Chap 1: Travail et puissance mécanique 09/10/2017

I,) Notion de travail mécanique

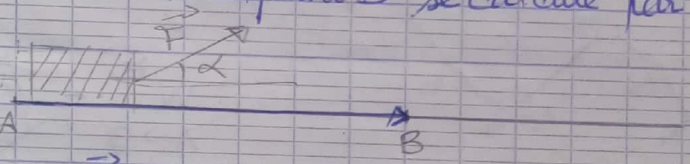
I-1-1) Condition d'existance d'un travail mécanique

On dit qu'une force $\vec{F}$ qui s'applique à un système (S) produit du travail mécanique lorsque son point d'application se déplace.
Lorsque cette force par ses caracteristiques favorise le deplacent, on dit qu'elle est une force motrice et que son travail est taxé de moteur.
Lorsque par contre la force par ses caracteristiques s'oppose au deplacement, elle est dite résistance et son travail est taxé de résistant.

I-1-2) Expression du travail mécanique

Le travail mécanique d'une force $\vec{F}$ constante (même direction, même sens même intensité) dont le point d'application se déplace sur un tronçon rectiligne d'un point A vers un point B se calcule par l'expression

$$W^{\vec{F}}_{A\to B} = \vec{F}.\vec{AB}$$



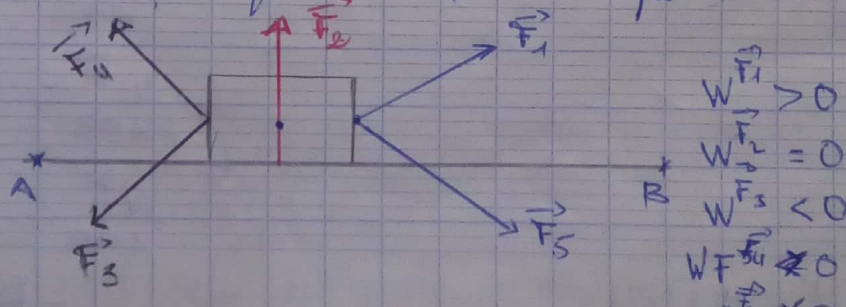
$\alpha = (\vec{F}; \vec{AB})$

$\vec{AB}$ = vecteur déplacement ; $W^{\vec{F}}_{A\to B} = F \times AB \times \cos\alpha$

L'unité international du travail est le joule (J)

Remarque:

- Lorsqu'une force fait avec le déplacement un angle α dont la mesure est comprise entre 0 et $\pi/2$ $\quad 0 \leq \alpha < \pi/2$ ou $\frac{3}{2}\pi < \alpha \leq 2\pi$ le travail de cette force est moteur
- Lorsqu'une force fait avec le déplacement un angle α dont la mesure est comprise entre $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, cette force effectue un travail résistant
- Lorsqu'une force fait avec le déplacement un angle droit $\alpha = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$, alors cette force ne travail pas $W^{\vec{F}} = 0J$



I-1-3) Travail d'une force constante sur un deplacement

Scanned by CamScanner

quelconque : Notion de travail élémentaire

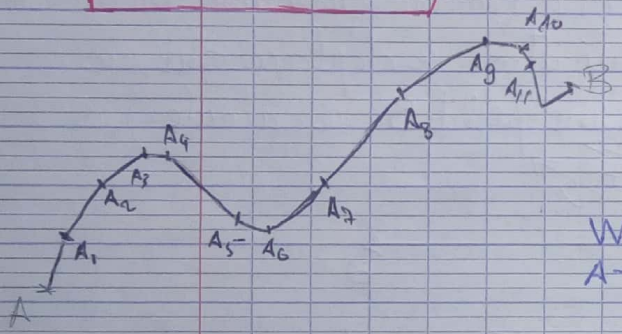
En toute rigueur, pour calculer le travail d'une force lors d'un déplacement quelconque d'un point A à un ~~à un~~ point B, on fait appel à la notion de travail élémentaire.

Le travail élémentaire d'une force est le travail de cette force sur un tronçon dl qui est un petit déplacement rectiligne confondu à la courbe. Le travail élémentaire est noté δW et s'obtient par :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Le travail global de la force entre A et B s'obtient en additionnant tous les travaux élémentaires.

$$W^{\vec{F}}_{A \to B} = \sum_{i=1}^{n} \delta W_i$$



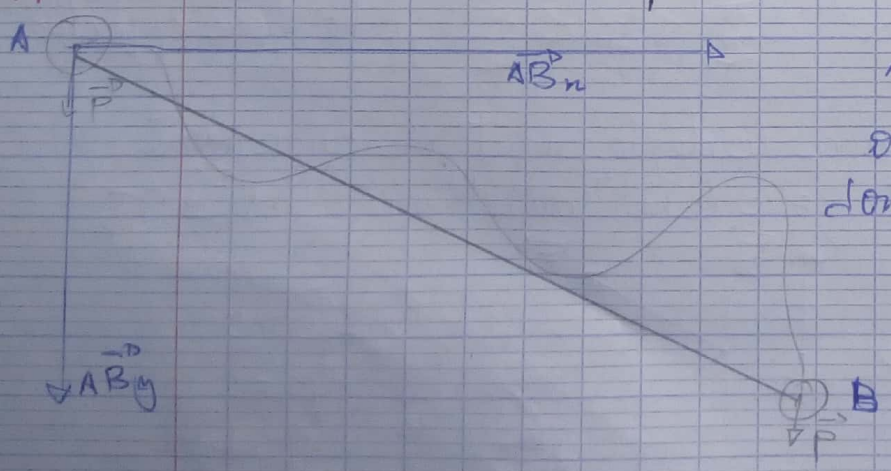
Conséquence :

$$\delta W_1 = \vec{F} \cdot d\vec{l}_1 = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AA_1}$$
$$\delta W_2 = \vec{F} \cdot d\vec{l}_2 = \vec{F} \cdot \overrightarrow{A_1A_2}$$
$$\vdots$$
$$W^{\vec{F}}_{A \to B} = \sum_{i=1}^{n} \delta W_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F} \cdot d\vec{l}_i$$
$$= \vec{F} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} d\vec{l}_i \right) \text{ or } \sum_{i=1}^{n} d\vec{l}_i = \overrightarrow{AB}$$

donc $$W^{\vec{F}}_{A \to B} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

NB : Lorsqu'une force est constante, son travail ne dépend pas du chemin suivi mais plutôt du point de départ et d'arrivé.
Une telle force est dite **force conservative**.

Application : Le travail du poids



$$W^{\vec{P}}_{A \to B} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$$

or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB_x} + \overrightarrow{AB_y}$

donc $$W^{\vec{P}}_{A \to B} = \vec{P} \cdot (\overrightarrow{AB_x} + \overrightarrow{AB_y})$$

$$W^{\vec{P}}_{A \to B} = \underbrace{\vec{P} \cdot \overrightarrow{AB_x}}_{0} + \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB_y}$$

$$W^{\vec{P}}_{A \to B} = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB_y}$$
$$= P \times H = mgH$$

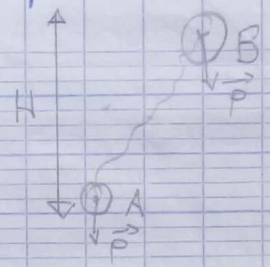
$$W^{\vec{P}}_{A \to B} = \pm P \times H$$

Scanned by CamScanner

Le 10/10/2017

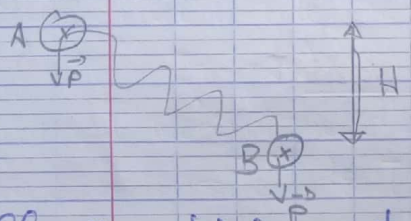
- Lors d'une montée (passage des basses altitudes vers les hautes altitudes) le poids s'oppose au déplacement.

$$W_{A\to B}^{(\vec{P})} = -mgH$$



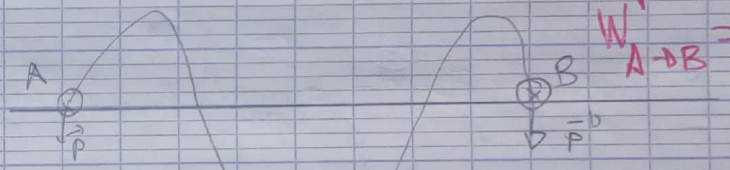
- Lors d'une chute (passage des hautes altitudes vers les basses altitudes) le poids favorise le déplacement.

$$W_{A\to B}^{(\vec{P})} = +mgH$$



- Lors d'un déplacement horizontale ou un déplacement quelconque mais entre deux points qui sont au même niveau, le travail du poids est nul.

$$W_{A\to B}^{(\vec{P})} = 0J$$



I-1-4) Travail d'une force non constante sur un déplacement rectiligne

On, toute rigueur, pour déterminer le travail d'une force $\vec{F}$ non constant sur un déplacement rectiligne, on fait encore appel à la notion de travail élémentaire.

$$\delta w_i = \vec{F_i} \cdot d\vec{l_i}$$

Dans cette expression $d\vec{l_i}$ est un petite tronçons du traget AB à l'intérieur duquel la force peut être considéré comme constamment egale à $\vec{F_i}$.

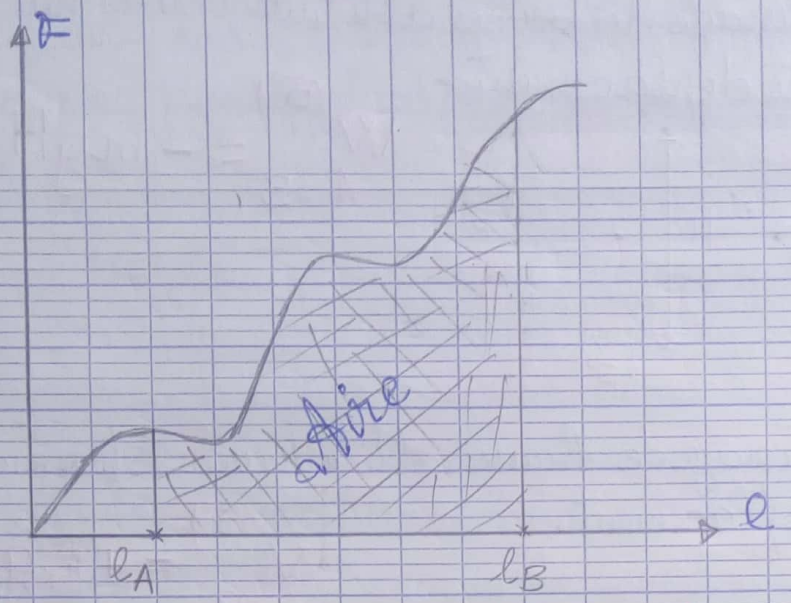
Le travail global entre A et B s'obtient en calculant l'intégral du travail élémentaire

$$W_{A\to B}^{(\vec{F})} = \int_A^B \vec{F_i} \cdot d\vec{l_i} = \int_A^B \delta w_i$$

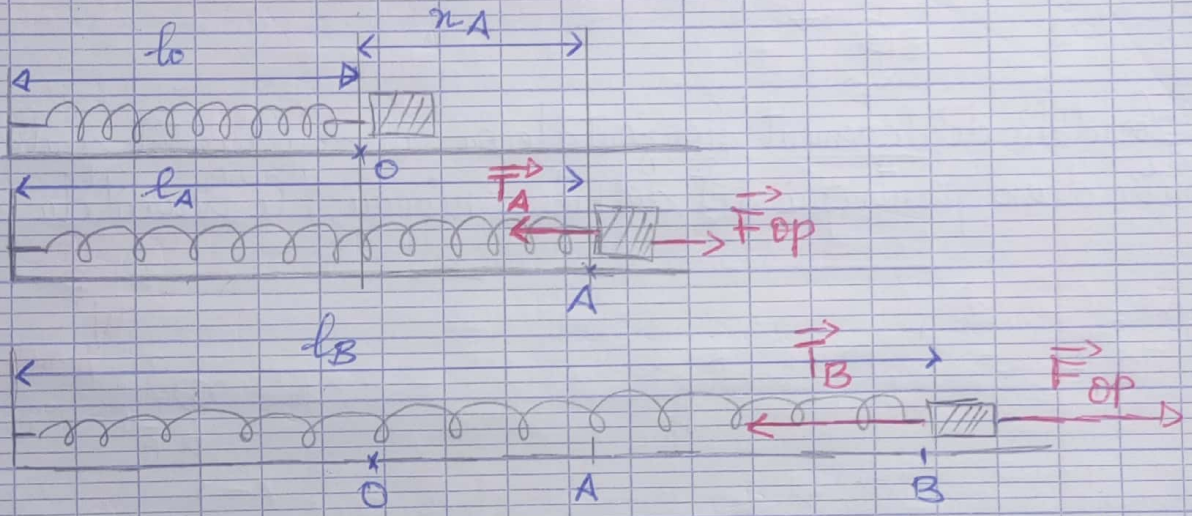
Mathématiquement, cette intégrale en valeur absolue représente l'aire du domaine délimitée par la courbe $F = f(\ell)$

Scanned by CamScanner

l'axe des abscisses $\ell = \ell_A$ et $\ell = \ell_B$



Application : Travail de la tension d'un ressort



On suppose que l'allongement du ressort entre A et B se fait lentement et progressivement de sorte qu'on puisse considérer que le déplacement entre A et B est une succession d'équilibre.

On sait que $\vec{F}_{op} = -\vec{T}$ et $\vec{d\ell} = \vec{dx}$

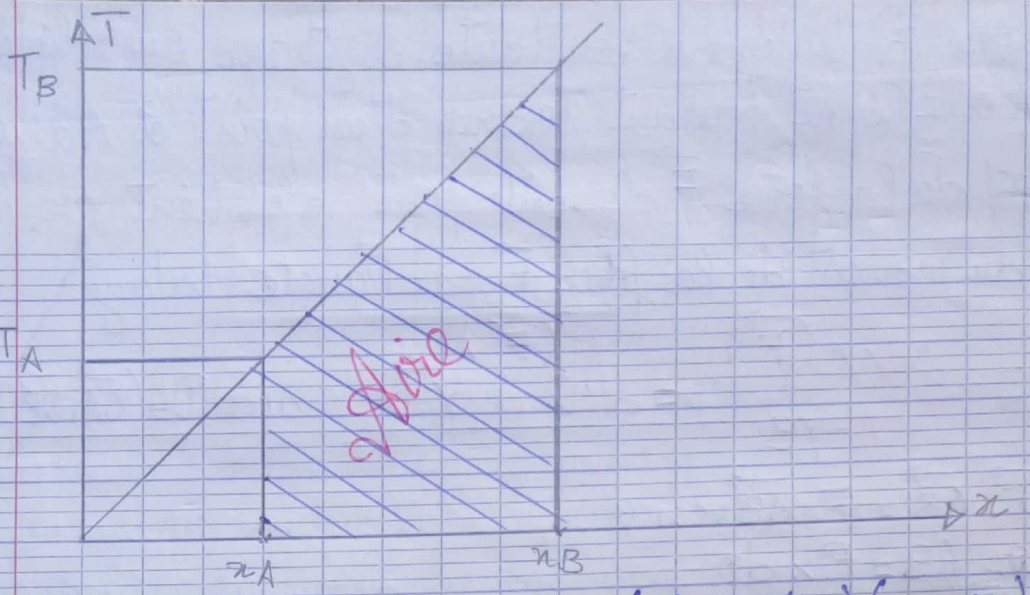
- Evaluons le travail de l'opérateur

$$W_{A\to B}^{\vec{F}_{op}} = \int_A^B \vec{F}_{op} \cdot \vec{d\ell} = \int_A^B -\vec{T} \cdot \vec{d\ell} = \int_{x_A}^{x_B} T\,dx$$

$$W_{A\to B}^{\vec{F}_{op}} = + \int_{x_A}^{x_B} T\,dx$$

Cette intégrale est l'aire du domaine délimitée par $T = f(x)$, l'axe des abscisses les droites $x = x_A$ et $x = x_B$

Scanned by CamScanner



$$W^{\vec{F}_{op}}_{A\to B} = \text{Aire} = \frac{(T_B+T_A)(x_B-x_A)}{2} = \frac{(Kx_B+Kx_A)(x_B-x_A)}{2}$$

$$= \frac{K(x_B-x_A)(x_B+x_A)}{2} = \frac{1}{2}K(x_B^2-x_A^2)$$

$$\boxed{W^{\vec{F}_{op}}_{A\to B} = +\frac{1}{2}K(x_B^2-x_A^2)}$$

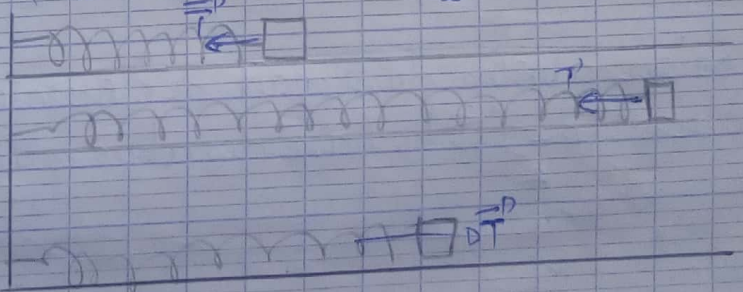
Le travail de la tension du ressort lors de l'allongement de A→B dans l'hypothèse où nous sommes (allongement progressive) est ~~l'inverse du travail~~ l'opposé du travail de l'opérateur.

$$\boxed{W^{(\vec{T})}_{A\to B} = \frac{1}{2}K(x_A^2-x_B^2)}$$

NB: Lorsqu'on allonge un ressort d'un point A à un point B puis d'un point B à un point C, le travail de la tension entre A et C ne dépend pas du chemin suivie.

$$W^{(\vec{T})}_{A\to C} = \frac{1}{2}K(x_A^2-x_C^2) = \frac{1}{2}K(x_A^2+x_B^2-x_B^2+x_C^2) = \frac{1}{2}K(x_A^2-x_B^2+x_B^2-x_C^2)$$

$$= W^{(\vec{T})}_{A\to B} + W^{(\vec{T})}_{B\to C}$$



La force de la tension est une force conservative

I-1-5) Travail d'une force agissant sur un solide mobile autour d'un axe

Lorsque une force $\vec{F}$ d'intensité constante, agit sur un solide mobile autour d'un axe (Δ) ne faisant tourner d'un point A à un point B, le travail de la force $\vec{F}$ de cette force s'obtient en faisant le produit du moment de la force $\vec{F}$ par l'angle balayé

$$W_{A\to B}^{(\vec{F})} = \mathcal{M}_{\Delta}^{(\vec{F})} \times \theta \quad \text{avec } \theta = (\vec{OA}, \vec{OB})$$

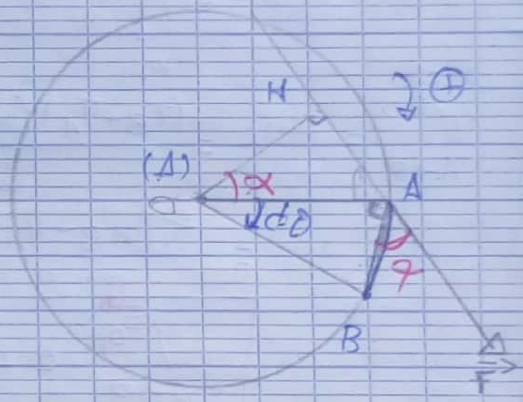
$$W_{A\to B}^{(\vec{F})} = \vec{F}.\vec{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$$

or $AB = R \times d\theta$

donc $W_{A\to B}^{(\vec{F})} = F \times R \times d\theta \times \cos\alpha$

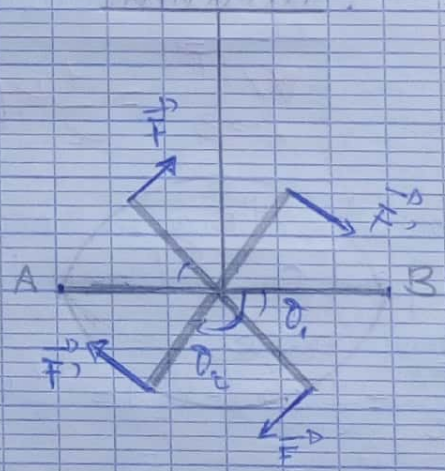
Comme $F \times R \times \cos\alpha = \mathcal{M}_{\Delta}^{(\vec{F})}$

