-sphère est repérée par l'angle θ.



1) On admet que solide S glisse sans frottement. On donne g = 10 m/s^2.
   a) Exprime sa vitesse au point M en fonction de g, r et θ. Calcule sa valeur numérique au point B.
   b) Quelles sont, en M, les caractéristiques de la force exercée par la demi-sphère sur le solide ?
   Exprime son intensité en fonction de g, r et θ. Calcule sa valeur numérique au point B.
2) En réalité le solide arrive en B avec une vitesse de 4,5 m. s^{-1}. Il est donc soumis à force de frottements $\vec{f}$ dont on admettra qu'elle est de même direction que la vitesse $\vec{v}$ du mobile, mais de sens opposé et d'intensité constante.
   En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calcule l'intensité de cette force $\vec{f}$.

Exo 6:



1) Le système est conservatif

a. Exprimons v_M

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh$

$h = r\sin\theta$

$v_A = 0 \ m.s^{-1}$

Alors $\frac{1}{2}mv_M^2 = mgr\sin\theta$

$$\boxed{v_M = \sqrt{2gr\sin\theta} \quad (m.s^{-1})}$$

b. Calculons sa valeur en B

en B: $\theta = 90 \Rightarrow \sin\theta = 1$

$v_B = \sqrt{2gr} = \sqrt{2 \times 10 \times 1,2}$

$v_B = 4,89 \ m.s^{-1}$

b. Les caractéristiques de la réaction du support :

point d'application : M

direction : suivant $\vec{n}$

sens : $\vec{n}$ sens que $\vec{n}$

valeurs

D'après la RFD

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{n}$

$R - P_n = ma_n$

$R = m\frac{v_M^2}{r} + P_n$

$= \frac{m}{r}[2gr\sin\theta] + mg\sin\theta$

$= 2mg\sin\theta + mg\sin\theta$

$\sum R = 3mg\sin\theta \quad (N)$

Au point B : $\theta = 90° \Rightarrow \sin 90 = 1$

$R_B = 3mg$

$R_B = 3 \times 0,01 \times 10$

$R_B = 0,3$ (M)

2) En réalité $V_B = 4,5\ m.s^{-1}$; le système est non conservatif
Calculons l'intensité de cette force $\vec{f}$

$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgr\sin\alpha - f \overline{AB}$

$\overline{AB} = r \times \frac{\pi}{2}$

Alors $\frac{1}{2} m V_B^2 - \cancel{\frac{1}{2} m V_A^2}^{\,0} = mgr\sin\alpha - f r \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2} m V_B^2 = mgr\sin\alpha - f r \frac{\pi}{2}$

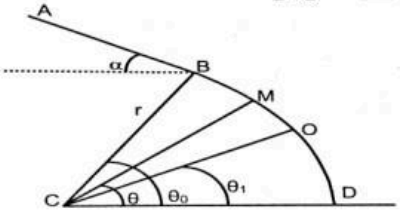
$f = \frac{mgr\sin\alpha}{\frac{\pi}{2} r} - \frac{m V_B^2}{2 \times \frac{\pi}{2} r}$

$f = \frac{0,01 \times 10 \times 1,2}{\frac{\pi}{2} \times 1,2} - \frac{0,01 \times (4,5)^2}{2 \times \frac{\pi}{2} \times 1,2}$

