

SERIE D'EXERCICES SUR LES OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

EXERCICE 1

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de fem $E = 6 \text{ V}$, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance propre négligeable, deux conducteurs ohmiques de même résistance R et deux interrupteurs K et K' (figure-2).

Un oscilloscope associé à un système d'acquisition a permis de visualiser sur la voie 1 la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

1 Dans une première expérience on ferme K en maintenant K' ouvert. Le dipôle (RC) est alors soumis à une tension continue.

Sur la voie 1 on obtient la courbe de la figure-3 de la page 4.

1.1 Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée et indiquer le sens du courant et les signes des charges de chacune des armatures du condensateur.

1.2 Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ?

1.3 Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle (RC). Expliciter la méthode utilisée.

1.4 Sachant que $R = 20 \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C .

1.5 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur est :

$$RC \frac{dU_C}{dt} + u_C = E.$$

1.6 Vérifier que $u_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$ est solution de cette équation différentielle.

2 Une fois la première expérience terminée, on ouvre K et on ferme K' . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. La figure 4 indique la variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

2.1 Préciser le régime des oscillations obtenues

2.2 Déterminer la pseudo-période T des oscillations.

2.3 Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée.

2.4 Etablir l'équation différentielle vérifiée par U_C .

2.5 A partir de la figure-4, que peut-on dire de l'énergie totale du circuit ? Quel est le dipôle responsable de ce phénomène ?

Montrer que la variation au cours du temps de l'énergie totale du circuit peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dE}{dt} = -2R(C \frac{dU_C}{dt})^2$$

2.6 On suppose que l'énergie initiale du circuit est contenue dans le condensateur.

Calculer les énergies électrique E_C et magnétiques E_L aux instants $t_1 = 0$; $t_2 = 3T$.

2.7 Calculer l'énergie dissipée dans le circuit pendant $3T$.

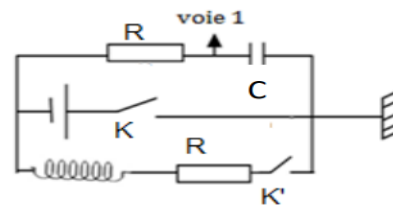


Figure 2

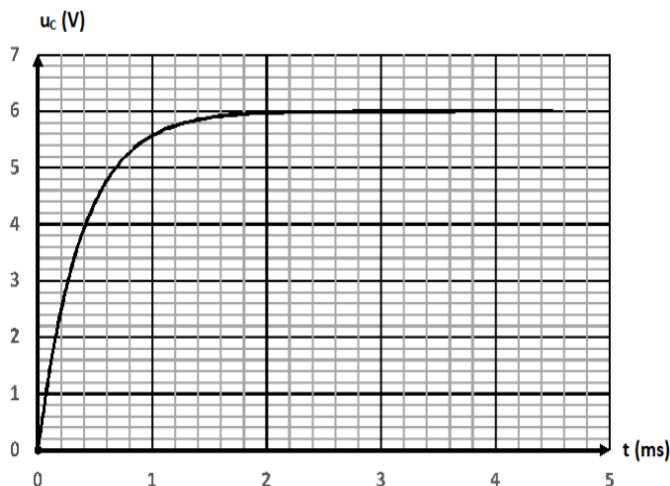


Figure 3

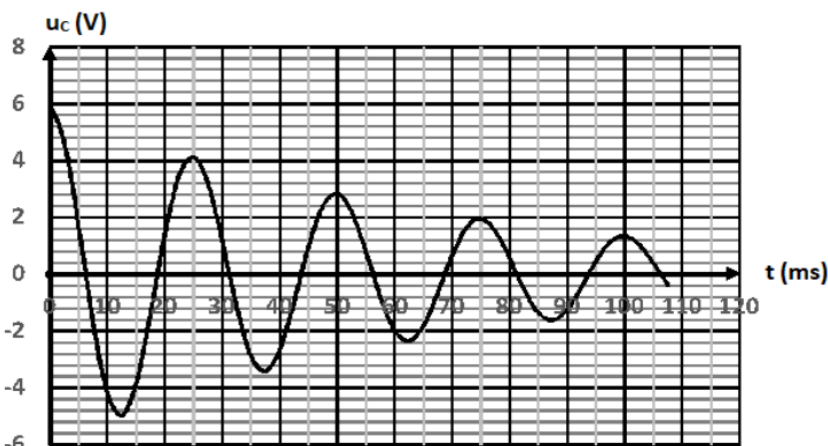


Figure 4

EXERCICE 2

La bobine et le condensateur sont deux composants électriques courants, utilisés dans les circuits les plus divers : microprocesseurs d'ordinateurs, horloges électroniques, émetteurs et récepteurs radios et télé, amplificateurs, etc.

L'objectif visé dans cet exercice est d'étudier la charge d'un condensateur et sa décharge à travers une bobine.