Alors $W_{A\to B}^{(\vec{F})} = \mathcal{M}_{A\to B}^{(\vec{F})} \times d\theta$



I-1-6) Travail du couple de torsion

Lorsqu'un opérateur agit sur un pendule de torsion en le tordant lentement d'un angle θ_1 à θ_2



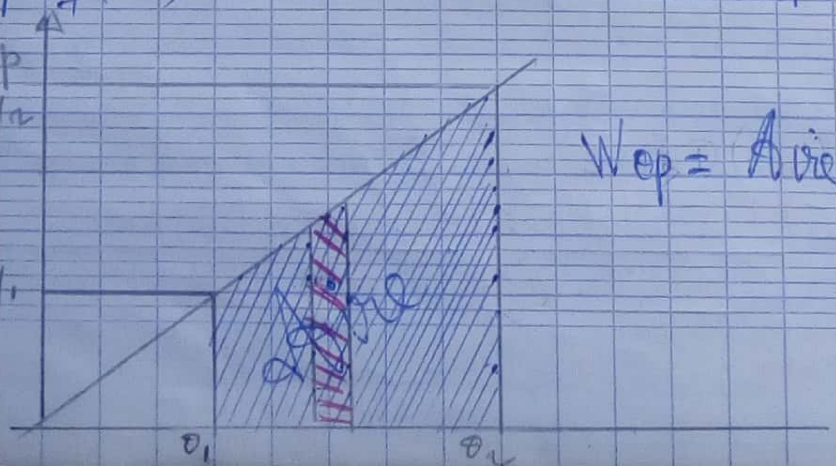
$$\mathcal{M}_{op}^{\mathcal{E}} = -M = C \times \theta$$

$$\delta W = \mathcal{M}_{op}^{\mathcal{E}} \times d\theta$$

$$W_{op} = \int \mathcal{M}_{op}^{\mathcal{E}} \times d\theta$$

$$\boxed{W_{op} = \frac{1}{2} C(\theta_2^2 - \theta_1^2)}$$

La valeur absolue du travail de l'opérateur est l'aire délimitée de la courbe $\mathcal{M}_{op}^{\mathcal{E}} = f(\theta)$, l'axe des abscisses les droite $\theta = \theta_1$ et $\theta = \theta_2$



W_{op} = Aire

Scanned by CamScanner

Dans l'hypothèse d'une torsion lente, le travail d'une couple de torsion est l'opposé du travail de l'opérateur.

$$W = \frac{1}{2} C (\theta_1^2 - \theta_2^2)$$

I-2) Puissance mécanique

I-2-1) Définition

La puissance mécanique est une grandeur qui nous renseigne sur la rapidité avec laquelle un travail est, ou peut être effectué.
Elle représente le travail effectué par unité de temps d'une force ou d'une machine.
La puissance s'exprime dans SI en watt
Il existe deux types de puissances : la puissance moyenne et la puissance instantanée

I-2-2) Puissance dans un mouvement de translation

a) Puissance moyenne

La puissance moyenne d'une force ou d'une machine est le rapport entre le travail effectué par la machine ou la force sur le temps nécessaire.

$$\mathcal{P} = \frac{W_{A \to B}^{(\vec{F})}}{\Delta t}$$

b) Puissance instantanée

La puissance instantanée d'une force ou d'une machine est la puissance que celle-ci déploie à l'instant t. Elle peut être considérée comme étant une puissance moyenne entre deux instants très proches encadrant l'instant considéré.

$$\boxed{\mathcal{P}(t) = \frac{\delta W^{(\vec{F})}}{dt}}$$

Conséquence :

$$\mathcal{P}(t) = \frac{\delta W^{(\vec{F})}}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}{dt} = \vec{F} \times \frac{d\vec{\ell}}{dt} \quad \text{or} \quad \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{V}(t)$$

$$\text{donc } \mathcal{P}(t) = \vec{F} \times \vec{V}(t) = F \times V \times \cos(\vec{F}; \vec{V})$$

$$\boxed{\mathcal{P}(t) = \vec{F} \cdot \vec{V}}$$

I-2-3) Puissance en mvt de rotation

La puissance instantanée d'une force appliquée à un solide en mouvement de rotation autour d'un axe est le produit du

Scanned by CamScanner

moment de cette force par rapport à la vitesse angulaire du solide.

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W^{(\vec{F})}}{dt} = \frac{\mathcal{M}_{\Delta}^{(\vec{F})} \times d\theta}{dt} = \mathcal{M}_{\Delta}^{(\vec{F})} \times \frac{d\theta}{dt}$$

or $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ donc $\boxed{\mathcal{P} = \mathcal{M}_{\Delta}^{(\vec{F})} \times \omega}$

I-3) Principe de l'inertie : 1ère loi de NEWTON

Le principe de l'inertie ou première loi de NEWTON énonce que :

« Lorsqu'un système est isolé ou pseudo isolé son centre d'inertie est soit au repos et persiste dans son repos l'état de repos ou en mouvement uniforme. »

Scanned by CamScanner

Les moments d'inerties des solides usuels comme cerceau, disque homogène, cylindre creux, cylindre plein, sphère homogène sont consignés dans la planche I.

Théorème de HUYGENS

Le moment d'inertie d'un système par rapport à un axe conventionnel Δ permet de calculer le moment d'inertie du même système par rapport à un axe non conventionnel Δ'.

$$J_{\Delta'} = J_{\Delta} + m_s d^2$$ avec d = la distance qui sépare les axes (Δ) et (Δ')

Dans cette relation m_s désigne la masse du système

II.)7- Théorème de l'énergie cinétique :

Dans un référentiel donné, lorsqu'un système est soumis à plusieurs forces extérieures, lors de son évolution d'un point A à un point B, la variation de son énergie cinétique entre ces deux points A et B est la somme de tous les travaux des forces extérieures appliquées à ce système et qui ont fait travailler entre A et B.

$$\sum W_{A \to B}^{\vec{F}_{ext}} = \Delta E_{c_{A \to B}} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Application : Exercice n° 6 Page 61 KANDIA

Exercice correction voir cahier exercice

Remarque:

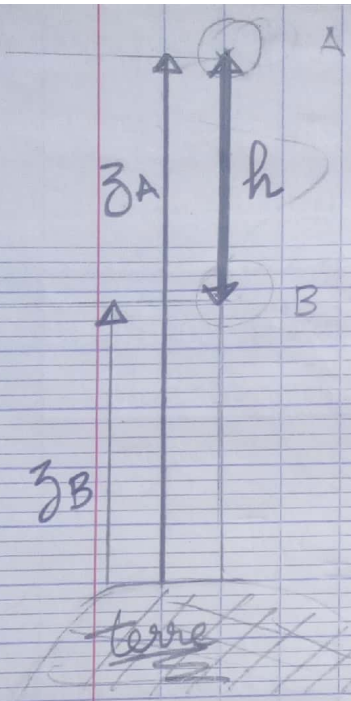
Lorsqu'un système est animé de rotation et de translation il possède les deux formes d'énergies cinétiques.

$$E_{c_s} = E_{c\ rotation} + E_{c\ translation}$$

Rotation sans grissement $\Rightarrow$ Ec rotation + Ec translation

Grissement sans rotation $\Rightarrow$ Ec translation

Scanned by CamScanner



C'est à dire mgz_A et mgz_B.

En généralisant, on pose comme energie potentielle de pesanteur :

$E_p(z) = mgz + \text{constante}$

$E_{p_A} = mgz_A + \text{constante}$

$E_p(z_B) = mgz_B + \text{constante}$

L'intérêt de mettre la constante est de permettre de concilier les différentes références.

Donc le travail du poids entre ~~le poids~~ / point ~~A et le point B l'energie potentielle de pesanteur~~ le point A et le point B peut être considerer comme la soustraction entre $E_p(z_A)$ et $E_p(z_B)$

$$E_p(z) = mgz + \text{constante}$$

$$E_p(z) = mg(z - z_{ref})$$

L'energie potentielle de pesanteur est définie à une constante additive près comme toute ~~co~~ grandeur énergie de pesanteur.

Cette constante est ~~définie~~ déterminée par le choix de la référence de l'energie potentielle

→ La reference pour les energies de pesanteur est une ligne horizontale un niveau où l'energie potentielle est arbitrairement choisi comme nulle.

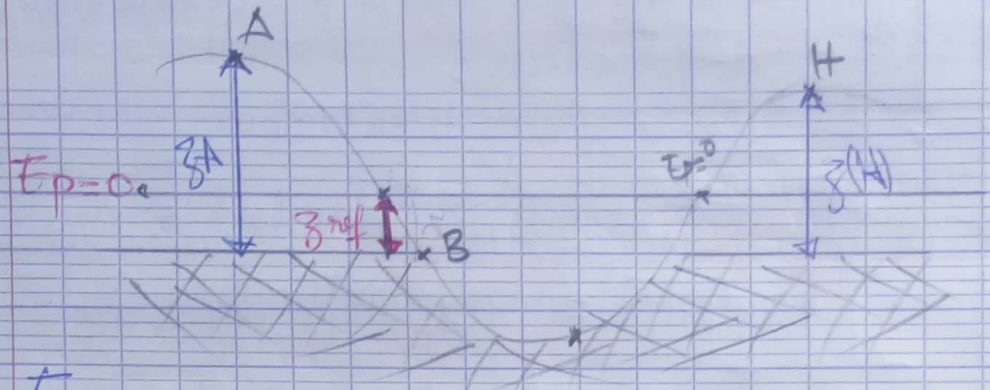
$$E_p = 0\,J$$

Si la reference est à une altitude de z_{ref}

$$E_{p_{ref}} = mgz_{ref} + cte = 0 \iff cte = -mgz_{ref}$$

Scanned by CamScanner

$cte = -mgz_{ref}$



$$E_p = mgz - mgz_{ref}$$

$$\boxed{E_p(z) = mg(z - z_{ref})}$$

1-3) Énergie potentielle élastique Le 15/12/2017

L'énergie potentielle élastique est l'énergie que possède un système élastique du fait de sa déformation.

Il existe deux formes d'énergie potentielle élastique

→ l'énergie potentielle élastique du système {masse + ressort}

L'énergie potentielle d'un telle système a pour vecteur la tension du ressort.



$$W_{A\to B}(\vec{T}) = \frac{1}{2}k(x_A^2 - x_B^2) = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

En posant $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 + \text{constante}$ on obtient

$$W_{A\to B}(\vec{T}) = E_{pe}(A) - E_{pe}(B)$$

Le travail de la tension d'un ressort entre A et B apparaît comme une soustraction de deux termes :

$$E_{pA} = \frac{1}{2}kx_A^2 + \text{constante}$$

$$E_{pB} = \frac{1}{2}kx_B^2 + \text{constante}$$

Ces deux termes représentent l'énergie potentielle du système

Scanned by CamScanner

{ressort + masse} Entre deux conditions A et B

$$E_{Pe}(x) = \frac{1}{2}Kx^2 + \text{constante}$$

L'expression de l'énergie potentielle d'un point où le ressort est allongé de x s'obtient par la relation ci-dessus.
La constante est déterminée par le choix de la référence.

$$E_{Pe(ref)} = \frac{1}{2}Kx^2_{(ref)} + \text{constante} = 0$$

$$\Rightarrow \text{constante} = -\frac{1}{2}Kx^2_{(ref)}$$

$$\boxed{E_p(x) = \frac{1}{2}K\left(x^2 - x^2_{ref}\right)}$$

→ Énergie potentielle de torsion : C'est une énergie du système {tige + barre} dans un pendule de torsion.

Le vecteur de cette énergie potentielle est le couple de torsion.
Son expression est donnée par

$$\boxed{E_p(\theta) = \frac{1}{2}C\left(\theta^2 - \theta^2_{ref}\right)}$$

NB : Un système peut posséder à la fois plusieurs formes d'énergie potentielle. Dans ce cas son énergie potentielle total est la somme de tous les énergies potentielles potentielle.

1-4) Théorème de l'énergie potentielle (TEP)

La variation de l'énergie potentielle d'un système entre deux points A et B est égale à l'opposé de la somme des travaux des forces conservatives qui ont eu à travailler entre A et B

$$\boxed{\Delta E_p = -\left(\sum W^{\vec{F}_{conservative}}\right)}$$

Le théorème de Ep peut être formuler comme suite

Scanned by CamScanner

La diminution de l'énergie potentielle entre deux points A et B est égale à la somme des forces conservatives qui ont eu à travailler entre A et B.

$$-\Delta E_p = E_{p(initial)} - E_{p(final)} = \sum W^{\vec{F}(conservative)}$$

2) Énergie mécanique

2-1- Définition

Considérons une pièce de masse m qui évolue dans le champ de pesanteur en 2 points A et B d'altitudes respectifs z_A et z_B ayant en A une vitesse V_A et en B une vitesse V_B

Au point A : $\begin{cases} E_{c_A} = \frac{1}{2} m V_A^2 \\ E_{p_A} = mgz_A \end{cases}$ au point B : $\begin{cases} E_{c_B} = \frac{1}{2} m V_B^2 \\ E_{p_A} = mgz_B \end{cases}$

En appliquant le théorème de l'énergie mécanique entre A et B on obtient : $E_{c_B} - E_{c_A} = W_{A \to B}(\vec{P}) \iff \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgh$

or $h = z_A - z_B$

donc $\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mg(z_A - z_B)$

$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgz_A - mgz_B$

$\frac{1}{2} m V_B^2 + mgz_B = mgz_A + \frac{1}{2} m V_A^2 \iff$

$E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$

- Au cour de son évolution entre A et B, le système {masse + terre} a une grandeur qui reste tout temps constante : c'est grandeur est appelée Énergie mécanique du système.

L'Em est la somme de son Ec et de son Ep. Il est noté Em ou E

Scanned by CamScanner

$$E_m = E_c + E_p$$

2-2) Théorème de l'énergie mécanique

Le théorème de E_m stipule que ΔE_m d'un système est la somme de travaux de toutes les forces non conservatives entre deux points A et B :

$$\Delta E_m = \sum W^{\vec{F}}(\text{non conservative})$$

En A : $E_{(A)} = E_{cA} + E_{pA}$ en B : $E_B = E_{cB} + E_{pB}$

$$\Delta E = E_B - E_A = (E_{cB} + E_{pB}) - (E_{cA} + E_{pA})$$

$$= (E_{cB} - E_{cA}) + (E_{pB} - E_{pA}) = \Delta E_c + \Delta E_p$$

D'après TEC : $\Delta E_c = \sum W^{\vec{F}_{cons}} + \sum W^{\vec{F}_{non\ cons}}$

D'après TEP : $\Delta E_p = -\left(\sum W^{\vec{F}_{cons}}\right)$

donc $\Delta E_m = \sum W^{\vec{F}_{cons}} - \sum W^{\vec{F}_{cons}} + \sum W^{\vec{F}_{non\ cons}}$

$$\Delta E_m = \sum W^{\vec{F}_{non\ cons}}$$

2-3) Système conservatif et non conservatif

a) Système conservatif

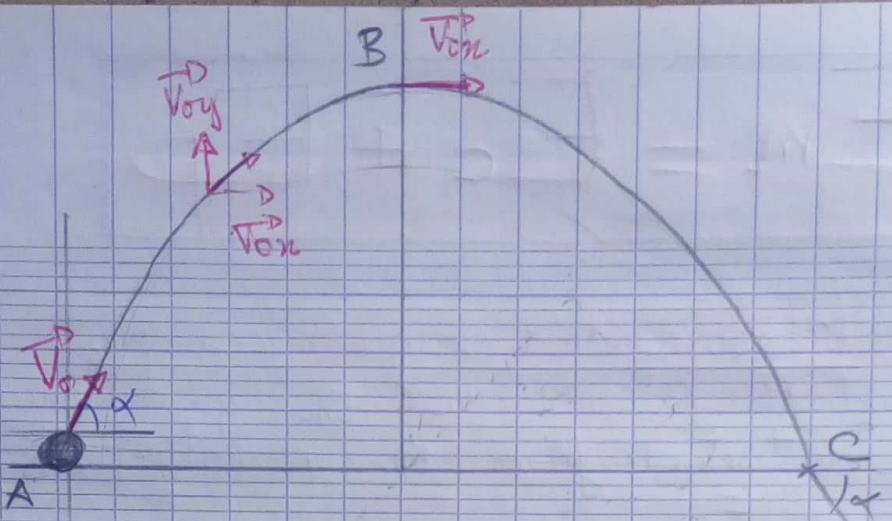
On dit d'un système qu'il est conservatif d'énergie lorsqu'il est soumis qu'à des forces conservatives.

Exemple

→ Dans le champs de Pesanteur

Lorsqu'un corps de masse m évolue dans le dans de pesanteur n'étant soumis qu'à son poids le système {corps + terre} est conservatif.

Scanned by CamScanner



C'est un mouvement parabolique : $\vec{V}_{oy}$: retardée
V_{ox} = uniforme

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_o^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 + mgz_B \Rightarrow z_B = \frac{(V_o \sin\alpha)^2}{2g}$$

→ Dans le cas du pendule élastique horizontale



$E_{pe} = 0$ $\quad \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}Kx^2$

$$x = \frac{mV_0^2}{K}$$

b) Système non conservatif

Un système est dit non conservatif si il existe un force non conservative (force exterieur) qui travail pendant l'évolution du système.

* Lorsque le travail de la force non conservative entre A et B est positif
  * On a: $\Delta E_m = W_{n cons}^{\vec{F}} > 0 \Rightarrow E_{m_B} > E_{m_A}$

* Lorsque le travail de la force non conservative entre A et B est négatif. On a: $\Delta E_m = W_{n cons}^{\vec{F}} < 0 \Rightarrow E_{m_B} < E_{m_A}$

Dans ce cas on dit que le système est dissipatif

3) Puits de Potentiels

3-1) Le pendule simple

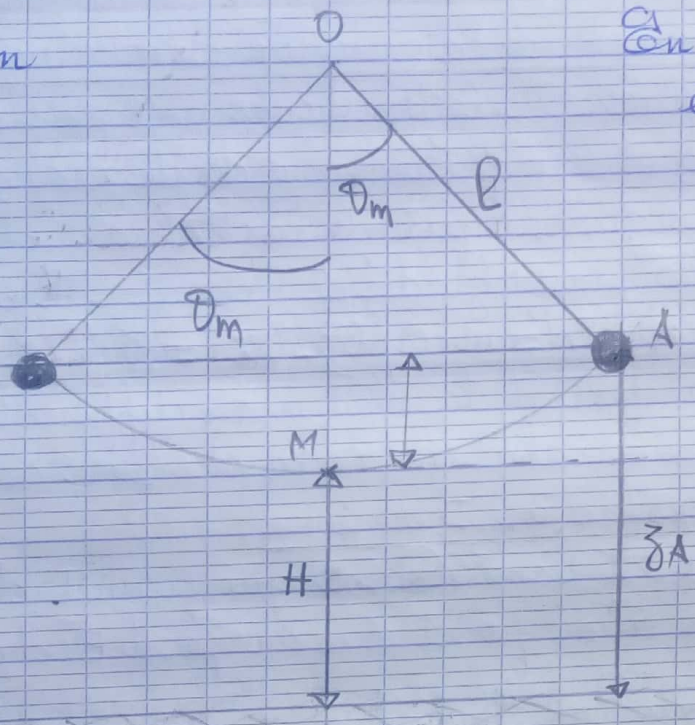
Considérons un pendule simple constitué d'un corps de masse m qui est accroché à un fil de longueur l dans le champ de

Scanned by CamScanner

pesanteur.