$f = 1,74 \cdot 10^{-4}\ N$

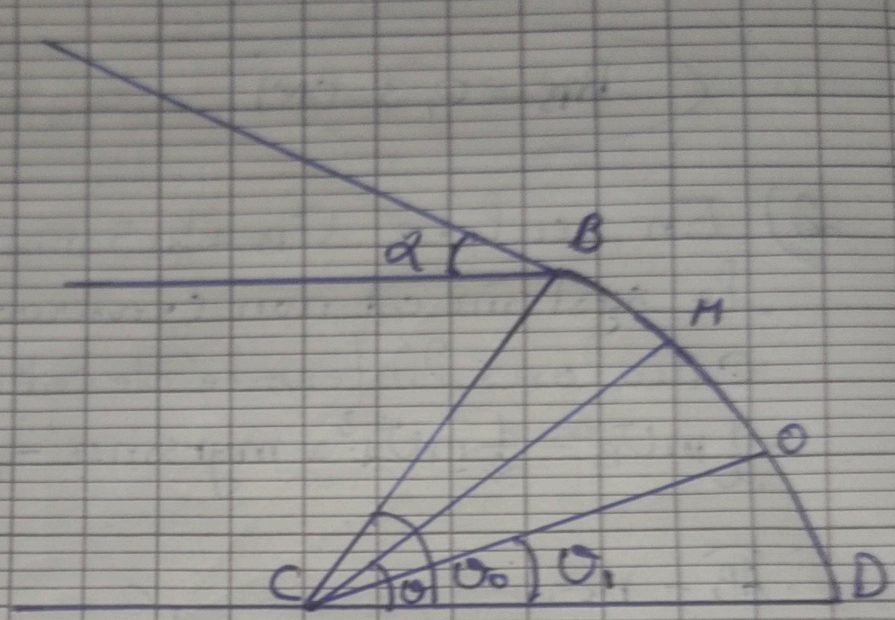
Exercice 8

Une glissière est formée de deux parties : un plan AB incliné de $\alpha = 30^{\circ}$ par rapport à l'horizontale, de longueur $\ell = 2{,}5$ m et une portion de cercle BD, de centre C, de rayon $r = 5$ m et d'angle $\theta_0 = \left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}}\right) = 60^{\circ}$. Dans tout le problème on prendra $g = 10\ \text{m.s}^{-2}$ et on considérera les frottements négligeables.



1) Un solide ponctuel de masse m=100 g quitte A sans vitesse initiale.
   Exprime et calcule la vitesse V_B du solide au point B.
2) Le solide aborde la partie circulaire de la glissière avec la vitesse V_B.
   Exprime, pour un point M du cercle tel que $\theta = \left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}}\right)$, la vitesse V_M en fonction de V_B, r, g, θ_0 et θ.
3) Exprime la réaction R de la glissière au point M en fonction de V_B, r, g, m, θ_0 et θ.
4) a) Montre que le solide quitte la piste circulaire en un point O tel que $\theta_1 = \left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CO}}\right)$.
   b) Détermine l'angle θ_1.

Exo 8 :



Remarque :

$\theta = (\overrightarrow{CH}\ \hat{}\ \overrightarrow{CD})$

$\theta_0 = (\overrightarrow{CB}\ \hat{}\ \overrightarrow{CD})$

$\theta_1 = (\overrightarrow{CO}\ \hat{}\ \overrightarrow{CD})$

1. $V_A = 0$

Exprimons et calculons la vitesse V_B du solide au point B.

$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgl \sin\alpha$

$V_A = 0$

alors $\frac{1}{2} m V_B^2 = mgl \sin\alpha$

$$v_B = \sqrt{2gl\sin\alpha} \quad (m.s^{-1})$$

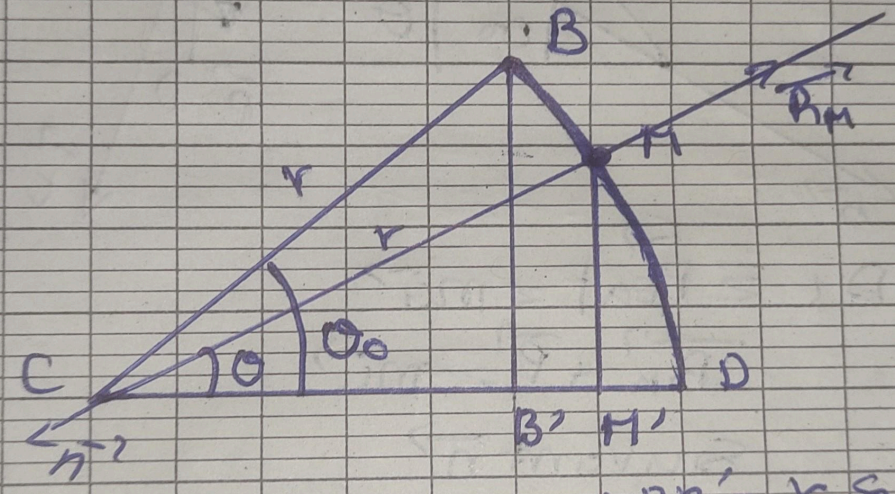
AN

$$v_B = 5\ m.s^{-1}$$

2. Exprimons la vitesse v_M

$$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_{(B;M)}$$

Recherche de $h_{(B;M)}$



$$h_{(B,M)} = BB' - MM' \quad \begin{cases} BB' = r\sin\theta_0 \\ MM' = r\sin\theta \end{cases}$$