1 Un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$, initialement déchargé est placé en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$, un interrupteur K et un générateur G de résistance négligeable qui maintient entre ses bornes une tension constante $U_0 = 5 \text{ V}$.

Le circuit est schématisé ci-contre (figure 1).

L'interrupteur K est fermé à la date $t = 0$.

Le sens d'orientation choisi est indiqué sur le schéma et q désigne la charge de l'armature liée à A.

Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$ au cours de cette étape de charge du condensateur.

2 Vérifier que $u_{AB}(t) = U_0 (1 - e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle précédemment établie, relation où τ est une constante que l'on exprimera en fonction de R et C . Calculer τ .

3 Afin de vérifier expérimentalement la loi de variation de $u_{AB}(t)$ et de déterminer la valeur de τ , on relève la valeur de u_{AB} à différentes dates t . Ce qui a permis de tracer la courbe $u_{AB} = f(t)$ jointe en annexe (page 4).

3.1 L'allure du graphe obtenu est-il en accord avec l'expression de $u_{AB}(t)$ donnée en 4.2 ?

3.2 En utilisant la courbe, déterminer la valeur de τ (il n'est pas exigé de rendre la courbe avec la feuille de copie ; on pourra simplement expliciter la méthode utilisée pour déterminer τ). Comparer le résultat à la valeur théorique trouvée en 4.2 et conclure.

4 Exprimer l'intensité instantanée du courant électrique $i(t)$ en fonction de $\frac{du_{AB}}{dt}$, dérivée première de $u_{AB}(t)$ en fonction du temps. En déduire l'expression de $i(t)$ en fonction de U_0 , R , C et t . Représenter l'allure de la courbe $i(t) = f(t)$.

5 A la date $t = 0$, le condensateur précédent, chargé sous la tension $U_0 = 5 \text{ V}$, est déchargé à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (figure 2).

5.1 Établir l'équation différentielle traduisant les variations de la charge $q(t)$ du condensateur.

5.2 En déduire alors l'expression littérale puis numérique de la charge du condensateur en fonction du temps.

Calculer la période des oscillations électriques du circuit.

On prendra $L = 10 \text{ mH}$

$u_{AB} \text{ (V)}$

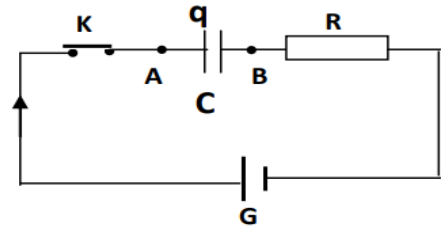
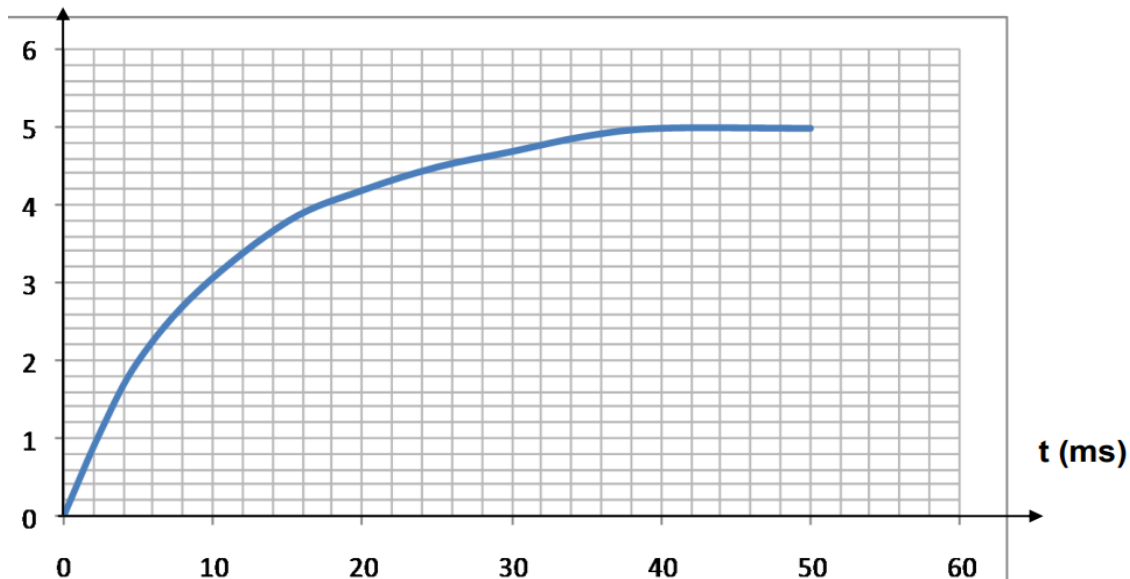
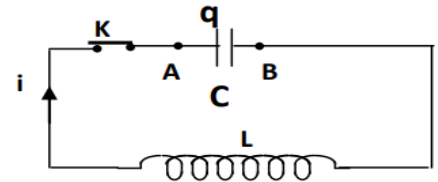
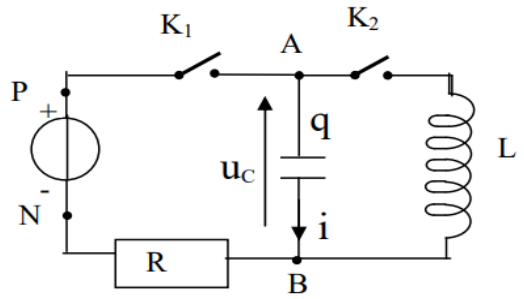