Lorsquon écarte le pendule d'un angle θ_m de sa position d'équilibre et qu'on l'abandonne sans vitesse initiale, le pendule effectue un mouvement d'oscillation

En M, le mobile est en équilibre.



* Etat initiale $\begin{cases} E_{c_A} = 0 \\ E_{p_A} = mg(z_A - z_{ref}) \\ \quad = mgz_A \end{cases}$ la reference au sol $z_{ref} = 0$

ou $z_A = H + l(1 - \cos\theta_m)$

$E_m(A) = mg\left[H + l(1-\cos\alpha)\right]$

Le système est conservatif $\Rightarrow E_m = \text{constante} = E_m(A)$

* A la position d'équilibre :

$E_m(M) = E_c(M) + E_p(M) = \frac{1}{2} m V_M^2 + mgH$

$E_m(A) = E_m(M) \iff mg\left[H + l(1-\cos\theta_m)\right] = \frac{1}{2} m V_M^2 + mgH$

$\iff mgH + mgl(1-\cos\theta_m) = \frac{1}{2} m V_M^2 + mgH$

$\iff 2gl(1-\cos\theta_m) = V_M^2$

soit $V_M = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_m)}$

Scanned by CamScanner

Chapitre 4: Calorimétrie

Le 02/01/2018

La calorimétrie est une science qui découle de la thermodynamique qui lui est une branche de la physique.
La calorimétrie est une partie de la thermodynamique dont le but est l'étude de la chaleur et ses différents modes de transfert.

1- Les modes de transfert de la chaleur

La chaleur est la forme la plus dégradée de l'énergie. Elle est capable de passer d'un corps à un autre.
On appelle mode de transfert de la chaleur les différents mécanisme qui rendent possible la circulation de la chaleur.

1-1- La conduction thermique

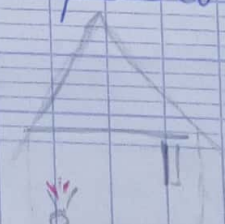
La conduction thermique est le mécanisme qui permet d'expliquer la circulation de la chaleur d'un point A à un point B du même corps.



Au bout de quelques minutes de chauffage, on constate que le thermomètre situé à côté du point B indique une augmentation de la température. La chaleur donc a pu circuler du point A à un point B.
En effet la règle d'Aluminium est constitué d'atomes qui sont en contact les unes des autres. Lorsque les premiers atomes sont chauffés, par le contact avec la flamme, ils contaminent leurs voisins qui à leurs tours contaminent les leurs ainsi de suite.
De proche en proche, la chaleur fournise en A va se transmettre sur toute la règle.
Ce mode de transfert est la conduction thermique.

1-2- La convection thermique

Si nous plaçons une source de chaleur dans une pièce et à une certaine distance, on place un thermomètre, au bout d'un temps suffissament long, la température au niveau du thermomètre
ag augmente



Scanned by CamScanner

L'augmentation de température indiqué par le thermomètre met en évidence le fait que la chaleur a pu se propager du fourneau jusqu'au lieu où est placé le thermomètre.
Entre le fourneau et le thermomètre, il y'a de l'air et c'est cette air qui assure la transmission de la chaleur entre les deux.
En effet, il s'établit un mouvement convectif entre le fourneau d'où l'air chauffé s'éloigne et le thermomètre qui refroidit cette masse d'air.
Le processus continu jusqu'à équilibrer la chaleur entre le fourneau et le thermomètre avant d'arrêter.
On dit que la source de chaleur et le thermomètre ont échangé de chaleur par convection thermique.

1-3- Le rayonnement thermique

Le rayonnement thermique est un processus par lequel, la chaleur migre d'un point A à un point B sous forme d'ondes.
C'est le rayonnement thermique qui explique pourquoi la chaleur du soleil nous parvienne.

2- La quantité de chaleur

Le 08/01/2018

2-1) La chaleur massique

La chaleur massique c d'un corps est la quantité d'energie que doit échanger un kg du corps pour que sa température varie de 1°.
Elle est notée c et s'exprime dans le système international en $J.Kg^{-1}.K^{-1}$.
La chaleur massique est une grandeur physique qui mesure l'inertie thermique d'un corps.

Exemple :

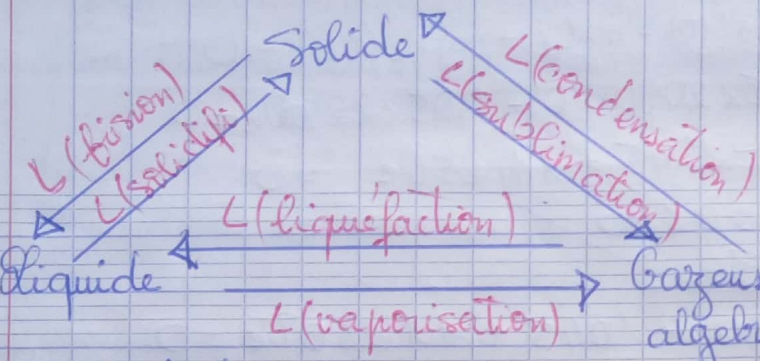
Corps	Chaleur massique
Fer	$4,180\ J.Kg^{-1}.K^{-1}$
eau	$450\ J.Kg^{-1}.K^{-1}$
Aluminium	904 SI

$c_{air} = 820\ J.Kg^{-1}.K^{-1}$

2-2) La capacité thermique

. Elle est aussi appelée pouvoir calorifique ou pouvoir thermique. Elle se note K ou E. La capacité thermique massique est définie comme étant la quantité de chaleur qu'un corps doit échanger pour que sa température varie de 1°.

Scanned by CamScanner



$L_s = -L_f$

$L_{sub} = -L_{cond}$

$L_{vap} = -L_{(liqué)}$

algébrique

La chaleur latente est une grandeur physique caractéristique de la matière. Il s'exprime dans le système international en $J.kg^{-1}$

$L_{vaporisation} > 0$

$L_{sublimation} > 0$

$L_{fusion} > 0$

La ~~che~~ quantité de chaleur échangée par un corps de masse m pris au ~~voi~~ voisinage de sa température de changement d'état pour se transformer à température constante Q

$$Q = mL$$

Application glace

Un morceau de masse $m = 50g$ pris à la température $T = -10°c$ est plongé dans 2 litres d'eau à la température de 37°c.

1) Calculer la température de l'ensemble à l'équilibre thermo-dynamique

2) Quelle masse de glace est nécessaire pour baisser de 20°c la température de l'eau? Quel masse de glace devrait-on prendre à -20°c pour

$1\ell_{(eau)} = 1kg_{(eau)}$

NB: $L_f = 225\ kJ/kg$

$c_{(glace)} = 2090\ J/kg/K$

Solution: faire geler la moitié de l'eau?

1- Température à l'équilibre thermo-dynamique: θ_e

Corps chaud (eau): $m_{(eau)} = 2kg$, $C_e = 4180\ J/kg/K$, $T_{(initial)} = 37°c$, $T_{(équilibre)} = \theta_e$

corps froid (glace): $m_{(glace)} = 0{,}05kg$, $c_{(glace)} = 2090\ SI$, $\theta_i = -10°c$

$\theta_{équilibre} = \theta_e$

$Q_c = m_e C_e (\theta_e - \theta_i)$

$Q_R = m_g c_g (0+10) + m_g L_f + m_g c_g (\theta_e - 0)$

-273°c — $\theta_{(glace)}$ — $\theta_{(eau)}$ — θ_e — 37°

A l'équilibre thermique: $Q_R + Q_{cede} = 0$

Scanned by CamScanner

Il est constitué d'un récipient dans lequel, on place un mélange à étudier, d'un thermomètre et d'un agitateur. Cet ensemble constitut le ~~cero~~ calorimètre et ses accessoires, ou vase de DEWAR.
Un vase de DEWAR idéal n'est pas censé échanger de la chaleur avec son continu. Cependant, dans la réalité, il participe aux échanges réactionnelles.

a- La valeur en eau d'un calorimètre

Lorsqu'un calorimètre n'est pas idéal, on tient en compte sa participation dans les échanges. On définit alors la valeur en eau (μ) qui est la masse d'eau capable de remplacer le calorimètre et ses accessoires en absorbant la même quantité de chaleur pour une même variation de température.

b- quantité de chaleur absorbé par la vase de DEWAR

$Q_{(calorimètre)} = \mu_{(eau)} \times \Delta\theta$ on pose $K_{(cal)} = \mu_{(eau)}$

La quantité de chaleur échangée par un calorimètre et ses accessoires de valeur en eau μ soumis à un écart de température est donnée par la relation ci-dessus.

c) Bilan thermique dans un calorimètre

Lorsque plusieurs corps pris à des températures différentes sont mélangés dans un calorimètre. La température de l'enceinte évolue vers une température d'équilibre θ_e avant de se stabiliser. A cette équilibre thermodynamique : on peut écrire :

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = 0$$

5- Chaleur de réaction

5-1 - Aspect energétique d'une réaction

Du point de vue énergétique, les réactions peuvent être classée en trois catégories.

→ Les réactions endothermiques sont des réactions qui absorbent de la chaleur.

Exemple : $CaCO_3(s) \longrightarrow CaO(\text{Solide}) + CO_2(\text{gazeux})$

$Q_{(absorbé)} = 94 \text{ KJ}$

La chaleur absorbé par une réaction endothermique est positive.

→ Les réactions exothermiques sont des réactions qui dégagent de la

Scanned by CamScanner

chaleur

Exemple : $(OH^-)(aqueux) + (H_3O^+)(aqueux) \rightarrow 2(H_2O)(liquide)$

$Q = -57,4 KJ$

La quantité de chaleur libérée par une réaction exothermique est négative.

→ réactions athermiques : sont des réactions qui ne dégagent ou ni libèrent de l'énergie.

Exemple : Alcool + acide carboxylique → eau + ester

5-2- Définition de la chaleur d'une réaction

On appelle chaleur de réaction la quantité de chaleur échangée par une mole du produit corps (composé) dans la réaction chimique. Cette quantité de chaleur est échangée avec le milieu extérieur.

5-3) Propriétés

Soient les réactions :

(1) $R_1 + R_2 \longrightarrow P_1$ avec une chaleur Q_1

(2) $R_2 + R_3 \longrightarrow P_2$ avec une chaleur Q_2

(3) $R_1 + P_2 \longrightarrow P_1 + R_3$ avec une chaleur Q_3

Pour avoir la réaction (3), on doit faire

(1) - (2) $\Leftrightarrow$ $R_1 + R_2 \longrightarrow P_1$

$P_2 \longrightarrow R_2 + R_3$

(3) $R_1 + P_2 \longrightarrow P_1 + R_3$

avec une chaleur $Q_3 = Q_1 - Q_2$.

Les chaleurs de réactions sont stables par combinaison linéaire. C'est à dire quand une réaction est obtenue en faisant la combinaison linéaire de deux réactions, la chaleur de cette réaction est la combinaison linéaires des chaleurs des deux réactions.

Si $(3) \rightarrow \alpha(1) + \beta(2)$ alors $Q_3 = \alpha Q_1 + \beta Q_2$

avec α et β deux nombres rationnels non nuls.

Exemple : $S(solide) + O_2(gaz) \rightarrow SO_2(gaz)$ $Q_{R_1} = -297 KJ$

$SO_2(solide) + \frac{1}{2} O_2(gaz) \rightarrow SO_3(gaz)$ $Q_{R_2} = -99 KJ$

$S(solide) + \frac{3}{2} O_2(gaz) \longrightarrow SO_3(gaz)$ $Q_{R_3} = -396 KJ$

5-4) Energie de liaison

a) Définition

Scanned by CamScanner

L'énergie molaire d'une liaison A-B est l'énergie qu'il faut fournir à une mole du composé A-B à l'état gazeux pour le transformer en une mole d'atome A et B toujours à l'état gazeux

$$A-B\,(gaz) \longrightarrow A\,(gaz) + B\,(gaz) \qquad E_{(A-B)}$$

Le tableau ci-dessous, les ene donne les energies molaires de quelques liaisons

Liaison	Energie molaire (KJ/mol)
H-H	432
Cl-Cl	155
H-Cl	150
H-O	460
C=C	610
H-C	410
N-N	390
C-O	360
C-C	350
C=O	700 (cétone ou acide) ; 800 (CO_2)

i) Energie de dissociation

L'énergie de dissociation d'un composé est l'énergie nécessaire pour casser toutes les liaisons ~~ne~~ qui sont dans le composé pris à l'état gazeux. L'énergie de dissociation est comptée positivement et s'oppose à l'énergie de reformation qui est l'énergie nécessaire pour reformer le composé à l'état gazeux à partir de ses atomes.

$$E_{dissociation}\,(A-B) = -E_{(reformulation)}\,(A-B)$$

NB: La chaleur d'une réaction est la soustraction entre toutes les energies des liaisons des réactifs et toutes les leur energies des liaisons des produits formés

Exemple : $C_2H_4 + 3O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 2H_2O$

~~$2C + 4H + 6O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 2H_2O$~~ $\qquad O_2 : O=O$

$E(dissociation) = 4E_{C-H} + E_{C=C} + 3E_{O=O}$

$E(reformation) = -(4E_{C=O} + 4E_{OH})$

$Q = E(dissociation) + E(reformation)$

Scanned by CamScanner

Chapitre V / Force et champs électrostatiques

Définition: | Le 20/02/2018 |

L'électrostatique est un domaine de l'électricité dont le but est l'étude des charges électriques immobiles.
L'électrostatique s'interresse à des grandeurs comme le champs électrostatique créé par le champs immobiles, les forces d'interaction entre deux particules chargées.

V-1) Champs électrostatique

V-1-1) Espace champ électrostatique

On appelle espace champs électrostatique d'une charge q_0 placée en un point O le domaine de l'espace ou région de l'espace qui entoure la charge q_0 à l'intérieur duquel tout autre charge pénètre subit la force électrique de q_0.

V-1-2) Vecteur champs électrostatique

Considérons une charge q_0 placée en un point O de l'espace.
Cette charge q_0 va modifier les propriétés électriques des points de l'espace qui l'entoure créait un espace champs electrostatique. En un point M de cet espace champs électrostatique plaçons successivement quatre charges q_1, q_2, q_3, q_4.

→ la charge q_1 placée en M subit une force $\vec{F_1}$ exercée par la charge q_0 dont l'expression est $\vec{F_1} = k \times \frac{q_1 \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O\to M}$

→ De la même manière les charges q_2, q_3 et q_4 placée tour a tour en M subissent respectivement des forces $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ et $\vec{F_4}$ exercée par la charge q_0 dont les expressions sont:

$$\vec{F_2} = k \times \frac{q_2 \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O\to M} \qquad \vec{F_3} = k \times \frac{q_3 \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O\to M}$$

$$\vec{F_4} = \frac{q_4 \times q_0}{OM^2} \times k \times \vec{u}_{O\to M}$$

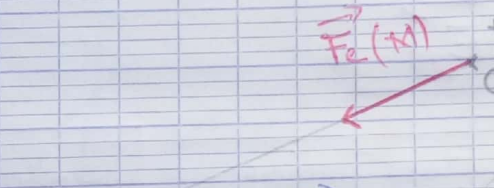
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \text{ SI}$$

Les rapports forces subit par la charge sur la charge donne un vecteur indépendant de la charge

Scanned by CamScanner

$$\frac{\vec{F_1}}{q_1} = \frac{\vec{F_2}}{q_2} = \frac{\vec{F_3}}{q_3} = \frac{\vec{F_4}}{q_4} = \frac{k \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O \to M}$$

On appelle vecteur champ électrostatique en un point M d'un espace champ électrostatique, le vecteur $\vec{E}(M)$ qui est le rapport entre la force électrostatique subit par une nouvelle charge placée en M sur cette charge.



$\vec{F_e}(M)$ est la force exercée par q_0 sur q

$$\vec{E}_{(M)} = \frac{\vec{F_e}(M)}{q} \Rightarrow \vec{F_e}(M) = q\,\vec{E}(M)$$

Par identification avec la loi de Coulomb

$$\vec{F_e} = k \times \frac{q \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O \to M} = q \times \left(\frac{k \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O \to M} \right)$$

On pose : $\vec{E}(M) = \frac{k \times q_0}{OM^2} \vec{u}_{O \to M}$

donc $\vec{F_e} = q\,\vec{E}(M)$

Remarque :

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = 9.10^9 \text{ SI}$$

Ve 23/02/2018

IV°) Caractéristiques du vecteur champ électrostatique

Le vecteur champs électrostatique est un vecteur caractéristique de tout point M d'un espace champ électrostatique.

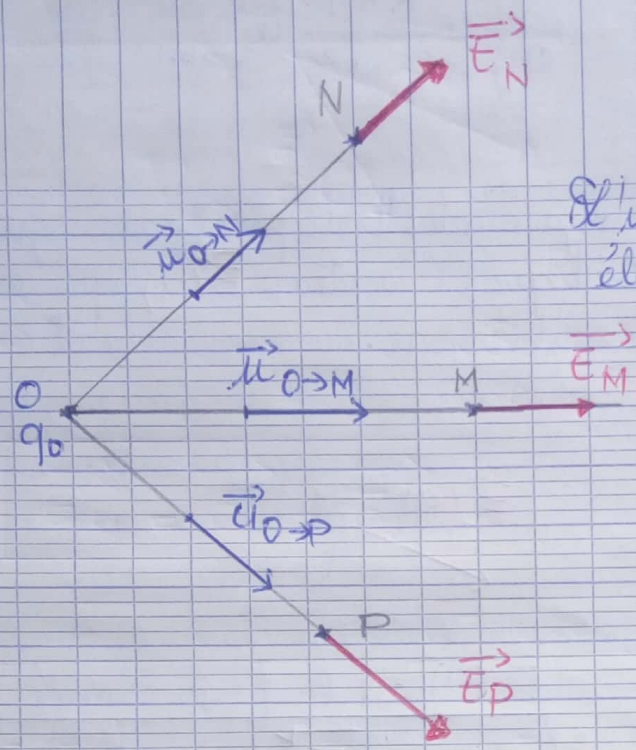
On considère que : $q_0 > 0$

$$\vec{E}_M = k \times \frac{q_0}{OM^2} \vec{u}_{O \to M}$$

$$\vec{E}_N = k \times \frac{q_0}{ON^2} \vec{u}_{O \to N}$$

$$\vec{E}_P = k \times \frac{q_0}{OP^2} \vec{u}_{O \to P}$$

Scanned by CamScanner



L'unité du champs électrique est volt/mètre

En toute généralité, les caractéristiques du champ électrique sont:

$\vec{E}_M$:
- Point d'application: point M
- Direction: (OM)
- Sens: $q>0$, $\vec{E}_M$ est centrifuge ; $q<0$, $\vec{E}_M$ est centripète
- Norme:

$$E = \frac{k \times |q_0|}{OM^2}$$

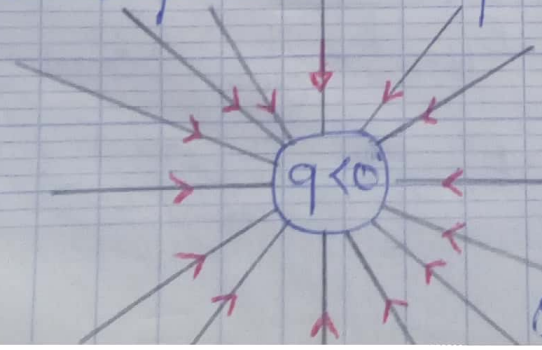
V-1-4) Ligne de champs - Spectre d'un champ électrostatique

a) Ligne de champs :

On appelle ligne de champs dans un espace champs électrostatique toute courbe tangent à chacun de ses points aux vecteur champs électrique. Une ligne de champs est une courbe orientée dans le même sens que le champs électrique qu'on y relève.

b) Spectre d'un champs électrique

Le spectre d'un champs electrostatiques est l'ensemble des lignes de champ.