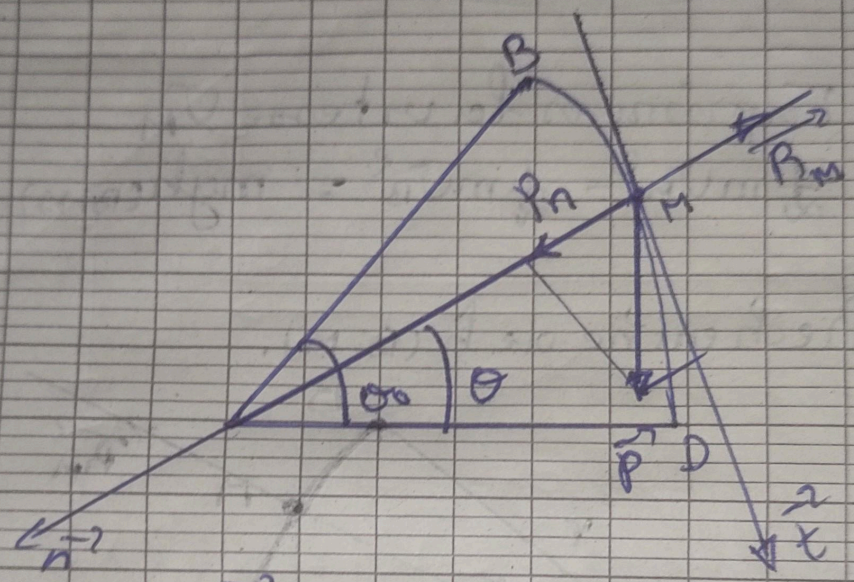
$$h_{(B,M)} = r(\sin\theta_0 - \sin\theta)$$

$$\frac{1}{2}m(v_M^2 - v_B^2) = mgr(\sin\theta_0 - \sin\theta)$$

$$v_M^2 = v_B^2 + 2gr(\sin\theta_0 - \sin\theta)$$

$$v_M = \sqrt{v_B^2 + 2gr(\sin\theta_0 - \sin\theta)}$$

3. Exprimons R au point M :



BFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{R_n} + \vec{P} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{n}$

$P_n - R_M = ma_n$

$R_M = -ma_n + P_n$

$= P_n - ma_n$

$P_n = mg\sin\theta$

Donc

$$R_M = mg\sin\theta - m\frac{v_M^2}{r}$$

$$R_M = mg\sin\theta - \frac{m}{r}v_B^2 - 2mg\sin\theta_0 + 2mg\sin\theta$$

$$R_M = 3mg\sin\theta - 2mg\sin\theta_0 - \frac{m}{r}v_B^2 \quad (N)$$

4) a. Montrons :

La composante du poids ne suffit plus à assurer la force centripète pour maintenir le solide en θ.

Vu la concavité de la piste donc le solide quitte la piste en θ

b) Déterminons l'angle θ_1

le solide quitte la piste en θ donc

$$R_\theta = 0$$

$$3mg\sin\theta_1 - 2mg\sin\theta_0 - \frac{m}{r}v_B^2 = 0$$

$$3mg\sin\theta_1 = 2mg\sin\theta_0 + \frac{m}{r}v_B^2$$

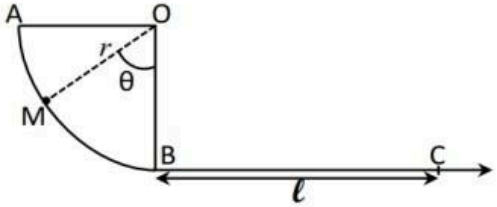
$$\sin\theta_1 = \frac{2\sin\theta_0}{3} + \frac{v_B^2}{gr}$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{2\sin\theta_0}{3} + \frac{v_B^2}{3gr}\right)$$

AN/ $\theta_1 = 48°$

Exercice 9

Un mobile de masse m, supposé ponctuel, peut glisser le long d'une piste ABC (Voir figure ci-dessous).