Figure 1



EXERCICE 3

Soit le montage électrique schématisé ci-contre permettant d'étudier le comportement d'un condensateur de capacité $C = 10 \mu F$. Le générateur maintient entre ses bornes une tension constante de valeur $E = 6,0 V$. L'inductance de la bobine est $L = 0,10 H$. La résistance du conducteur ohmique vaut $R = 10 \Omega$.



4.1 Le condensateur étant initialement déchargé, on le charge en fermant K_1 et en maintenant K_2 ouvert.

L'opération de charge étant terminée, indiquer, justifications à l'appui, les valeurs des grandeurs électriques suivantes :

- la tension aux bornes du condensateur,
- la charge du condensateur,
- l'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique,
- la tension aux bornes du conducteur ohmique.

4.2 Maintenant on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2 à un instant de date $t = 0$.

Pour cette question on suppose que la résistance de la bobine est nulle.

4.2.1 Quel phénomène se produit alors ?

4.2.2 Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur en fonction de la charge q du condensateur et celle de la tension instantanée aux bornes de la bobine en fonction de $\dot{q}$ (dérivée seconde de q par rapport au temps), compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i (voir figure)

4.2.3 En déduire l'expression de l'équation différentielle du circuit vérifiée par la tension U_C aux bornes du condensateur.

4.2.4 Donner la solution littérale de cette équation différentielle et dessiner l'allure de la courbe donnant les variations de la tension U_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

4.2.5 Calculer la période propre T_0 des oscillations qui ont ainsi pris naissance dans le circuit.

4.3 En réalité la bobine a une résistance $R' = 40 \Omega$, on charge d'abord le condensateur comme décrit en 4.1), puis on ouvre K_1 et ferme K_2 .

4.3.1 Etablir l'équation différentielle relative à la charge q du condensateur à une date quelconque t puis en déduire celle relative à U_C .

4.3.2 Comment varie l'énergie totale du circuit ? Justifier.

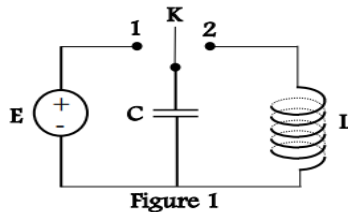
4.3.3 La pseudo-pulsation w_1 des oscillations électriques est donnée : $w_1^2 = w_0^2 - \left(\frac{R'}{2L}\right)^2$, relation où

w_0 est la pulsation propre. Calculer la pseudo période T_1 . La comparer à T_0 .

4.3.4 Donner l'allure de la courbe $q = f(t)$ dans un intervalle de temps $\Delta t = 3 T_1$ (on donnera la valeur initiale de la charge et l'allure de la courbe sans faire de calculs intermédiaires de charges)

EXERCICE 4

On réalise le circuit électrique de la figure 1 ci-dessous.



On place le commutateur K en position (1).

Une fois que le condensateur est complètement chargé, on le bascule en position (2).

1/ Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$ au cours de la décharge du condensateur dans la bobine.

Pourquoi appelle-t-on le circuit obtenu « oscillateur libre non amorti » ?

2/ La solution de l'équation différentielle est de forme: $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

On choisit $t = 0$ date où la charge du condensateur est maximale (voir figure 2).

a/ Déterminer, à partir de la figure 2 ci-dessous, les valeurs numériques de Q_m , de la période propre T_0 de l'oscillateur et de la phase initiale φ de la charge q du condensateur.

b/ Déduire la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

c/ Ecrire alors l'expression numérique de $q(t)$.

d/ Déduire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

3/

a/ Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur en fonction de q et de i .

b/ Montrer qu'elle restera constante au cours du temps et donner son expression en fonction de C et de Q_m .

c/ Sachant que $E = 50 \cdot 10^{-6} \text{ J}$, calculer la valeur numérique de C et déduire celle de l'inductance L de la bobine.

4/ Sur la figure 3 ci-dessous, on a représenté les variations au cours du temps de l'énergie emmagasinée dans l'un des dipôles (le condensateur ou la bobine).

a/ Préciser le nom de cette énergie.

b/ Ajouter sur la figure 2 l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur et l'énergie emmagasinée dans l'autre dipôle.

c/ Que représente la date t_1 indiquée sur la figure 3. Donner sa valeur numérique.