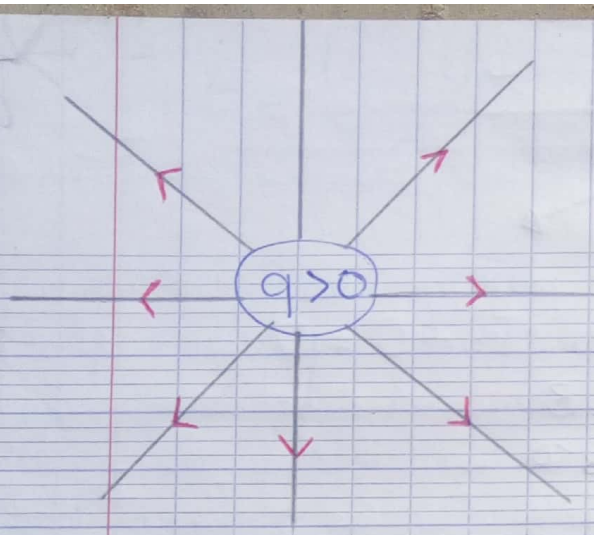


Spectre d'un champ créé par une charge négative

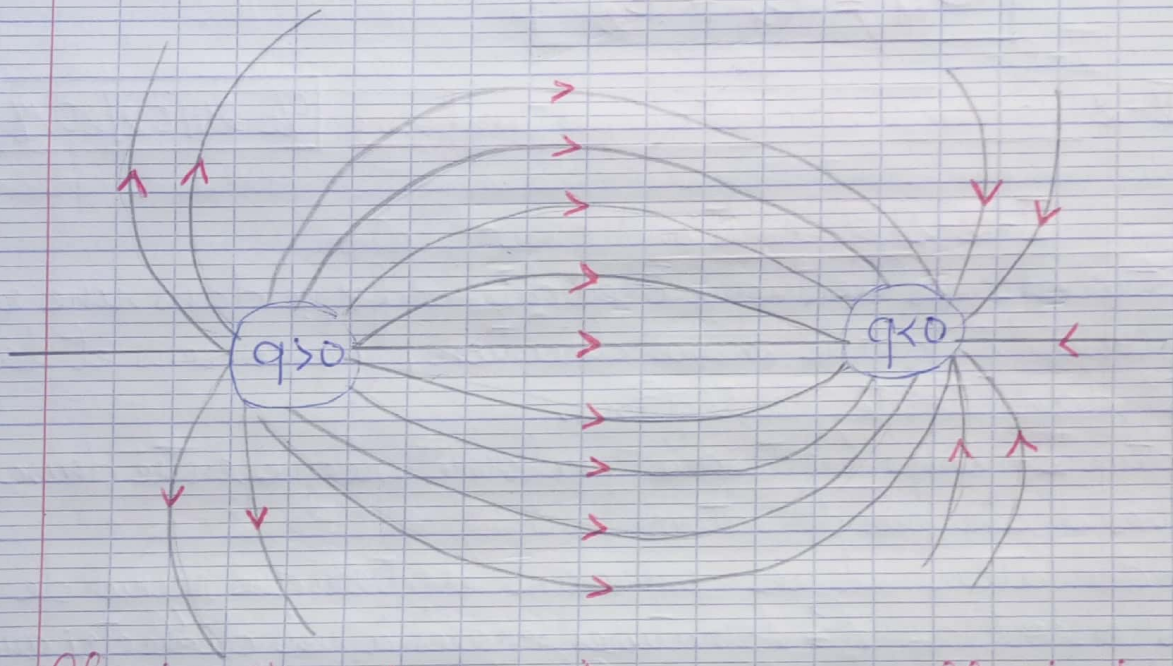
Les lignes de champs sont convergen

Scanned by CamScanner

Spectre d'un champ crée par une charge pontive



Les lignes de champs sont divergentes



Spectre d'un champ crée par un ensemble de deux charges de signes contraires

V-1-5) Champ électrique crée par un ensemble de charges

Théorème de superposition

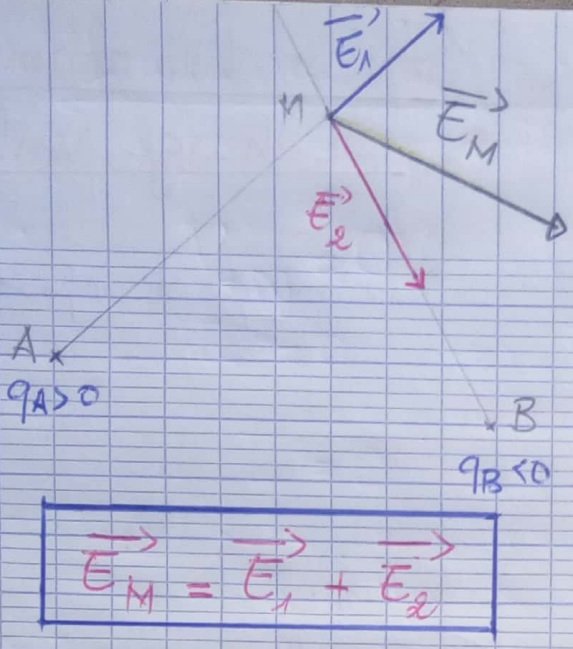
Lorsque plusieurs charges électriques sont placées dans une région donnée de l'espace, chacune de ces charges agit en tout point de l'espace comme s'il était seule.

En un point M de l'espace le champs électrique résultant est la somme vectorielle des champs electriques de chaque charge.

$$\vec{E}_k = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{kq_i}{MA_i^2} \vec{u}_i$$

Exemple:

Scanned by CamScanner



$$\vec{E_M} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

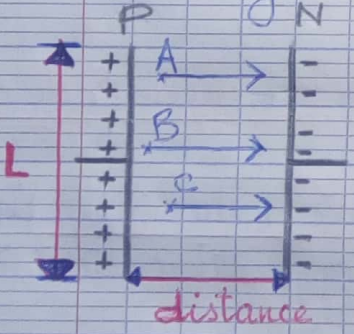
V-2) Champs électrostatique uniforme — Le 24/02/2018

V-2-1) Définition

Un vecteur champ électrique $\vec{E}$ est dit uniforme dans une région donnée lorsqu'il garde même direction, même sens et la même intensité dans toute la région.

Un vecteur champs électrique uniforme, règne entre deux armatures d'un condensateur.

Un condensateur est un composant électronique muni de deux plaques encore appelés armatures séparés à un diélectrique (matière non-conductrice). Ces deux armatures doivent porter des charges opposés. Ces plaques doivent aussi être parallèles



$$Q_P + Q_N = 0 \Leftrightarrow Q_P = -Q_N$$

Le condensateur est caractérisé par la surface des armatures

V-2-2) Caractéristique du champ $\vec{E}$ entre les armatures d'un condensateur

$\vec{E}$:
- Point d'application : le point M considéré
- Sens : de la plaque positive vers celle négative
- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Norme : $E = U_{PN}/d$

Scanned by CamScanner

$$E = \frac{U_P - U_N}{d}$$

Remarque : Dans le système international, l'intensité du vecteur champs électrique s'exprime en Volt/mètre.

V- 2-3) Force électrique appliqué à une particule

Lorsqu'une particule chargée pénètre dans une région où règne un vecteur champ électrique $\vec{E}$, elle est soumise à une force électrique $\vec{F_e}$ tel que : $\vec{F_e} = q\vec{E}$

- La force électrique et le champ électrique sont colinéaires de même sens si la particule est chargée positivement, mais colinéaires de sens contraires si la particule est chargée négativement.

$F_e = |q| \times E$ (E en V/m)

Newton ; $|q|$ en Coulomb

donc Volt/m $\Leftrightarrow$ N/Coulomb

Newton/mètre $\Leftrightarrow$ joule

V-3) Potentiel électrique

Le 27/02/2018

V-3-1) Définition

Le potentiel électrique d'un point dans un espace champ électrostatique est une propriété de ce point. C'est une grandeur scalaire notée V qui est définie à une constante additive près.

Le potentiel n'a aucune signification physique. C'est la différence de potentiel (ddp) d'un point qui est importante. La ddp entre deux points est aussi appelée tension électrique.

V-3-2) Potentiel crée en un point M par une charge ponctuelle

Une charge q_0 placée en un point O de l'espace crée en tout point M de cet espace un potentiel V_M qui s'obtient par :

$$V_M = \frac{k \times q_0}{OM} + \text{constante}$$

La constante dans le potentiel est déterminée par le choix arbitraire de la référence des potentielles. Le point choisi comme référence est aussi appelé masse (ou)

Scanned by CamScanner

Jauge de Coulomb

Coulomb propose de prendre la référence pour les points situés à l'infini.

$$V_{+\infty} = 0V$$

$$V_{\infty} = \frac{kq_0}{+\infty} + \text{constante} = 0 \iff cte + 0 = 0$$

soit $cte = 0$

NB: Les potentiels électriques obéissent au théorème de superposition

V-3-3) Potentiel créé par les armatures d'un condensateur

Le potentiel en un point M de l'espace entre les deux armatures d'un condensateur est donné par la relation

$$\frac{V_P - V_M}{x_M - x_P} = \frac{V_P - V_N}{x_N - x_P}$$

V-3-4) Tension électrique entre deux points

La tension électrique entre deux points A et B est la différence de potentiel entre le point A et le point B.

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

On a: $V_A = \frac{q \times k}{OA} = -\vec{E}_A \cdot \vec{OA}$; $V_B = \frac{k \times q}{OB} = -\vec{E}_B \cdot \vec{OB}$

$$U_{AB} = -\vec{E}_A \cdot \vec{OA} + \vec{E}_B \cdot \vec{OB}$$

Si le champ est uniforme alors $U_{AB} = \vec{E} \cdot (\vec{OB} + \vec{AO})$

d'où $U_{AB} = +\vec{E} \cdot \vec{AB}$

Scanned by CamScanner

Chapitre VI / Travail de la force électrique

Le 08 - Mars 2018

1) Travail de la force électrique dans un champ uniforme

Comme toute force, le travail de la force électrique dans un champ uniforme lors d'un déplacement de la particule d'un point A à un point B s'obtient par la relation: $W^{\vec{F_e}} = \vec{F_e} \cdot \vec{AB}$

Une force électrique effectue un travail moteur lorsqu'elle favorise le déplacement. Ce travail est résistant lorsqu'elle s'oppose au déplacement. Si la force est perpendiculaire au déplacement alors son travail est nul.

Autre expression du travail de la force électrique

On sait que $W^{\vec{F_e}} = \vec{F_e} \cdot \vec{AB}$ or $\vec{F_e} = q\vec{E}$

donc $W^{\vec{F_e}} = q\vec{E} \cdot \vec{AB}$ ainsi $\vec{E} \cdot \vec{AB} = V_A - V_B = U_{AB}$

soit $W^{\vec{F_e}} = q(V_A - V_B) = q \times U_{AB}$

$$W_{A\to B}^{\vec{F_e}} = q(V_A - V_B) = q \times U_{AB}$$

Remarque

* Si $q>0$ et $V_A > V_B$ alors $W_{A\to B}^{\vec{F_e}} > 0$: la force électrique $\vec{F_e}$ effectue un travail moteur.
* Si $q>0$ et $V_A < V_B$ alors $W_{A\to B}^{\vec{F_e}} < 0$: la force $\vec{F_e}$ effectue un travail résistant.
* Si $q<0$ et $V_A > V_B$ alors $W_{A\to B}^{\vec{F_e}} < 0$: le travail de la force électrique $\vec{F_e}$ est résistant.
* Si $q<0$ et $V_A < V_B$ alors $W_{A\to B}^{\vec{F_e}} > 0$: le travail de la force électrique $\vec{F_e}$ est moteur.

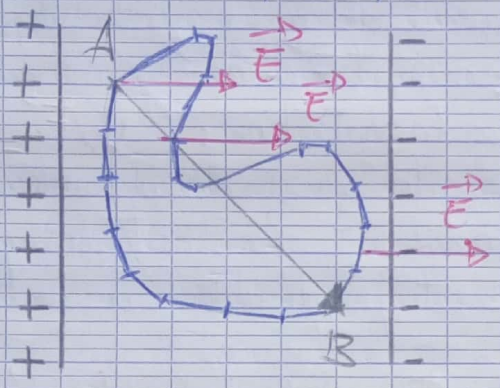
2) Travail de la force électrique dans un champ non uniforme

Dans un tel champ, la force électrique n'est pas constante car le champ n'est pas constant. Ainsi le travail de la force électrique entre deux points A et B s'obtient en calculant les travaux élémentaire $\delta W_i = \vec{F_e} \cdot \vec{dl_i}$

Scanned by CamScanner

$$W_{A\to B}^{\vec{F_e}} = \sum_{i=1}^{n} \delta W_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_{ei}} \cdot \vec{dl_i}$$

Remarque: En toute généralité, ~~la force~~ le travail de la force électrique dépend du chemin suivi lorsque le champ qui règne dans l'espace n'est pas uniforme. Cependant quand le champ est uniforme, la force électrique est constante. Dans ce cas son travail entre deux points A et B ne dépend pas du chemin suivi.



$$W^{\vec{F_e}} = \sum_{i=1}^{n} \delta W_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \vec{F_{ei}} \cdot \vec{dl_i} = \sum_{i=1}^{n} q\vec{E} \cdot \vec{dl_i} = q\vec{E} \sum_{i=1}^{n} \vec{dl_i}$$

$$\text{or} \sum_{i=1}^{n} \vec{dl_i} = \vec{AB}$$

$$\text{alors } W_{A\to B}^{\vec{F_e}} = q\vec{E}.\vec{AB}$$

La force électrique qui s'applique sur une particule chargée dans un champ électrique uniforme est constante car le travail de la force ne dépend pas du chemin suivre.

3) Énergie potentielle électrique Le 09-Mars-2018

a) Potentiel électrique

Le potentiel électrique est une propriété scalaire dont dérive la force $\vec{F_e}$. Dans un espace champ électrostatique, une particule q placée en un point M où règne le potentiel V_M possède une énergie potentiel électrique donnée par :

$$E_{P\,électrique} = qV_M + cte$$

Comme toute énergie potentiel, l'énergie potentiel électrique est définie à une constante additive près

Scanned by CamScanner

Cette constante est définie par le choix ~~de la réff~~ arbitraire de la référence pour l'énergie potentiel électrique.

- Si le point R est la référence pour l'énergie potentielle

$$E_P(R) = qV_R + \text{constante} = 0$$

$$\Rightarrow \text{cte} = -qV_R$$

$$E_{P\,\text{électrique}}(M) = qV_M - qV_R = q(V_M - V_R)$$

or $V_M - V_R = U_{MR}$

alors $\boxed{E_{P\,\text{électrique}}(M) = qU_{MR}}$

Si le point R est la masse électrique de l'espace champ électrique $V_R = 0$ alors $\boxed{E_{P\,\text{électrique}}(M) = qV_M}$

b) Autres unités d'énergie :

Comme toute energie, l'énergie potentiel électrique ~~s'exprime~~ s'exprime dans le Système international en J.

Cependant le joule est une unité très grande pour quantifier les energies mises en ~~évidence~~ jeu à l'échelle microscopique.

C'est pourquoi on a besoin d'une unité plus adapté comme l'électron Volt et ses multiples

× Définition de l'eV

Un électron-volt est l'énergie que possède une particule portant une charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}$C placée en un point M ou règne un potentiel de 1 Volt

$$1\,eV = e \times 1 = 1{,}6.10^{-19}\,J$$

Comme toute unité, l'eV à des multiples et des sous multiples

→ $KeV = 10^3\,eV = 1{,}6.10^{-16}\,J$

→ $MeV = 10^6\,eV = 1{,}6.10^{-13}\,J = 10^3\,KeV$

$$m\left({}^{A}_{Z}X^{-}\right) = A \times U = \frac{M(X)}{N}$$

Scanned by CamScanner

Chapitre VII Etude des dipôles

1) Notion de dipôle Le 20/04/2018

a) Définition

Un dipôle est tout composant électronique accessible par deux bornes: Une borne positive appelé anode et une borne négative cathode. Il existe plusieurs dipôles en fonction des classifications.

2) Classification des dipôles

2-1) Dipôles actifs - dipôles passifs

a) Dipôles actifs:

Un dipôle électrique est dit actif lorsque à vide il y'a une ddp non nulle entre ses deux bornes.

Exemples: les piles, les batteries accumulatrices, les générateurs etc... condensateurs

Tout dipôle actif est caractérisé par sa tension à vide encore appelé force électromotrice (fem).

La fem d'un dipôle actif noté e quand c'est variable et E quand c'est continue s'exprime dans le système international en Volt (V).

b) Dipôles passifs:

Un dipôle est dit passif lorsque à vide, la ddp entre ses borne est nulle. Les dipôles passifs sont aussi appelés des recepteurs.

Un dipôle passif reçoit de l'énergie électrique qu'il transforme en une autre forme d'énergie (chimique, mécanique, lumineuse).

Exemples: les moteurs électriques, les résistors, les lampes etc... les diodes

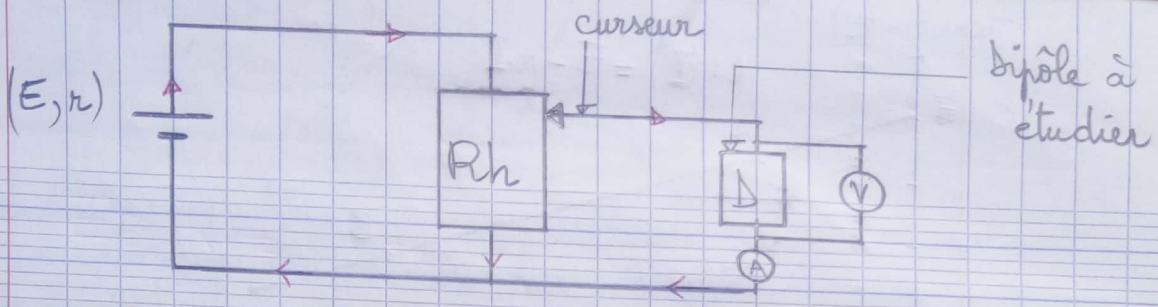
2-2) Etude des dipôles actifs:

Pour étudier un dipôle, il faut chercher sa réponse en courant. Pour se faire, on l'attaque en lui imposant une ddp et à l'aide d'un ampèremètre, on mesure l'intensité du courant qui le traverse. Le dispositif électronique qui permet de faire cet étude est le montage potentiométrique

a) Montage potentiométrique:

Le montage potentiométrique a pour but d'étudier les variations de la tension aux bornes du dipôle en fonction du courant qui la traverse. En agissant sur le curseur du Rhéostat, on peut faire varier la tension dont la valeur est lue au voltmètre. Et

Scanned by CamScanner



pour chaque de tension, on lu l'intensité du courant au moreau de l'ampéremetre à la fin de la manipulation, on dresse un tableau de valeur donnant les intensités du courant en fonction du temps.

b) Caractéristique d'un dipôle

La caractéristique d'un dipôle est une courbe donnant les variations de la tension en fonction du courant et vis-versa. Elle s'obtient en representant dans un repère orthonormé :

→ U = f(I) appelé caractéristiques (Intensité - tension)

→ I = f(U) appelé caractéristiques (Tension - intensité)

c) Cas pratique

Au cour d'une manipulation de travaux pratique, un groupe d'élève désirant tracer la caractéristique intensité - tension d'une pile a obtenu le tableau ci-dessous :

U (V)	1,45	1,43	1,41	1,39	1,37	1,35
I (mA)	0	20	40	60	80	100

Traçons la caractéristique intensité - tension de la pile

Échelle : axe (xx') 1cm → 10 mA

(yy') 2 cm → 0,02 V

Scanned by CamScanner

La fem d'un générateur mesure la capacité du générateur à faire circuler le générateur courant dans un circuit.
Le couple (E, r) est un couple caractéristique de chaque générateur.