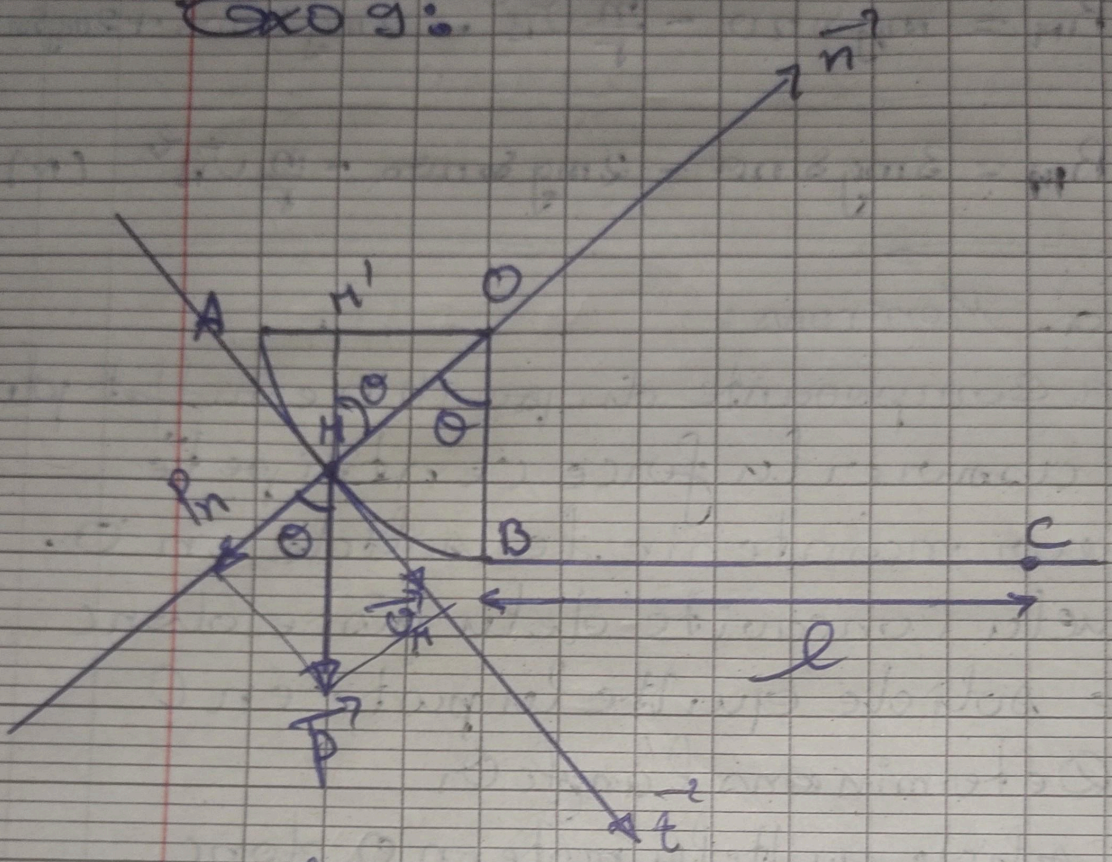


1) La partie curviligne AB est un quart de cercle parfaitement lisse de telle sorte que les forces de frottement y soit négligeable. Le mobile est lancé en A avec une vitesse initiale $V_A = 2\ m.s^{-1}$, verticale et dirigé vers le bas.
   a) Etablis l'expression de la vitesse V_M du mobile en un point quelconque de l'arc du cercle en fonction de V_A, g, r et θ. Fais l'application numérique au point B.
   b) Etablis l'expression littérale du module R de la réaction $\vec{R}$ de la piste sur le mobile en M en fonction de m, g, r, θ et V_A. Fais l'application numérique au point B.
2) La portion BC est rectiligne et rugueuse. On peut assimiler les forces de frottements à une force unique $\vec{f}$, constante et opposé au mouvement.
   a) Sachant que $V_C = 2\ m.s^{-1}$, calcule f.

   b) Calcule le travail des forces de frottements sur la portion BC.

Données : $m = 150\ g$; $g = 10\ m.s^{-2}$; $\ell = 2\ m$; $r = 1m$.

Exo 9 :



1) La portie AB :

a. Etablissons v_H :

$$\frac{1}{2}mv_H^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgr\cos\theta$$

$$v_H = \sqrt{v_A^2 + 2gr\cos\theta} \quad m.s^{-1}$$

AN | en B : $\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$v_B = 4,89 \ m.s^{-1}$$

b) La réaction R :

RFD suivant $\vec{n}$

donne : $R_M - P_n = ma_n$

$$R_M = m\frac{v_M^2}{r} + mg\cos\theta$$

$$R_M = \frac{m}{r}\left(v_A^2 + 2gr\cos\theta\right) + mg\cos\theta$$

$$R_M = \frac{m}{r}v_A^2 + 3mg\cos\theta$$

$$R_M = \frac{m}{r}v_A^2 + 3mg\cos\theta \quad (N)$$

AM en B' ; $\theta = 0$

$$R_B = \frac{m}{r}v_A^2 + 3mg$$

$$R_B = \frac{0,15\times(2)^2}{1} + 3\times0,15\times10$$

$$R_B = 5,1\ N$$

2) La portion BC

Calculons f :

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -fd$$

$$f = -\frac{m}{2l}\left(v_C^2 - v_B^2\right)$$

$$f = -\frac{0,15}{2 \times 2}(2^2 - 4,8 g e)$$

$$f = 0,75\ N$$

b) Le travail de force de frottement :

$$W_{\vec{f}}(B,C) = -f \times BC$$
$$= -f \times \ell$$
$$= -0,75 \times 2$$
$$W_{\vec{f}}(B,C) = -1,5\ (N.m)$$