* Loi d'Ohm généralisée

La tension aux bornes d'un générateur de fem E et de résistance interne r qui débite un courant d'intensité I est donnée par:

$$U = E - rI$$

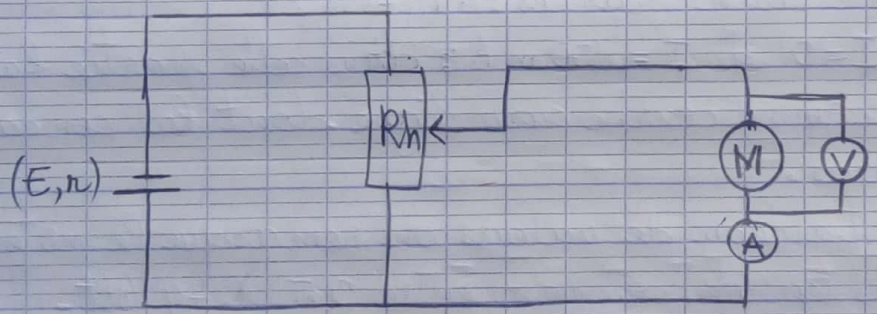
Le 24/ Avril /2018

L'allure de cette caractéristique Intensité tension est l'allure de la caractéristique de tout dipôle actif. Ainsi tout dipôle actif est caractérisé par sa force électromotrice e et sa résistance interne r.
Pour un tel dipôle la loi d'Ohm généralisée est $\boxed{U = E - rI}$

2-3) Etude des dipôles passifs

Cas pratique

Pour étudier le comportement d'un petit moteur électrique, un groupe d'élève à réaliser le montage ci-dessous:



En agissant sur le curseur les élèves augmentent la tension aux bornes du petit moteur et pour chaque valeur de la tension donnée, on lit l'intensité du courant qui circule à l'ampèremètre.
Le tableau de valeur ci-dessous montre la variation du courant en fonction de la tension.

U(V)	0	1,5	1,6	1,74	1,85	1,94	1,98	2,12	2,2	2,3	2,37	2,44
I(mA)	0	0	0	0	10	20	30	50	75	100	125	150

Echelle: 1 cm $\longrightarrow$ 15.10^{-3} A 1 cm $\longrightarrow$ 0,2

Scanned by CamScanner

du moteur.

La caractéristique linéalisée du moteur a pour équation $U(I) = aI + b$ car étant une droite affine.

→ a représente la pente de la caractéristique.

$$a = \frac{U_A - U_B}{I_A - I_B} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = R > 0$$

La pente a est la résistance interne du moteur.

→ L'ordonnée à l'origine b s'obtient graphiquement en regardant le point d'intersection entre l'axe des ordonnées et la caractéristique linéarisée.

Physiquement b représente la force contre électromotrice du moteur

$$b = E'$$

Ainsi la tension aux bornes du moteur évolue en fonction du courant qui lui traverse suivant la loi d'Ohm :

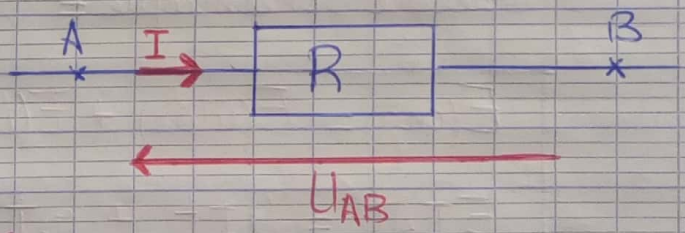
$$U = E' + RI$$

Le 23/30/Avril/2018

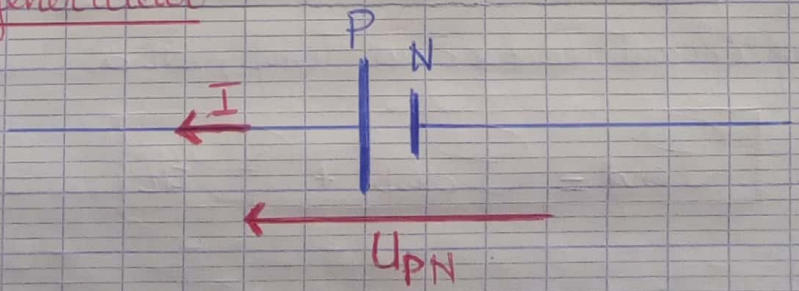
Cette relation est appelée loi d'Ohm généraliser pour un recepteur

Convention recepteur

En logique d'algebrisation, la tension positive pour un recepteur est celle dont la fleche est orientée dans le sens contraire de celui du courant qui traverse le recepteur



Convention générateur



3) Bilan énergétique dans un dipôle

3-1) Cas des dipôles actifs

L'énergie électrique mise en jeu dans un dipôle actif ou passif est

$$E_{el} = P_e \times \Delta t$$

Scanned by CamScanner

La puissance électrique d'un dipôle est le produit de la tension qui règne à ses bornes par l'intensité de courant qui le traverse.

Pour un dipôle actif comme le générateur, la loi d'Ohm généralisée donne $U = E - rI$

Ainsi $E_el = (E - rI) \times I \times \Delta t$

$= EI\Delta t - rI^2\Delta t$

L'énergie électrique mise en jeu dans un dipôle actif apparaît comme la soustraction entre deux termes :

→ le terme $EI\Delta t$ qui est l'énergie engendrée ou produite par le dipôle actif.

→ le terme $rI^2\Delta t$ qui est l'énergie perdue par le dipôle sous forme de chaleur.

Ainsi, le générateur de dipôle actif produit de l'énergie E engendrée

E engendrée $= EI\Delta t$ perd une partie $rI^2\Delta t$ et donne au reste du circuit une énergie E disponible $= UIt$

Énergie engendrée $= EIt$

Énergie utile ou disponible $= UIt$

Énergie thermique $= rtI^2$

$$E(eng) = E(utile) + E(ther)$$

$$EI\Delta t = UIt + rI^2t$$

En simplifiant le facteur temps, on a :

$$P_{eng} = P_{disp} + P_{th}$$

Le rendement d'un générateur est le rapport entre l'énergie disponible entre ses bornes et l'énergie engendrée.

$$\eta_b = \frac{E(disponible)}{E(engendrée)} = \frac{UI\Delta t}{EI\Delta t} \qquad \eta_b = \frac{U \times 100}{E}$$

Scanned by CamScanner

La puissance électrique d'un dipôle est le produit de la tension qui règne à ses bornes par l'intensité de courant qui le traverse.

Pour un dipôle actif comme le générateur, la loi d'Ohm généralisée donne $U = E - rI$

Ainsi $E_{el} = (E - rI) \times I \times \Delta t$

$= EI\Delta t - rI^2\Delta t$

L'énergie électrique mise en jeu dans un dipôle actif apparaît comme la soustraction entre deux termes:

→ le terme $EI\Delta t$ qui est l'énergie engendrée ou produite par le dipôle actif.

→ le terme $rI^2\Delta t$ qui est l'énergie perdue par le dipôle sous forme de chaleur.

Ainsi, le générateur de dipôle actif produit de l'énergie **E** engendrée

$E_{engendrée} = EI\Delta t$ perd une partie $rI^2\Delta t$ et donne au reste du circuit une énergie E disponible $= UIt$

Énergie engendrée $= EIt$

Énergie utile ou disponible $= UIt$

Énergie thermique $= rtI^2$

$$E(eng) = E(utile) + E(ther)$$

$$EI\Delta t = UIt + rI^2t$$

En simplifiant le facteur temps, on a:

$$P_{eng} = P_{disp} + P_{th}$$

Le rendement d'un générateur est le rapport entre l'énergie disponible entre ses bornes et l'énergie engendrée.

$$\eta_b = \frac{E(disponible)}{E(engendrée)} = \frac{UI\Delta t}{EI\Delta t} \qquad \eta_b = \frac{U \times 100}{E}$$

Scanned by CamScanner

$$\eta = \frac{E - rI}{E} = 1 - \frac{r}{E} I$$

donc le rendement ~~dep~~ vari en fonction de l'intensité du courant.

3-2) Cas des dipôles passifs

Le 04/Mai/2018

Lorsqu'un dipôle passif (moteur ou électrolyseur) est alimenté sur un ddp U et est traversé par un courant d'intensité I aucour d'une durée Δt, l'énergie qu'elle consomme ou l'énergie reçue

$$E_{reçue} = UI\Delta t = \Delta t \times P_{électrique}$$

or pour un recepteur, la loi d'ohm généralisée est $U = E' + RI$

donc $E(reçue) = (E' + RI)It = E'I\Delta t + RtI^2$

$$\Rightarrow E(reçue) = E'I\Delta t + R\Delta t \times I^2$$

$E'I\Delta t$ = Energie utile

$R\Delta t \times I^2$ = Energie thermique

L'énergie électrique reçue par le dipôle est en partie transformée en énergie utile que le recepteur utilise pour faire le travail. Le reste est perdue sous forme de chaleur pendant le fonctionnement du moteur. Ainsi l'energie reçue par le moteur est la somme de ces deux termes.

Energie reçue = Energie utile + Energie perdue

Energie utile = $E'I\Delta t$ →

Energie perdue = $RI^2\Delta t + W_f$ → Energie perdue | Effet joule W_f | rayonnement



Schéma Synoptique d'un recepteur

Scanned by CamScanner

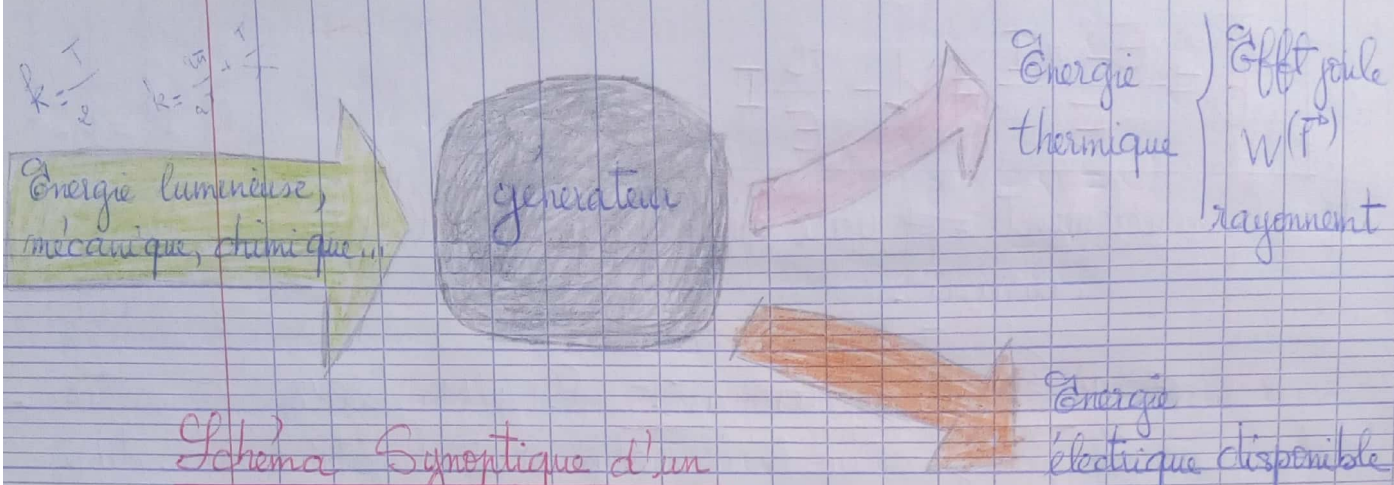


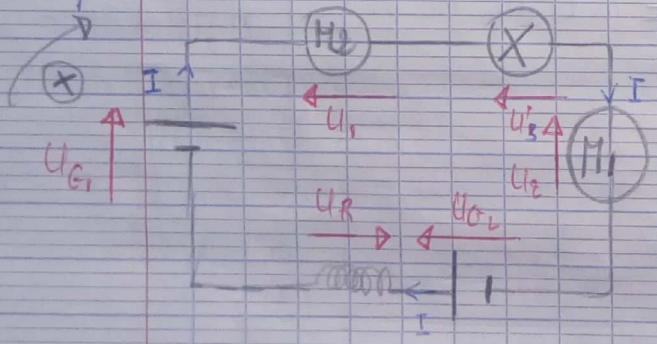
Schéma Synoptique d'un générateur

3-3) Bilan énergétique dans un circuit

Lorsqu'un ensemble de plusieurs générateurs est monté en série avec plusieurs récepteurs, la somme des énergies disponibles aux bornes de chaque générateurs est utilisé afin pour faire fonctionner les récepteurs. Chaque récepteur puisse dans cette quantité d'énergie disponible ce dont-il a besoin.
Faire un bilan énergétique dans un circuit, revient à expliciter la répartition de l'énergie disponible.

Exemple : Soit le circuit électrique suivant constitué de :
- deux générateurs G_1 et G_2
- deux moteurs M_1 et M_2
- d'une lampe à incandescence
- d'un résistor de résistance R

Ces composants sont montés en série



D'après la loi des mailles

$$-U_{G_1}+U_1+U'_3+U_2-U_{G_2}+U_R=0$$
$$\Leftrightarrow U_1+U'_3+U_2+U_R=U_{G_1}+U_{G_2}$$

$$\Leftrightarrow E'_1+r'_1I+E'_2+r'_2I+r_3I+RI=E_1-r_1I+E_2-r_2I$$
$$\Leftrightarrow (E_1+E_2)-(E'_1+E'_2)=I(R+r_1+r_2+r_3+r'_1+r'_2)$$
$$I=\frac{(E_1+E_2)-(E'_1+E'_2)}{R+r_1+r_2+r_3+r'_1+r'_2}$$

I est l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

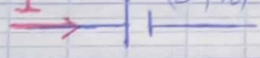
Scanned by CamScanner

Généralisation : Loi de Pouillet

Lorsqu'un ensemble de générateur est monté en série avec un ensemble de recepteur, l'intensité du courant qui circule dans la branche est :

$$I = \frac{\text{Somme des f.e.m} - \text{Somme des f.c.e.m}}{\text{Somme des résistances}}$$

→ Generateur montée en opposition



$U = rI - E$

Un tel générateur se comporte comme un recepteur de f.c.e.m $E' = E$ et de résistance interne r

→ Moteur bloqué

Lorsqu'un moteur est bloqué, sa f.c.e.m est nulle. Il se comporte comme un résister de résistance interne.

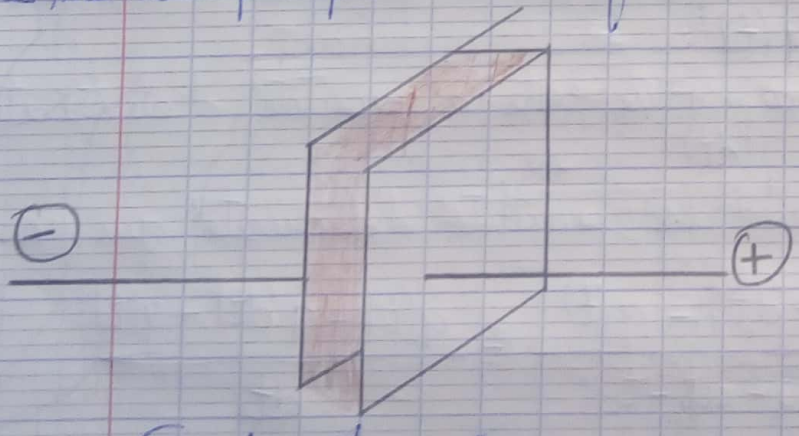
Dans ce cas : $U = rI$

4) Etude de quelques dipoles usuels Le 07/05/2018

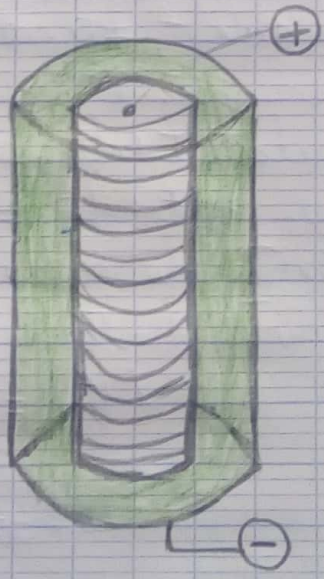
4-1) Le condensateur

a) Defintion

Un condensateur est un composant électronique constitué de deux armatures métalliques placées en influence



Condensateur plan



Condensateur cylindrique

Dans un condensateur les deux armatures sont séparés par une matière non conductrice appelé une diélectrique

Scanned by CamScanner

Chaque armature porte une charge électrique Q qui est l'opposé de l'autre.

$Q_P = +Q \quad Q_N = -Q \Rightarrow Q_P + Q_N = 0$

b) Charge et décharge d'un condensateur

→ Tension aux bornes d'un condensateur :

La tension aux bornes d'un condensateur est proportionnelle à la charge portée par ses armatures. Et le coefficient de proportionalité noté C est la capacité du condensateur.

La capacité C d'un condensateur s'exprime ~~en~~ dans SI en Farad (F).



$$U_C = \frac{Q}{C}$$

→ Courant électrique à travers un condensateur

Un condensateur n'est traversé de courant que quand il se charge ou se décharge. Le courant est la dérivée de la charge par rapport au temp Pendant la phase de charge, le courant entre dans le condensateur par la borne positive.

A l'instant initial le condensateur étant initialement vide sa charge $q(0) = 0$

A la date $t \neq 0$, chaque armature porte la quantité d'électricité $q(t)$

A la date $t + dt$, chaque armature porte la quantité d'électricité $q(t+dt) = q(t) + q(dt)$

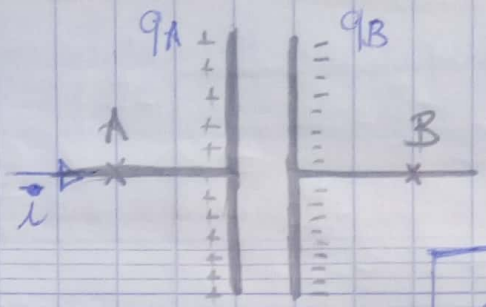
L'intensité du courant étant la quantité d'électricité qui passe par unité de temps.

$$i(t) = \frac{q(t+dt) - q(t)}{t + dt - t} = \frac{q(t) + q(dt) - q(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

L'intensité du courant qui traverse un condensateur en phase de charge est la dérivée par rapport au temp de la charge instantanée de l'armature positive

Scanned by CamScanner



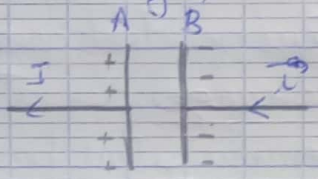
$i = \frac{dq}{dt}$ puisque $q_A = q(t)$ donc $\boxed{i(t) = + \frac{dq(t)}{dt} = \dot{q}(t)}$

aussi $q(t) = C \times U_c(t)$

alors $i(t) = \frac{d(CU_c(t))}{dt}$

soit $\boxed{i(t) = C \times \frac{dU_c(t)}{dt} = C \times \dot{U}_c(t)}$

Pendant la phase de décharge, le courant sort du condensateur par l'armature positive.



$i(t) = \frac{dq_B}{dt}$ et $q_B = -q(t)$

alors $\boxed{i(t) = - \frac{dq(t)}{dt} = -\dot{q}(t)}$

→ Énergie électrique emmagasinée par un condensateur
Énergie stockée.

Un condensateur de capacité C portant une charge q a emmagasinée une énergie électrique E

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$

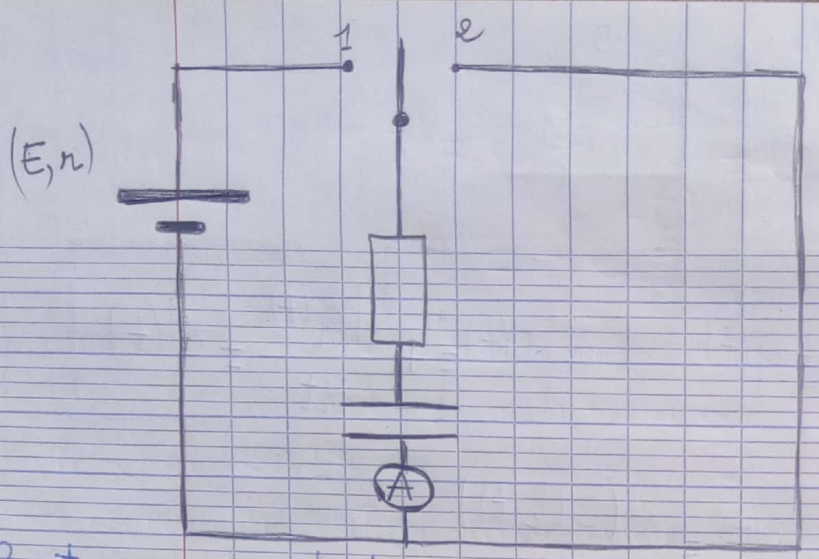
Un condensateur a la capacité de garder son énergie indéfiniment

Le 08/05/2018 4-2) Étude expérimentale de la charge et de la décharge d'un condensateur

a) Montage

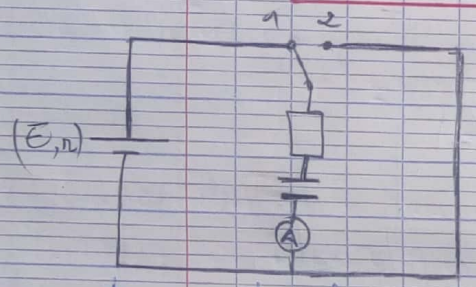
Pour faire une étude expérimentale de la charge et de la décharge d'un condensateur, on réalise le montage ci-dessous.

Scanned by CamScanner



k est un commutateur qui lorqu'il est fermé en position 1 met le générateur, le résisteur, l'ampèremètre et le condensateur en série. Dans cette position, le générateur charge le condensateur. Lorsque le commutateur est basculé en position 2, le générateur est isolé. Et dans cet position le condensateur se décharge dans la résistance

b) Etude de la charge



Le commutateur basculé en position 1
Le générateur débite un courant qui circule à travers le résistor et le condensateur.
L'ampèremètre mesure l'intensité de ce courant pendant un bref instant.
Lorsque le condensateur est plein, l'ampèremètre ne mesure aucun courant dans le circuit.
Un condensateur pleinement chargé coupe le courant.

D'après la loi des mailles : $-U_G + U_R + U_C = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} U_G = E - rI \\ U_R = RI \\ U_C = \dfrac{Q}{C} \end{cases} \Rightarrow rI + RI + \frac{Q(t)}{C} - E = 0$$

$$I(R+r) = E - \frac{Q(t)}{C}$$

$$i(t) = \frac{E - \frac{Q(t)}{C}}{R+r}$$

$$i(t) + \frac{1}{(R+r)C} q(t) = \frac{E}{R+r} \quad \text{or } i(t) = \frac{dq}{dt}$$

alors $$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C(R+r)} q(t) = \frac{E}{R+r}$$

Scanned by CamScanner

Une équation différentielle est une équation qui lie un fonction et ses dérivées.

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C(R+r)} q(t) = \frac{E}{R+r}$$

En convention de Newton

$$\dot{q}(t) + \frac{1}{C(R+r)} q(t) = \frac{E}{R+r}$$

Equation différentielle satisfait par la charge.

Resolution de l'équation differentielle.

La solution de cette équation différentielle est la somme d'une solution particulière et d'une solution générale.

$$q(t) = q_G(t) + q_P(t)$$

→ Solution générale $q_G(t)$

La solution générale s'obtient en résolvant l'équation sans second membre.

$$\dot{q}(t) + \frac{1 \times q(t)}{C(R+r)} = 0 \iff \dot{q}(t) = -\frac{1 \times q(t)}{C(R+r)} = \frac{-dq(t)}{dt}$$

$$\iff \frac{dq(t)}{q(t)} = -\frac{dt}{C(R+r)}$$

La primitive de la dérivée d'une fonction sur la fonction est le logarithisme napelien de la fonction

$$\frac{dq(t)}{q(t)} = \ln|q(t)| \quad \text{~~soit } q(t) =$$

donc $$\int \frac{dq(t)}{q(t)} = \frac{1}{C(R+r)} \int 1 \times dt$$

$$\text{soit } \ln|q(t)| = -\frac{1 \times t}{C(R+r)} \times e + \text{constante}$$

En posant $\tau = (R+r)C = R(\text{totale}) \times C$

$R(\text{totale})$ = Somme de toutes les résistances

$$\text{donc } \ln(q(t)) = -\frac{1}{\tau} t + \text{constante}$$

On donne $\ln a = b \Rightarrow a = e^b$

Scanned by CamScanner

La fonction ln est définie sur $]0;+\infty[$

Par suite $q(t) = e^{\left(-\frac{t}{\tau}+cte\right)} = e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \times \underbrace{e^{cte}}_{A}$

donc $q(t) = A e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$

On donne $e^{(a+b)} = e^a \times e^b$

$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$

Le 14/Mai/2018

Pour avoir la solution particulière, on considère que la fonction que l'on cherche varit comme le second membre. Dans notre cas, on considère que $q(t)$ = constante comme le second membre.

$$\frac{d\,q_0^{\circ}}{dt} + \frac{1}{(R+r)C} \times q_0 = \frac{E}{(R+r)} \Rightarrow q_0 = CE$$

donc $q(t) = CE$ (solution particulière)

La charge effective au borne du condensateur est la somme des deux solutions.

$$q(t) = q_G(t) + q_P = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + CE$$

A est une constante que l'on détermine à partir des conditions initiales. Si initialement le condensateur était vide

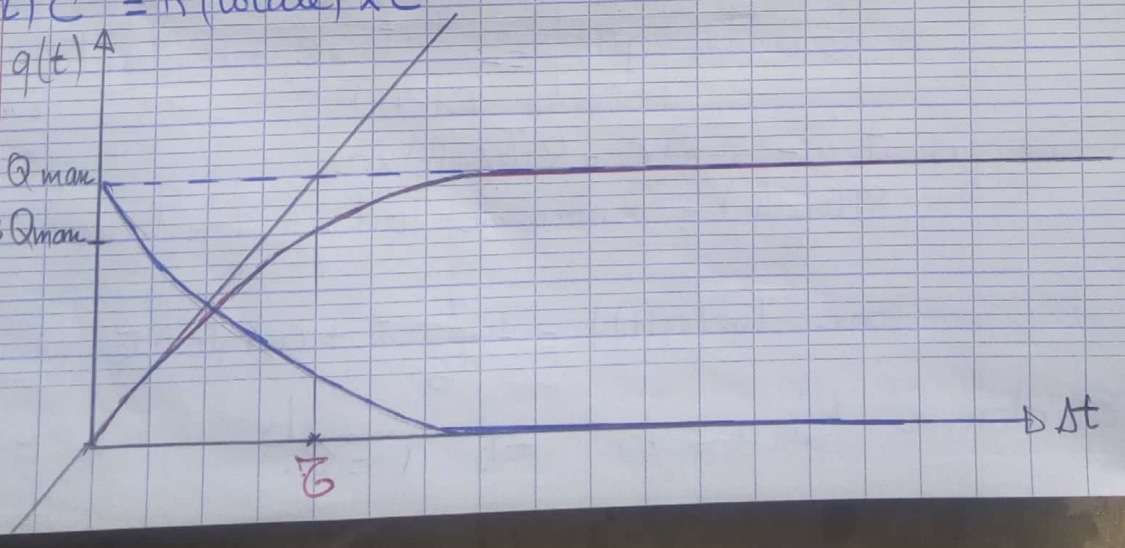
à $t = 0 \Rightarrow q(0) = Ae^{\circ} + CE = 0$

$A = -CE$

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right)$$

$$\boxed{q(t) = CE\left[1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right]}$$

$\tau = (R+r)C = R(\text{totale}) \times C$



Scanned by CamScanner

Signification physique de $\tau = R(\text{totale}) \times C$

$$q(t) = CE - CE\, e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

donc EC est en Coulomb

donc $e^{-\frac{1}{\tau}t}$ n'a pas d'unité

et t s'exprime en seconde alors τ s'exprime en seconde (s)

τ représente la durée où le condensateur est chargé en 63%

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right) \quad \text{or } (e^u)' = u' e^u$$

Soit (T) la tangente à $(\mathcal{C}_q)$ à l'origine du repère

$$(T) : y = \dot{q}(0)(t-0) + q(0)$$

Cherchons la dérivée de la fonction $q(t)$

$$q'(t) = \left[CE - CE\, e^{-\frac{1}{\tau}t}\right]' = -CE\left[e^{-\frac{1}{\tau}t}\right]' = CE \times \frac{1}{\tau} e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$q'(t) = \frac{CE \times e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau}$$

$$\dot{q}(0) = \frac{CE}{\tau}$$

Par suite $(T) : \frac{CE}{\tau} t + 0 = y$

$$\Rightarrow (T) : y = \frac{CE}{\tau} t$$

L'asymtote horizontale est $(\Delta) : y = CE$

$$\frac{CE}{\tau} t = EC$$

donc $t = \tau$

Graphiquement, la constante de temps (τ) s'obtient en déterminant l'abcisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymtote horizontale

$$i(t) = dq(t)/dt = \dot{q}(t) \quad \text{or } q(t) = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

donc $i(t) = CE \times \left(1 - \left(-\frac{t}{\tau}\right) \times e^{-t/\tau}\right)$

$$i(t) = \frac{CE}{\tau} e^{-t/\tau} \quad \text{on pose } I_0 = \frac{CE}{\tau} = \frac{E}{R+r}$$

$$i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

$\lim_{t \to +\infty} i(t) = 0$ $\lim_{t \to I_0} i(t) = I_0$

Décharge du condensateur Le 22/05/2018

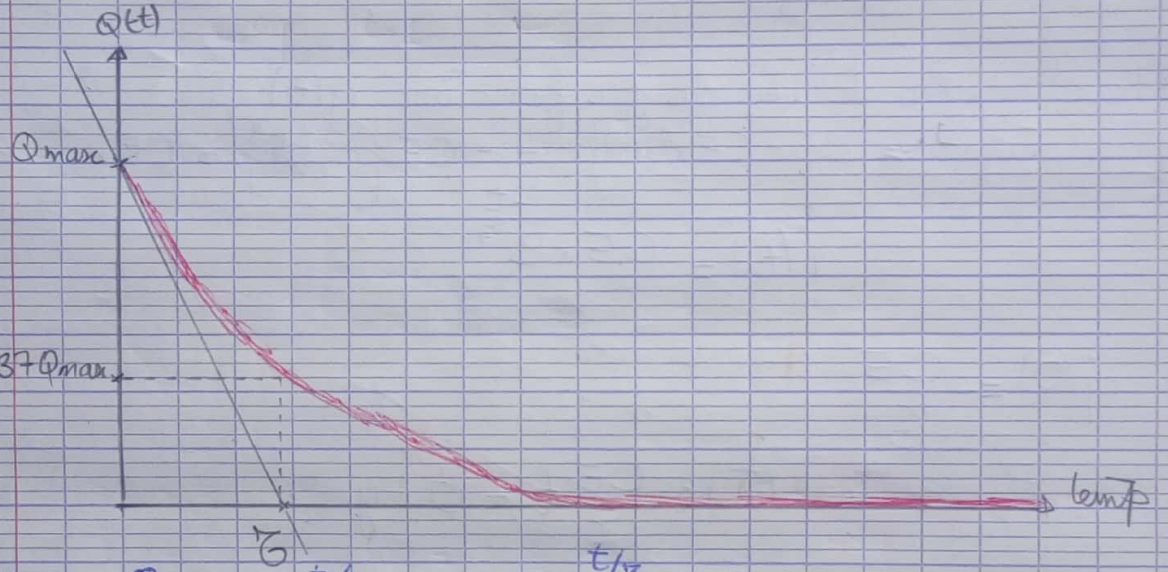
D'après la loi des mailles : $-U_C + U_R = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{Q(t)}{C} + R \times \left[-\frac{dq}{dt}\right] = 0 \Leftrightarrow R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0$

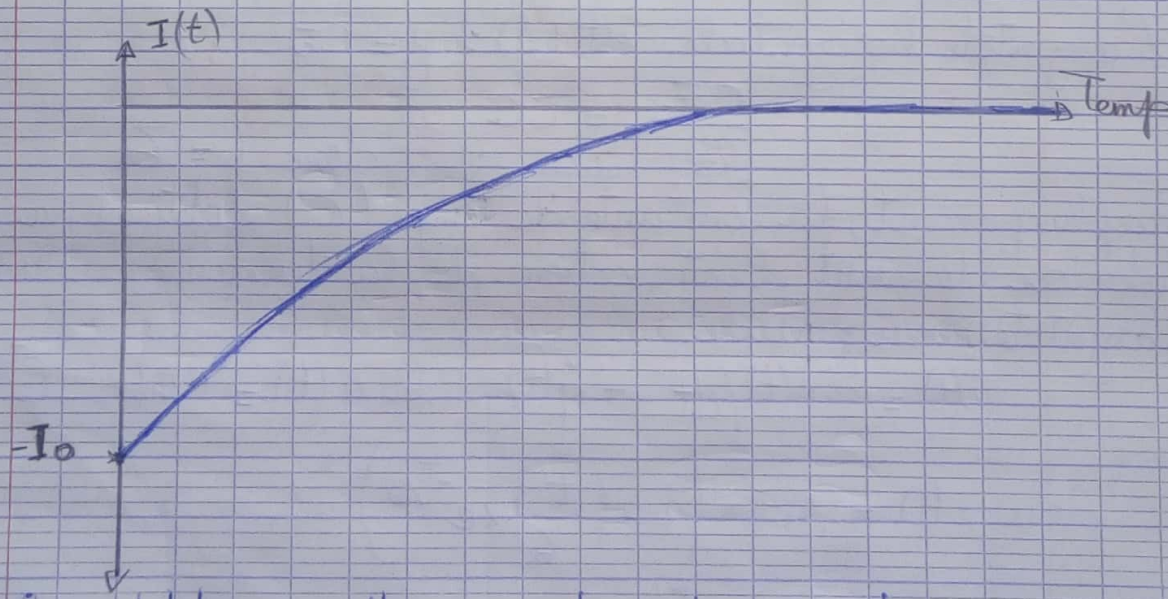
$\Leftrightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{Q(t)}{RC} = 0 \Rightarrow Q(t) = A e^{-t/\tau}$

à $t = 0 \Rightarrow Q(0) = A = Q_{max}$

donc $Q(t) = Q_{max} e^{-t/\tau}$



$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_{max}}{\tau} e^{-t/\tau} = -I_0 e^{-t/\tau}$

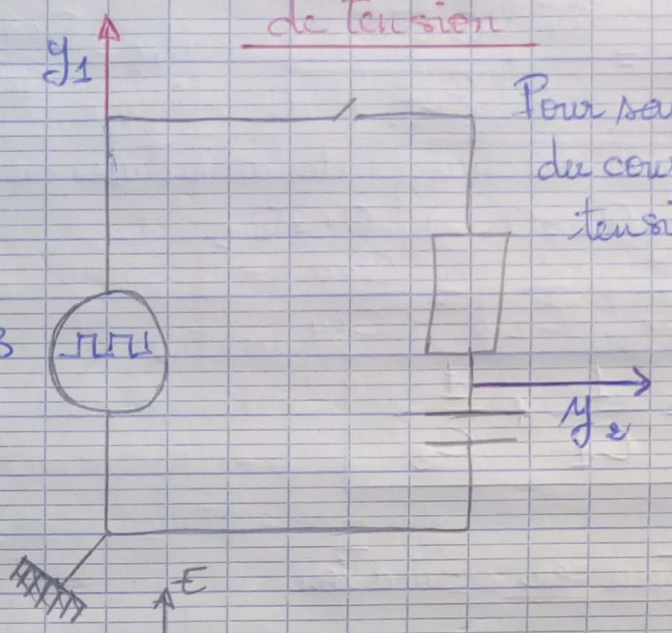


Pendant la décharge d'un condensateur, la tension à ses bornes diminue suivant les mêmes lois que la charge portée par ses armatures. Mais le courant croît d'une valeur

Scanned by CamScanner

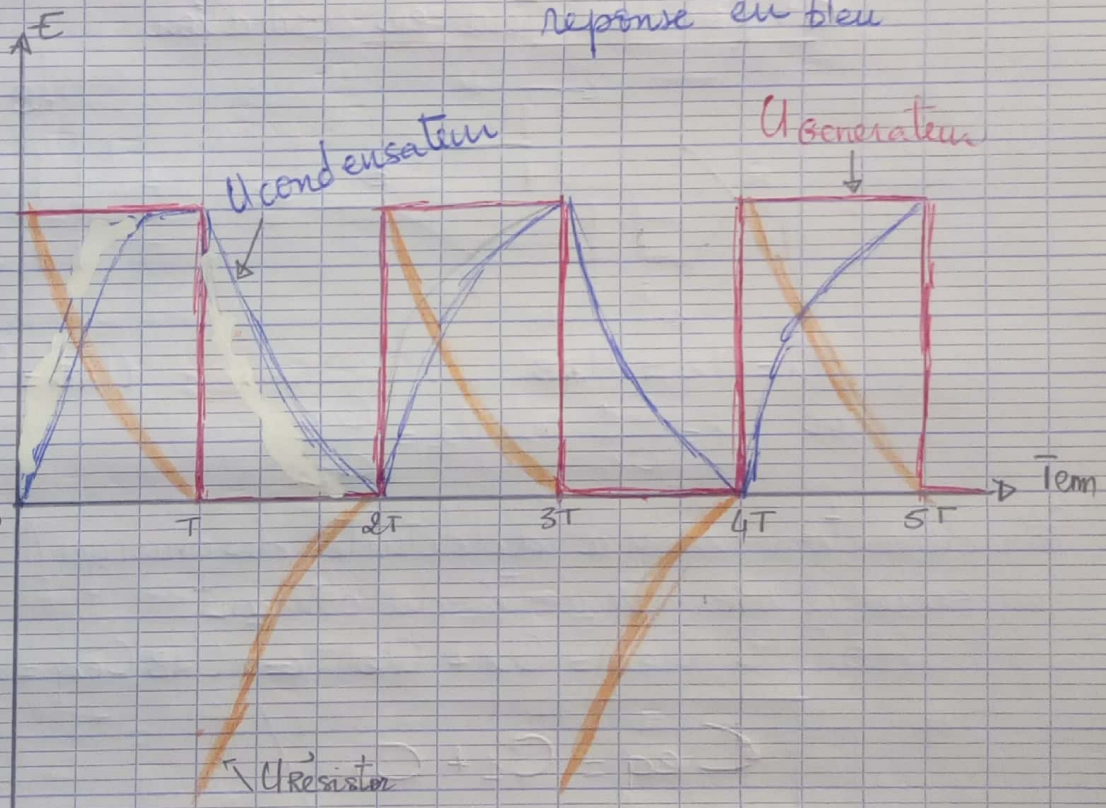
$-I_0 = -\frac{E}{R}$ jusqu'à 0

Réponse d'un condensateur appliqué par un échelon de tension



Pour savoir la réponse de l'intensité du courant, on étudit la tension au borne du résistor

attaque en rouge
réponse en bleu



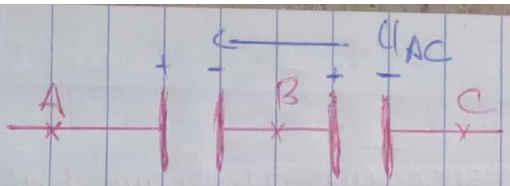
II-3) Association de condensateur : Condensateur équivalent

a) Définition

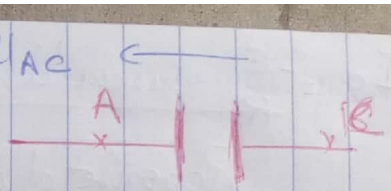
Un condensateur équivalent à un ensemble de condensateurs est le condensateur unique capable de remplacer cet ensemble en gardant le courant et la tension constants.

b) Condensateurs en série

Scanned by CamScanner



$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$



$U_{AC} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}}$

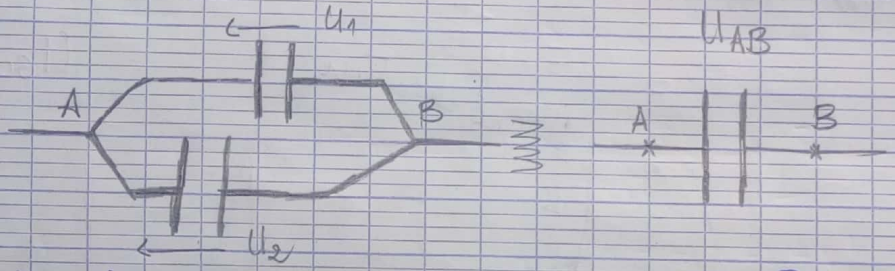
NB: La somme algébriques des charges des armatures isolés est nulle

donc $-Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 = Q_2$

donc $U_{AC} = Q_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}}$

d'où $\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$

c) Condensateurs en dérivation



$U_1 = U_2 = U_{AB}$

$U_{AB} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}}$

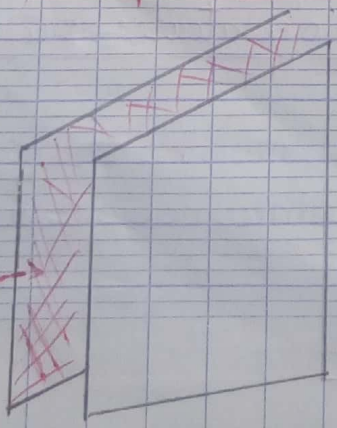
or $U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$ et $U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$

En dérivation, il y'a additivité des charges /
en série il y'a unicité du courant

donc $Q_{eq} = Q_1 + Q_2 \Leftrightarrow U_{AB} C_{eq} = U_1 C_1 + U_2 C_2$

$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$

4-4) Capacité d'un condensateur plan



$\boxed{C = \varepsilon \times \frac{S}{d}}$

$\varepsilon = \varepsilon_r \times \varepsilon_0$

ε = permitivité électrique du diélectrique

Scanned by CamScanner

ε_0 = permittivité du vide

ε_r = permittivité relative

d = la distance entre les armatures

S = la surface des armatures

4-2) La bobine

Une bobine est un dispositif constitué d'un enroulement de fil conducteurs. Il existe plusieurs types de bobines parmi lesquelles on peut citer les bobines circulaires, les bobines plates etc...

La bobine circulaire comme son nom l'indique est constituée d'un enroulement de Spires circulaires.

Toute bobine circulaire est caractérisée par son nombre N de spires et le rayon R de chaque spire.

Une bobine peut être assimilée d'idéale lorsque l'enroulement n'est pas résistif. En général, toute bobine comporte une résistance interne r. Le symbole d'une bobine réel est

—ᴍᴍᴍᴍᴍᴍᴍᴍ— (L, r).

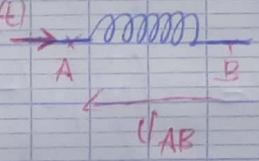
L = coefficient de self inductance

r = résistance interne

Pour une bobine idéale, la résistance interne est nulle

b) Tension aux bornes d'une bobine

Lorsqu'une bobine est traversée par un courant variable, la tension à ses bornes s'obtient par la relation :



$$U_{AB} = L \times \frac{di(t)}{dt} + r i(t)$$

On remarque que la tension aux bornes de la bobine est une équation différentielle du courant.

En régime permanant (courant constant), la bobine se comporte comme un résistor de résistance égale à sa résistance interne.

$$\boxed{U_{AB} = r i}$$

c) Énergie stockée par une bobine

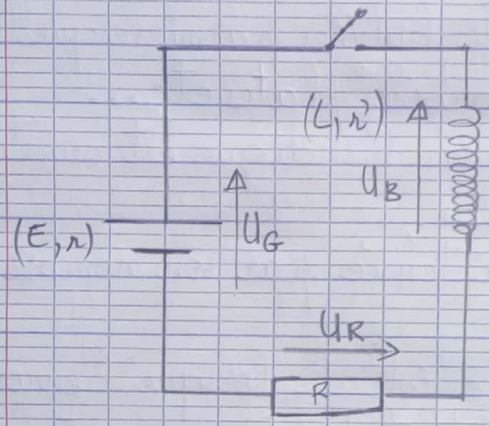
Scanned by CamScanner

L'énergie stockée dans une bobine est sous forme magnétique. Elle s'obtient par la relation :

$$\mathcal{E}_B = \frac{1}{2} L i^2$$

d.) Réponse en courant d'un dipôle R,L

Un dipôle RL est un dipôle obtenu en montant en série un résistor de résistance R et une bobine de self inductance L.
Un tel dipôle, attaqué par un générateur de f.e.m E retarde l'annulation et l'établissement du courant.



D'après la loi des mailles :

$$-U_G + U_B + U_R = 0$$

$$\Leftrightarrow -(E - ri) + L \times \frac{di}{dt} + r'i(t) + Ri = 0$$

$$\Leftrightarrow L \times \frac{di(t)}{dt} + (R + r + r')i(t) = E$$

$$\Leftrightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R_t}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

avec $R_t = R + r + r'$

Résolution de l'équation différentielle :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_t}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

Solution générale

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_t}{L} i(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\frac{R_t}{L} i(t)$$

or $\frac{di(t)}{dt} = \ln|i(t)| \Rightarrow \ln|i(t)| = -\frac{R_t}{L} i(t)$

$\Rightarrow \ln|i(t)| = -\frac{(R+r')t}{L} + \text{constante}$

$\Rightarrow i(t) = e$

A et B sont des constantes

Remarquons qu'en régime permanent, le courant est constant $\Rightarrow$ t = cte donc $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{E}{R}$

Vérifions que $i = A + Be^{-t/\tau}$ est une solution de l'équation différentielle

Scanned by CamScanner

$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau} e^{-t/\tau}$ l'équation différentielle s'écrit alors

$$A + Be^{-t/\tau} + \frac{L}{R}\left(-\frac{B}{\tau} e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{R} \Rightarrow A + B\left(1 - \frac{L}{R\tau}\right) e^{-t/\tau} = \frac{E}{R}$$

Cette équation est vérifiée quelque soit le paramètre t

d'où le système $\begin{cases} A = \frac{E}{R} \\ 1 - \frac{L}{R\tau} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{E}{R} \\ \tau = \frac{L}{R} \end{cases}$

On en déduit que l'intensité du courant s'écrit $i = \frac{E}{R} + Be^{-t/\tau}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$

D'autre part, à $t = 0 \Rightarrow i = 0 \Rightarrow \frac{E}{R} + Be^{0} = 0$

$$\Rightarrow B = -\frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

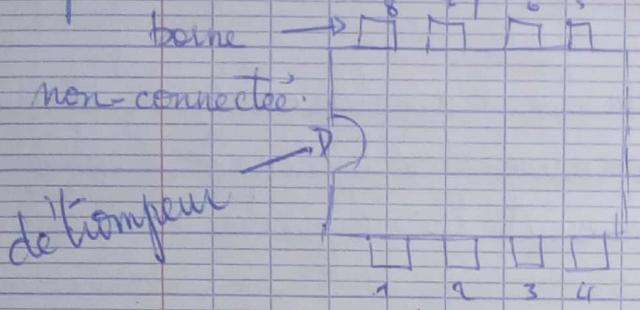
$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Scanned by CamScanner

Chap : Les amplificateurs opérationnel (AO)

I) Définition

Un amplificateur opérationnel est un composant électronique faisant partie des circuits intégrés (CI). Il peut renfermer un grand nombre de composants électroniques (bobines, condensateurs, Résistors, transistors). Il se présente comme un petit boitier comportant 08 encoches



Les 08 encoches représentent :

Les encoches 1 et 5 : BORNES OFFSET

Les encoches 2 et 3 : représentent les entrées

la borne 2 représentent la borne inverseuse E^-

la borne 3 , la borne non inverseuse E^+

La borne 6 représente la SORTIE S de l'amplificateur opérationnelle

Les bornes 4 et 7 sont les bornes d'alimentations

la borne 4 doit être mise à un potentielle à ~~un~~ $-Vcc$

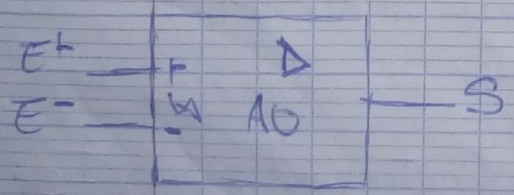
et la borne 7 à une potentielle $+Vcc$

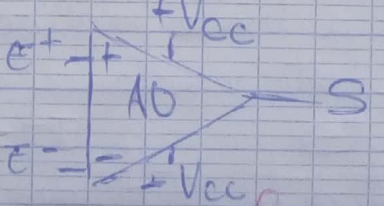
~~Comme son nom~~ La borne 8 est non-connectée

Comme son nom l'indique, l'amplificateur opérationnelle est un dispositif utilisé pour faire l'amplification des signaux mais aussi pour faire des opérations mathématiques de bases comme l'addition, la multiplication, la dérivation, l'intégration

Un amplificateur opérationnel peut être représenté suivant deux normes différentes.

Norme française ou européenne





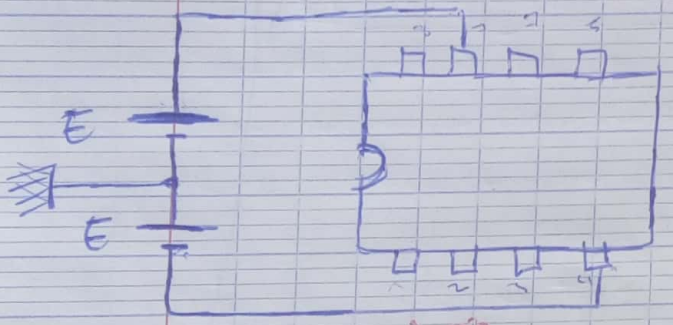
Norme américaine

II) Polarisation

Pour fonctionner correctement, un amplificateur operationel à besoin d'être ~~polarisé~~ alimenté par deux tensions :

Une tension $+Vcc = +15V$
au niveau de l'encoche ou patte 7

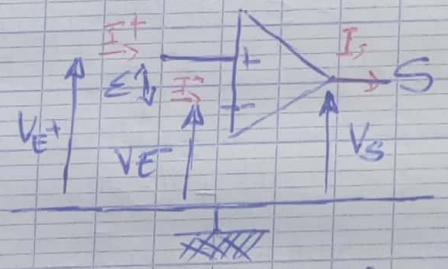
Une tension $-Vcc = -15V$
au niveau de la patte 4



Lorsque l'amplification n'est pas polarisé des tensions à l'entrée peuvent le dégrader

III) Tension

Dans la polarisation, la ligne des masses est la reference des potentiels.
La tension à l'entrée non inverseuse est notée V_{E+}
La tension à l'entrée inverseuse est notée V_{E-}



$$\varepsilon = (V_{E+}) - (V_{E-})$$

Gain A_m

$$A_m = \frac{V_s}{\varepsilon}$$

On appelle tension differentielle ε la ddp entre l'entrée inverseuse et l'entrée non inverseuse.
La tension differentielle est la tension amplifiée à la fin sortie.
Elle est caractéristique du fonctionnement de l'amplificateur.

IV) Les courants

Pour un amplificateur idéals, les intensités du courant qui entre à l'entrée inverseuse et non inverseuse doivent être extrement faible à la limite négligeable. Car les AO sont fait pour avoir une forte resistance à l'entrée

$$I^+ = I^- = 0$$

Le courant à la sortie de l'amplificateur est appelé I_s.



Scanned by CamScanner

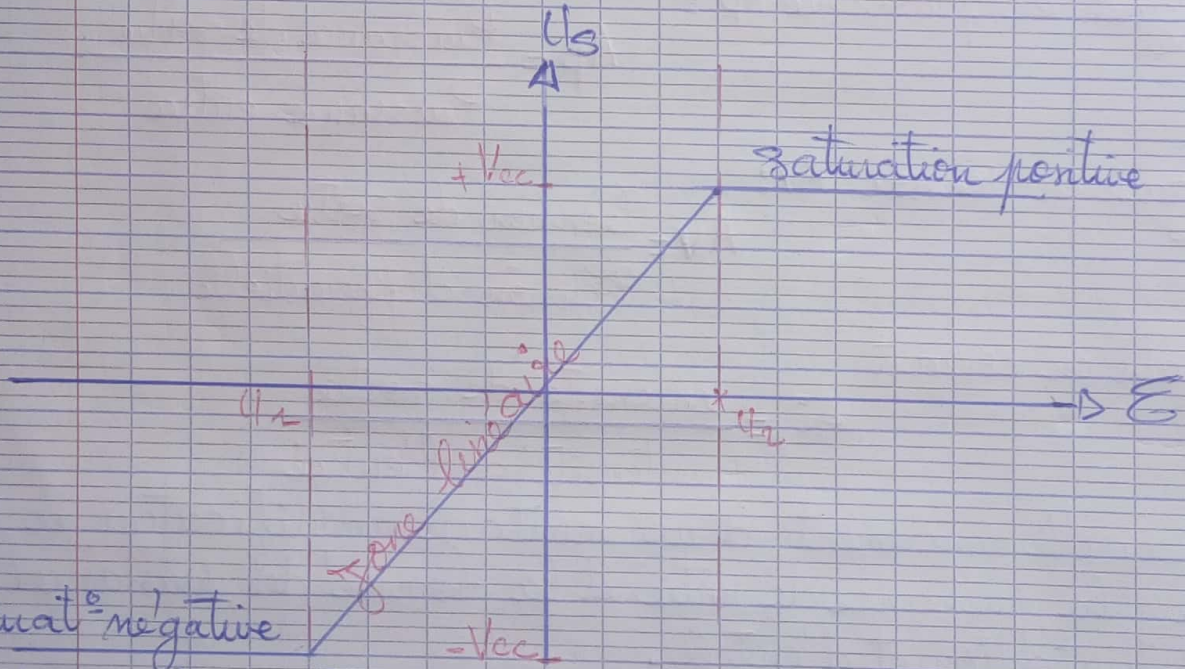
V) fonctionnement d'un AO

a) Saturation d'un amplificateur opérationnel

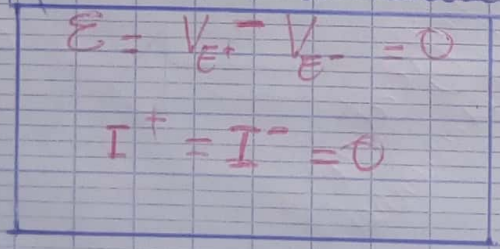
La tension à la sortie d'un amplificateur opérationnel notée V_s (constante) et v_s (variable) ne peut excéder la tension de polarisation Vcc. Lorsque cette valeur est atteinte, on dit que l'AO est saturé. La saturation peut se faire positivement ou négativement selon que ε est positive ou négative

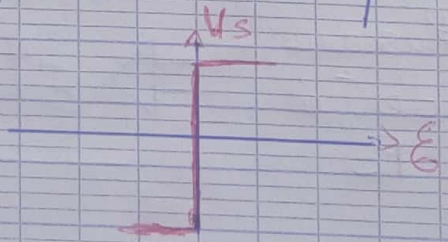
b) amplificateur opérationnel parfait en régime linéaire

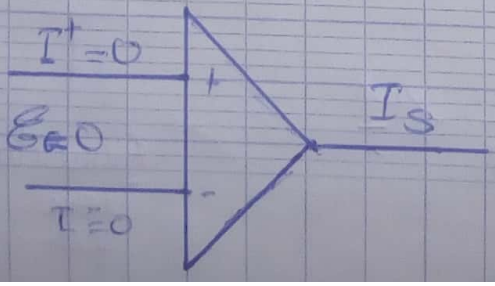
Si pour $\varepsilon > U_1$ ou $V_s = +Vcc$ (saturation positive)
Si pour $\varepsilon < U_2$ ou $V_s = -Vcc$ (saturation négative)
Dans ces deux cas l'AO est saturé.



On parle de régime linéaire, lorsque la tension de sortie est inférieur à |Vcc| (=tension d'alimentation). On admettra qu'on a alors



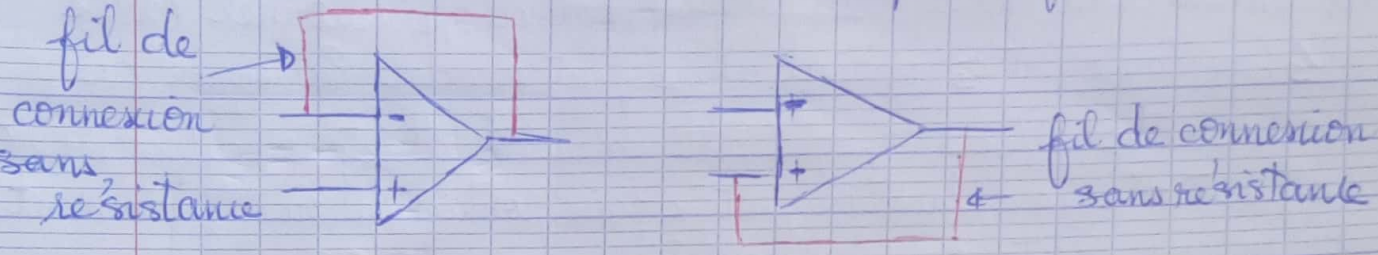




Scanned by CamScanner

c) Contre réaction

On dit qu'il y'a contre réaction sur un amplificateur lorsque l'une des entrées est bouclée à la sortie par un fil conducteur.



VI) fonctions Amplification

Lorsqu'un amplificateur est attaqué par une tension différentielle qui est une source de commande ou signal d'entrée, il l'amplifie avant de le délivrer à une charge.

On définit les gains ou coefficient d'amplification ci dessous.

le gain en puissance A_P :

$$A_P = \frac{\text{Puissance de sortie}}{\text{Puissance entrée}}$$

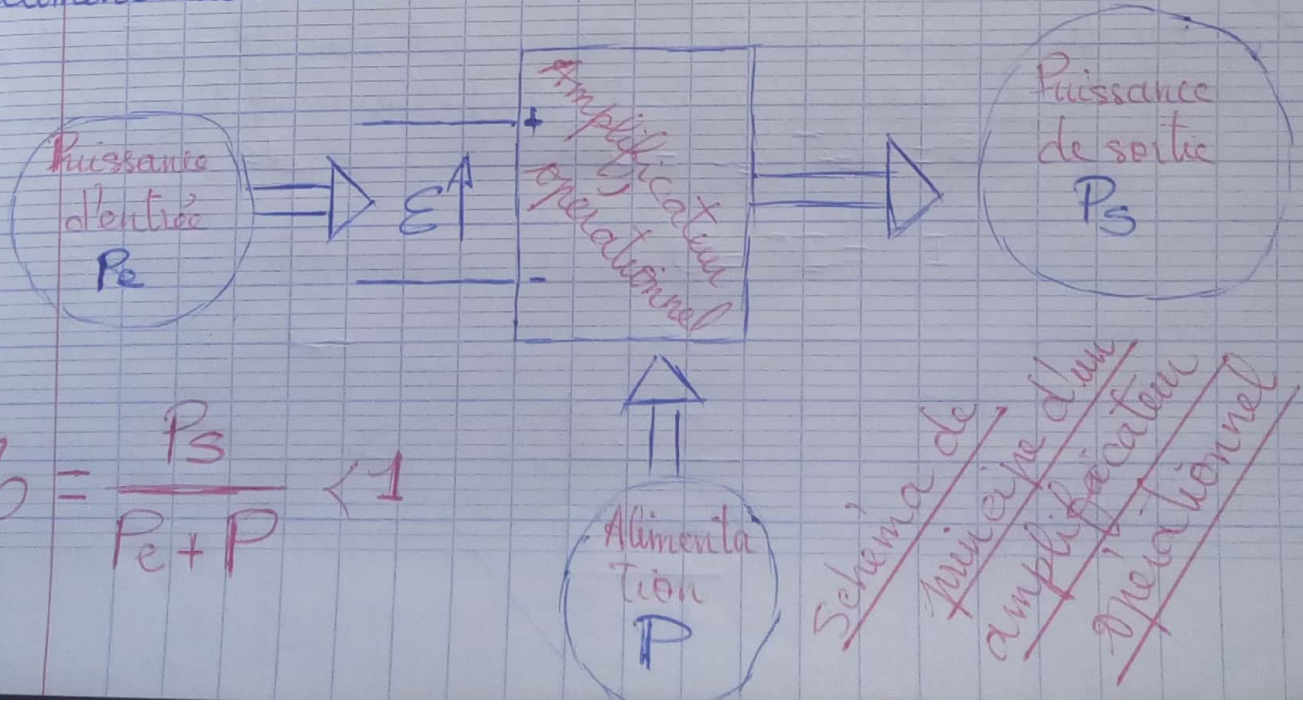
le gain en tension A_V :

$$A_V = \frac{\text{Tension de sortie}}{\text{Tension différentielle}}$$

le gain en courant

$$A_i = \frac{\text{intensité de sortie}}{\text{intensité à l'entrée}}$$

On appelle rendement d'un montage amplificateur le rapport entre la puissance de sortie et la somme des puissances d'alimentation et d'entrée.



$$\eta = \frac{P_s}{P_e + P} < 1$$

Schéma de principe d'un amplificateur opérationnel

Scanned by CamScanner

b) Caractéristique d'un transfert

La caractéristique de transfert d'un AO est une courbe donnant la tension de sortie en fonction de la tension différentielle à l'entrée.

Dans la zone linéaire : $V_S = A_V \times \varepsilon$

NB: Pour un amplificateur idéal, la zone linéaire est représentée par une à segment vertical. (pente abrupte)

AOP idéal :
- $I^+ = I^- = 0$
- $\varepsilon = 0$
- $A_V = \infty$

Scanned by CamScanner

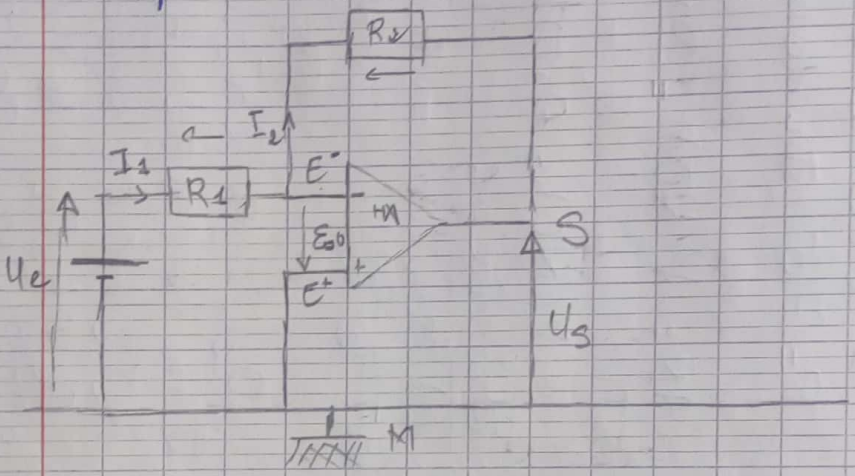
Le 25/Mai/2020

LES TYPES DE MONTAGES

1) Montage amplificateur inverseur

Dispositif :

La tension d'entrée est appliquée par l'entrée inverseuse E⁻ à travers un résistor de résistance R_1. Elle peut être positive, négative ou variable. L'entrée non inverseur est reliée directement à la masse. L'AOP est bouclé par un résistor de résistance R_2.



Gain

Dans tout le travail, on va considérer que notre amplificateur opérationnel est idéal.

Admettons que la tension d'entrée U_e positive

$I^+ = I^- = 0$ et $\varepsilon = 0$

D'après la loi des noeuds $I_1 = I_2 + I^-$ or $I^- = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$ ①

La loi des mailles nous donne :

$U_e - U_{R_1} + \varepsilon_0 + E^- = 0$ or $\varepsilon_0 = E^- = 0$

donc $U_e = R_1 I_1$ ②

$-U_s - U_{R_2} - \varepsilon + \varepsilon^+ = 0 \Leftrightarrow U_s = -U_{R_2} = -R_2 I_2$ ③

Ainsi le coefficient d'amplification A_V est

$$A_V = \frac{U_s}{U_e} = \frac{-R_2 I_2}{R_1 I_1} \text{ or } I_1 = I_2$$

$$\Rightarrow \frac{U_s}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow U_s = -U_e \times \frac{R_2}{R_1}$$

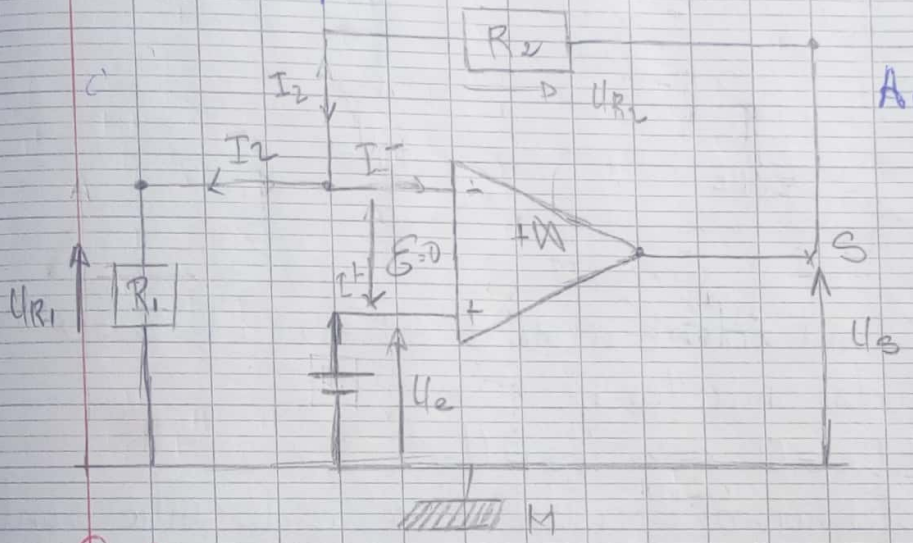
Conclusion : La tension d'entrée et celle de sortie sont de signes contraires

Scanned by CamScanner

2) Montage amplificateur non inverseur

Dispositif

La tension d'entrée est appliquée sur l'entrée non inverseuse E^+ elle peut être positive, négative ou variation.
L'entrée inverseuse est ~~relaxo~~ reliée à la masse à travers un resistor de résistance R_1
L'AOP est bouclé par un resistor de résistance R_2



Admettons que $U_e > 0$

Gain

Puisque l'AOP est idéal, nous avons évidemment $\varepsilon = 0, I^+ = I^- = 0$
D'après la loi des noeuds: $I_1 = I^+ + I_2$ or $I^+ = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$
La loi des mailles nous donne: $-U_e + \varepsilon + U_{R_1} = 0$

$\Leftrightarrow U_e = U_{R_1} = R I_1$

$-U_s + U_{R_2} - \varepsilon + U_e = 0 \quad \Leftrightarrow U_s = U_e + U_{R_2} = U_e + R_2 I_2$

Comme $U_e = R_1 I_1$ et $U_s = R_1 I_1 + R_2 I_2 = I(R_1 + R_2)$
donc le coefficient d'amplification A_0 est

$$A_0 = \frac{U_s}{U_e} = \frac{I(R_1 + R_2)}{R_1 I} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$A_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow U_s = U_e \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Conclusion

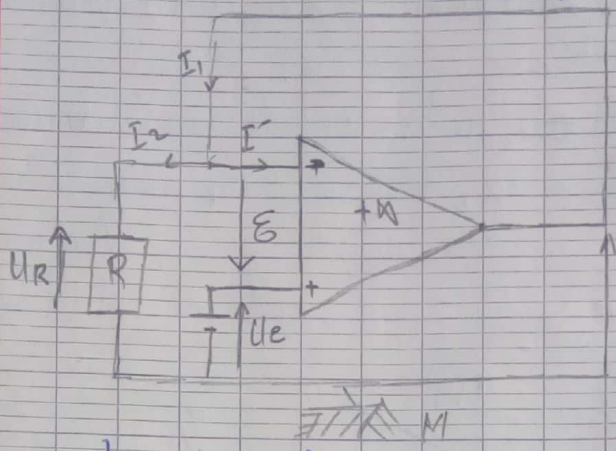
La tension d'entrée et de sortie ~~ou~~ sont de mêmes signes.

3) Montage suiveur:

Scanned by CamScanner

Dispositif :

La tension d'entrée est appliquée sur l'entrée non inverseuse E^+. Elle peut être positive, négative ou variable. L'entrée inverseuse est reliée à la masse à travers un résistor de résistance R. L'AOP est bouclé par un court-circuit.



Gain

L'amplificateur étant idéal alors $I^+ = I^- = 0$ et $\varepsilon = 0$

D'après la loi des mailles :

$-U_s - \varepsilon + U_e = 0 \iff U_s = U_e$

Conclusion : La tension à l'entrée et celle de sortie sont identiques.

Un tel dispositif n'amplit pas les tensions.

4) Montage dérivateur

Dispositif

La tension d'entrer est appliquée sur l'entrée inverseuse E^- à travers un condensateur de capacité C. Cette tension peut être positive, négative ou variable.

L'entrée inverseuse est reliée à la sortie par à travers un résistor de résistance R.

L'entrée non inverseuse est directement reliée à la masse

Gain

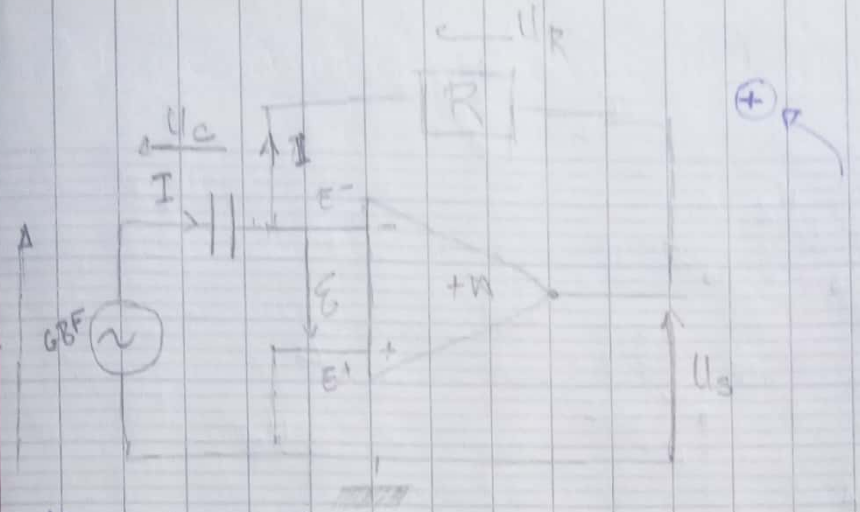
L'AOP étant idéal alors $I^+ = I^- = 0$ et $\varepsilon = 0$

D'après la loi des noeuds $I_1 = I_2 = I$

La loi des mailles donne :

$U_s - E^+ + \varepsilon - U_C + U_e = 0$ or $E^+ = \varepsilon = 0$

Scanned by CamScanner



donc $U_e = U_c = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C U_e$ (1)

$-U_s - U_R - \varepsilon + \varepsilon^+ = 0 \iff U_s = -U_R = -RI$

or $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow U_s = -\frac{dq}{dt} R$

Comme $q = C U_e$ donc $U_s = -\frac{dU_e}{dt} RC$

Le produit RC est appelé constante de temps du circuit série comprenant un générateur, un condensateur et un résistor

Conclusion

Ce montage est conçu pour faire des applications mathématique telsque la dérivation.

5) Montage intégrateur

Dispositif

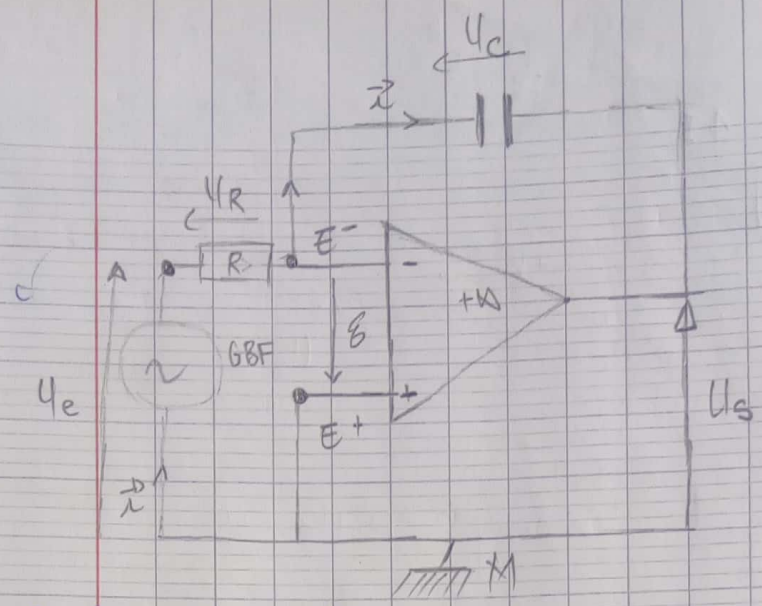
La tension d'entrée est appliquée sur l'entrée inverseuse E^- à travers un résistor de résistance R. Cette tension peut être positive, négative ou variable.

L'entrée inverseuse est reliée à la sortie par à travers un condensateur de capacité C. L'entrée non inverseuse E^+ est reliée à la masse directement.

Gain

L'amplificateur étant idéal $\Rightarrow I^+ = I^- = 0$; $\varepsilon = 0$

Scanned by CamScanner



D'après la loi des mailles : $\varepsilon + E^+ - U_R + U_e = 0 \iff U_R = U_e$

$U_e = Ri$ comme $i = \frac{dq}{dt}$ alors $U_e = R \times \frac{dq}{dt}$ ①

$-U_S - U_C - \varepsilon + E^+ = 0 \Rightarrow -U_C = U_S$ or $U_C = \frac{q}{C}$

$\Rightarrow U_S = -\frac{q}{C} \Rightarrow q = -CU_S$ ②

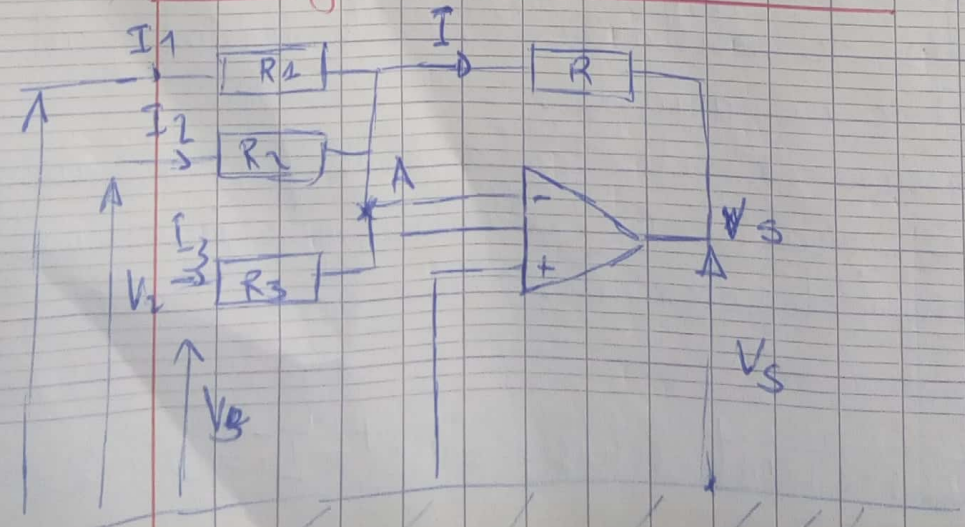
Ainsi $U_e = -RC \times \frac{dU_S}{dt} = -\frac{dU_S}{dt} RC$

$\iff -\frac{U_e}{RC} = \frac{dU_S}{dt} \Rightarrow U_S = \int -\frac{U_e}{RC} dt$

soit $U_S = -\frac{1}{RC} \int U_e \, dt$

Conclusion : Le montage ainsi effectué permet de réaliser des opérations mathématiques comme l'intégration.

b) Montage sommateur inverseur



Scanned by CamScanner

Gain : D'après le théorème de Millman

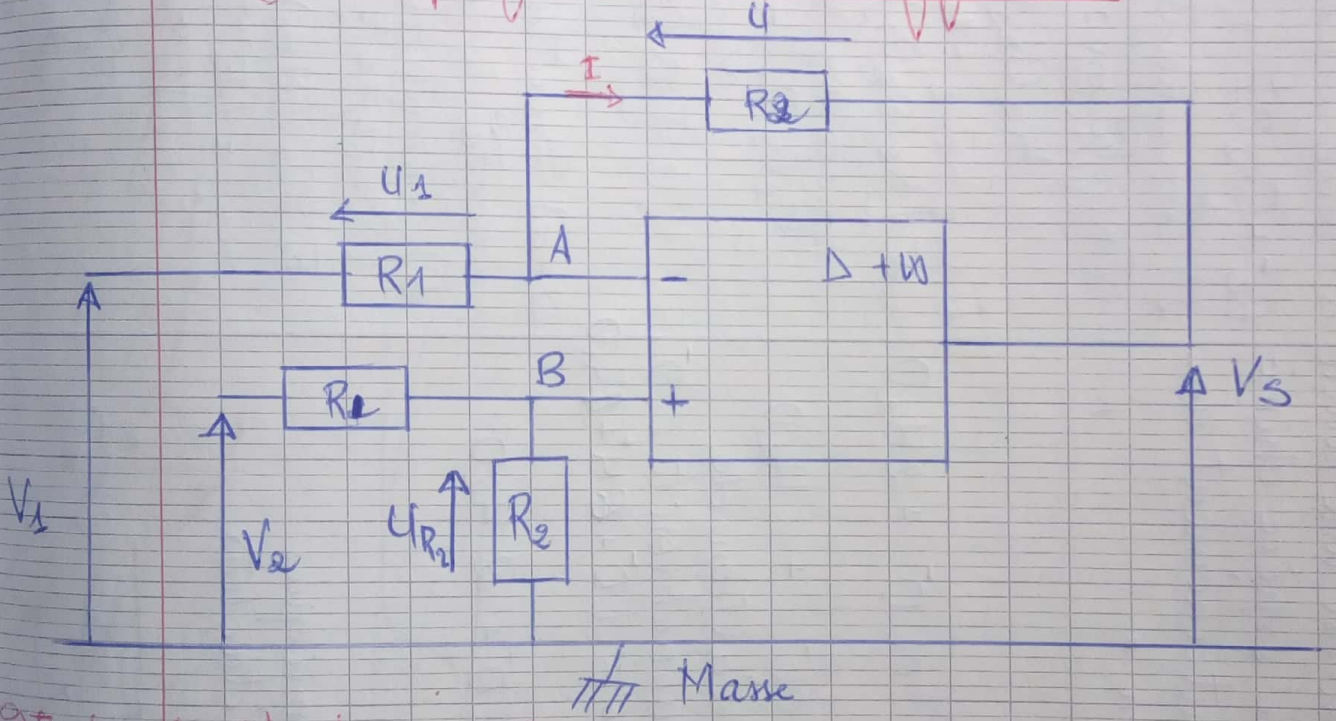
$$V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_S}{R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}} \quad \text{or } I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{et } I = -\frac{V_S}{R}$$

donc $V_S = -R\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right)$

Si toutes les résistances ont la même valeur

$V_S = -(V_1 + V_2 + V_3)$

7) Montage amplificateur de différence



Etude de l'entrée non inverseuse

L'intensité du courant de la résistance R_1 est la même que dans la résistance R_2 car l'intensité du courant i+ est nulle. Nous pouvons donc utiliser le pont diviseur de tension.

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_2$$

Etude à l'entrée inverseuse

Appliquons le théorème de millman au point A

$$V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_S}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 V_1 + R_1 V_2}{R_1 + R_2}$$

Scanned by CamScanner